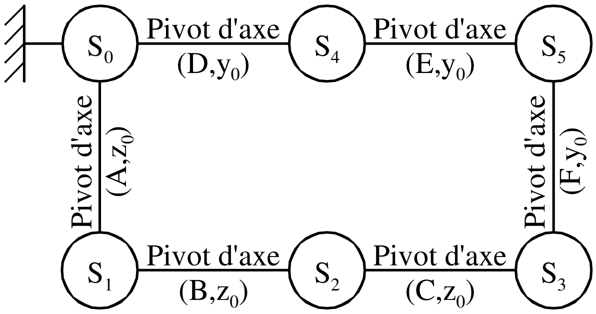
Interface esclave : Corrigé



Question 1.

Graphe de structure :

6 Pièces 6 Liaisons

Nombre cylcomatique : $\gamma = 1$

6 Liaisons pivot : $I_S = 30$ et $I_C = 6$

Question 2.

a- Etant donné les liaisons pivot d'axe $\overrightarrow{z_0}$ entre les solides S_0, S_1, S_2 et S_3, et le paramétrage angulaire associé à ces liaisons, on a : $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \omega_{10}^{z}.\overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_{21}^{z}.\overrightarrow{z_0}$ et $\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \omega_{32}^{z}.\overrightarrow{z_0}$.

Donc par composition des vitesses on a : $\boldsymbol{\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \overrightarrow{\Omega_{3/2}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = (\omega_{32}^{z} + \omega_{21}^{z} + \omega_{10}^{z}) . \overrightarrow{z_0}}$

b- Etant donné les liaisons pivot d'axe $\overrightarrow{z_0}$ entre les solides S_0, S_4, S_5 et S_3, et le paramétrage angulaire associé à ces liaisons, on a : $\overrightarrow{\Omega_{4/0}} = \omega_{54}^{y}.\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{\Omega_{5/4}} = \omega_{40}^{y}.\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{\Omega_{3/5}} = \omega_{35}^{y}.\overrightarrow{y_0}$.

Donc par composition des vitesses on a : $\boldsymbol{\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \overrightarrow{\Omega_{3/5}} + \overrightarrow{\Omega_{5/4}} + \overrightarrow{\Omega_{4/0}} = (\omega_{35}^{y} + \omega_{54}^{y} + \omega_{40}^{y}) . \overrightarrow{y_0}}$

c- On a donc : $(\omega_{32}^{z} + \omega_{21}^{z} + \omega_{10}^{z}).\overrightarrow{z_0} = (\omega_{35}^{y} + \omega_{54}^{y} + \omega_{40}^{y}).\overrightarrow{y_0}$ soit par projection sur $\overrightarrow{z_0}$ de cette équation on obtient : $\omega_{32}^{z} + \omega_{21}^{z} + \omega_{10}^{z} = 0$. Par conséquent : $\boldsymbol{\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \vec{0}}$.

D'où le mouvement de S3 par rapport à S0 est une translation.

Question 3.

a- Etant donné la liaison pivot d'axe $(C, \overrightarrow{z_0})$ entre les solides S_2 et S_3 on a :

$\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{C\in 2/0}}$ Soit d'après la relation de Varignon : $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{B\in 2/0}} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$

Etant donné la liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{z_0})$ entre les solides S_1 et S_2 on a :

$\overrightarrow{V_{B\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$ Soit d'après la relation de Varignon : $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{A\in 1/0}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$

Etant donné la liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$ entre les solides S_0 et S_1 on a : $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}} = \vec{0}$

Donc : $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} = \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}} = -L_1.\overrightarrow{x_1} \wedge \omega_{10}^{z}.\overrightarrow{z_1} - L_2.\overrightarrow{x_2} \wedge (\omega_{21}^{z} + \omega_{10}^{z}).\overrightarrow{z_2}$

Donc : $\boldsymbol{\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} = \lambda_1.\overrightarrow{y_1} + \lambda_2.\overrightarrow{y_2}}$ Avec : $\boldsymbol{\lambda_1 = L_1.\,\omega_{10}^{z}}$ et : $\boldsymbol{\lambda_2 = L_2.(\omega_{10}^{z} + \omega_{21}^{z})}$

b- Etant donné la liaison pivot d'axe $(F, \overrightarrow{y_0})$ entre les solides S_5 et S_3 on a :

