TD1 : Epaule de robot Maxpid - Corrigé

1- Degré de mobilité du mécanisme

Le mécanisme a un seul degré de mobilité : M = 1. Bloquer un seul degré de liberté suffit à immobiliser entièrement le mécanisme.

Cette mobilité correspond à la transmission de mouvement de la rotation de la vis à billes 5 (rotor du moteur) par rapport au stator du moteur 3 jusqu'à la rotation du bras de sortie 2 par rapport au bâti 1.

2- Degré d'hyperstatisme du mécanisme

Le mécanisme a $N_P = 5$ pièces et $N_L = 5$ liaisons.

D'où le nombre de cycle du mécanisme : $\gamma = 5 - 5 + 1 = 1$

On a 4 liaisons pivot et une liaison hélicoïdale d'où le nombre d'inconnues :

- ☞ Cinématiques : $I_C = 4 \times 1 + 1 = 5$
- ☞ Sthéniques : $I_S = 4 \times 5 + 5 = 25$

On a une seule mobilité : $M = 1$

D'où le degré d'hyperstatisme du mécanisme par :

- **☞ Une approche cinématique : $H = 6.\gamma + M - I_C = 6 \times 1 + 1 - 5 = 2$**
- **☞ Une approche sthénique : $H = I_S + M - 6.(N_P - 1) = 25 + 1 - 6.(5 - 1) = 2$**

3- Fermeture cinématique du cycle du mécanisme

La fermeture du cycle cinématique du mécanisme 1-2-4-5-3-1 s'écrit :

$$\{\mathcal{V}_{1/2}\} + \{\mathcal{V}_{2/4}\} + \{\mathcal{V}_{4/5}\} + \{\mathcal{V}_{5/3}\} + \{\mathcal{V}_{3/1}\} = \{\ 0\ \}$$

Soit étant donné les liaisons :

$$\underset{A}{}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{12}^z & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_2} + \underset{C}{}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{24}^z & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3} + \underset{C}{}\begin{Bmatrix} \omega_{45}^x & \dfrac{P_V}{2.\pi}.\omega_{45}^x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3} + \underset{C}{}\begin{Bmatrix} \omega_{53}^x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3} + \underset{B}{}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{31}^z & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3} = \{0\}$$

Or : $\overrightarrow{V_{C\in 3/1}} = \overrightarrow{V_{B\in 3/1}} + \overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega_{3/1}} = \vec{0} - \lambda.\overrightarrow{X_3}\wedge\omega_{31}^z.\overrightarrow{Z_3} = \lambda.\omega_{31}^z.\overrightarrow{Y_3}$ et :

$$\overrightarrow{V_{C\in 1/2}} = \overrightarrow{V_{A\in 1/2}} + \overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{\Omega_{1/2}} = \vec{0} - c.\overrightarrow{X_2}\wedge\omega_{12}^z.\overrightarrow{Z_2} = c.\omega_{12}^z.\overrightarrow{Y_2} = c.\omega_{12}^z.\cos(\varphi-\theta).\overrightarrow{Y_3} - c.\omega_{12}^z.\sin(\varphi-\theta).\overrightarrow{X_3}$$

On en déduit donc :

$$\underset{C}{}\begin{Bmatrix} 0 & -c.\omega_{12}^z.\sin(\varphi-\theta) \\ 0 & c.\omega_{12}^z.\cos(\varphi-\theta) \\ \omega_{12}^z & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3} + \underset{C}{}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{24}^z & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3} + \underset{C}{}\begin{Bmatrix} \omega_{45}^x & \dfrac{P_V}{2.\pi}.\omega_{45}^x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3} + \underset{C}{}\begin{Bmatrix} \omega_{53}^x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3} + \underset{C}{}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda.\omega_{31}^z \\ \omega_{31}^z & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3} = \{0\}$$

Cette fermeture cinématique donne donc quatre équations indépendantes et deux équations triviales 0 =0 : Equation de la résultante en projection sur $\overrightarrow{Y_3}$ et du moment en C en projection sur Z_3.

On a donc bien un degré d'hyperstatisme de H = 2.

4- Fermeture cinématique du cycle du mécanisme

On a deux équation triviales : Equation de la résultante en projection sur $\overrightarrow{Y_3}$ et du moment en C en projection sur Z_3. Donc pour rendre le mécanisme isostatique, il suffit d'ajouter au torseur $\{\mathcal{V}_{2/4}\}$ une composante suivant $\overrightarrow{Y_3}$ à la résultante ($\overrightarrow{\Omega_{2/4}}$) et une composante suivant $\overrightarrow{Z_3}$ au moment en C ($\overrightarrow{V_{C\in 2/4}}$).

On a alors le torseur cinématique rendant le mécanisme isostatique : $\{\mathcal{V}_{2/4}\} = \underset{C}{}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{24}^y & 0 \\ \omega_{24}^z & V_{C24}^z \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3}$

Cette liaison n'est cependant pas une liaison normalisée.

5- Liaisons équivalentes à la liaison précédente

En ajoutant deux liaisons en séries (entre 2&6 et 6&4) pour avoir une liaison équivalente à la liaison précédente entre 2 et 4, on a alors : $\{\mathcal{V}_{2/4}\} = \{\mathcal{V}_{2/6}\} + \{\mathcal{V}_{6/4}\}$

On peut par exemple choisir : $\{\mathcal{V}_{2/6}\} = {}_C\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{26}^z & V_{C26}^z \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3}$ **Liaison pivot glissant d'axe $(C, \overrightarrow{Z_3})$**

Et : $\{\mathcal{V}_{6/4}\} = {}_C\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{64}^y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_3}$ **Liaison pivot glissant d'axe $(C, \overrightarrow{Y_3})$**

On a alors le schéma cinématique suivant :