$\overrightarrow{V_{F\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{F\in 5/0}}$ Soit d'après la relation de Varignon : $\overrightarrow{V_{F\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{E\in 5/0}} + \overrightarrow{FE} \wedge \overrightarrow{\Omega_{5/0}}$

Etant donné la liaison pivot d'axe $(E, \overrightarrow{y_0})$ entre les solides S_4 et S_5 on a :

$\overrightarrow{V_{E\in 5/0}} = \overrightarrow{V_{E\in 4/0}}$ Soit d'après la relation de Varignon : $\overrightarrow{V_{E\in 5/0}} = \overrightarrow{V_{D\in 4/0}} + \overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{\Omega_{4/0}}$

Etant donné la liaison pivot d'axe $(D, \overrightarrow{y_0})$ entre les solides S_0 et S_4 on a : $\overrightarrow{V_{D\in 4/0}} = \vec{0}$

Donc : $\overrightarrow{V_{F\in 3/0}} = \overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{\Omega_{4/0}} + \overrightarrow{FE} \wedge \overrightarrow{\Omega_{5/0}} = -L_4.\overrightarrow{x_4} \wedge \omega_{40}^{y}.\overrightarrow{y_4} - L_5.\overrightarrow{x_5} \wedge (\omega_{40}^{y} + \omega_{54}^{y}).\overrightarrow{y_5}$

Donc : $\boldsymbol{\overrightarrow{V_{F\in 3/0}} = \lambda_4.\overrightarrow{z_4} + \lambda_5.\overrightarrow{z_5}}$ Avec : $\boldsymbol{\lambda_4 = -L_4.\,\omega_{40}^{y}}$ et : $\boldsymbol{\lambda_5 = -L_5.(\omega_{40}^{y} + \omega_{54}^{y})}$

c- $\overrightarrow{y_1}$ et $\overrightarrow{y_2}$ sont dans le plan $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$ donc $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} . \overrightarrow{z_0} = 0$ De même : $\overrightarrow{V_{F\in 3/0}} . \overrightarrow{y_0} = 0$

Enfin, sachant que le mouvement de S_3 par rapport à S_0 est une translation on a : $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{F\in 3/0}}$

Soit $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}.\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{V_{F\in 3/0}}.\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{V_{C\in 3/0}}.\overrightarrow{y_0} = \overrightarrow{V_{F\in 3/0}}.\overrightarrow{y_0} = 0$. D'où $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}$ et $\overrightarrow{V_{F\in 3/0}}$ sont colinéaire à $\overrightarrow{x_0}$

D'où le mouvement de S_3 par rapport à S_0 est une translation rectiligne de direction $\overrightarrow{x_0}$.

Question 4.

a- le mouvement de S_3 par rapport à S_0 est une translation rectiligne de direction $\overrightarrow{x_0}$, le degré de mobilité est de M = 1 (Il n'y a pas de mobilité internes)

b- Le degré d'hyperstatisme est donc de :

Par une approche sthénique : $\mathbf{H = I_S + M - 6.(N_P - 1) = 6\times 5 + 1 - 6.(6 - 1) = 1}$

Par une approche cinématique : $\mathbf{H = 6.\gamma + M - I_C = 6\times 1 + 1 - 6\times 1 = 1}$

Question 5.

La fermeture cinématique du cycle du mécanisme nous donne :

$$\{\mathcal{V}_{3/2}\} + \{\mathcal{V}_{2/1}\} + \{\mathcal{V}_{1/0}\} = \{\mathcal{V}_{3/5}\} + \{\mathcal{V}_{5/4}\} + \{\mathcal{V}_{4/0}\}$$

$$C\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{32}^{z} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} + B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{21}^{z} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} + A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{10}^{z} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} = F\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{35}^{y} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} + E\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{54}^{y} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} + D\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{40}^{y} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$$

Sans même transporter tous ces torseurs en un même point, on obtient les trois équations de la résultante de cette fermeture cinématique :

$$\begin{array}{l|c} /\overrightarrow{x_0} & 0 = 0 \\ /\overrightarrow{y_0} & \omega_{32}^{z} + \omega_{21}^{z} + \omega_{10}^{z} = 0 \\ /\overrightarrow{z_0} & \omega_{35}^{y} + \omega_{54}^{y} + \omega_{40}^{y} = 0 \end{array}$$

Le degré d'hyperstatisme correspond donc à l'équation triviale de la projection de l'équation de la résultante sur $\overrightarrow{x_0}$

Pour supprimer ce degré d'hyperstatisme il suffit donc d'ajouter à une seule des six liaisons pivot une rotation suivant l'axe $\overrightarrow{x_0}$.

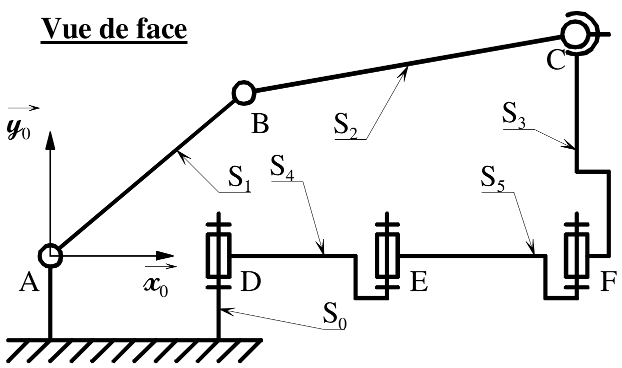
En le faisant sur la liaison en C on obtient alors le torseur cinématique de cette nouvelle liaison :

$$\{\mathcal{V}_{3/2}\} = C\begin{Bmatrix} \omega_{32}^{x} & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{32}^{z} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0 = \mathcal{B}_3}$$

Torseur d'une liaison sphérique à doigt d'axe $(C.\overrightarrow{y_0})$: Normale du plan de contact $(C.\overrightarrow{z_0})$ et d'axe du doigt $(C.\overrightarrow{x_0})$

Le schéma cinématique du mécanisme est alors :

Vue de face



Remarque : La fermeture cinématique du cycle écrite en C donne :

$$C\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{32}^{z} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} + C\begin{Bmatrix} 0 & L_2.\omega_{21}^{z}.\sin(\theta_{01} + \theta_{12}) \\ 0 & L_2.\omega_{21}^{z}.\cos(\theta_{01} + \theta_{12}) \\ \omega_{21}^{z} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} + C\begin{Bmatrix} 0 & L_2.\omega_{10}^{z}.\sin(\theta_{01} + \theta_{12}) + L_1.\omega_{10}^{z}.\sin\theta_{01} \\ 0 & L_2.\omega_{10}^{z}.\cos(\theta_{01} + \theta_{12}) + L_1.\omega_{10}^{z}.\cos\theta_{01} \\ \omega_{10}^{z} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} =$$

$$C\begin{Bmatrix} 0 & d.\omega_{35}^{y} \\ \omega_{35}^{y} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} + C\begin{Bmatrix} 0 & d.\omega_{54}^{y} - L_5.\omega_{54}^{y}.\sin(\theta_{04}+\theta_{45}) \\ \omega_{54}^{y} & 0 \\ 0 & -L_5.\omega_{54}^{y}.\cos(\theta_{04}+\theta_{45}) \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0} + C\begin{Bmatrix} 0 & d.\omega_{40}^{y} - L_5.\omega_{40}^{y}.\sin(\theta_{04}+\theta_{45}) - L_4.\omega_{40}^{y}.\sin\theta_{04} \\ \omega_{40}^{y} & 0 \\ 0 & -L_5.\omega_{40}^{y}.\cos(\theta_{04}+\theta_{45}) - L_4.\omega_{40}^{y}.\cos\theta_{04} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$$

On retrouve bien une seule équation triviale (Projection de la résultante sur $\overrightarrow{x_0}$)