

## TD1 : Interface esclave

### Mise en situation

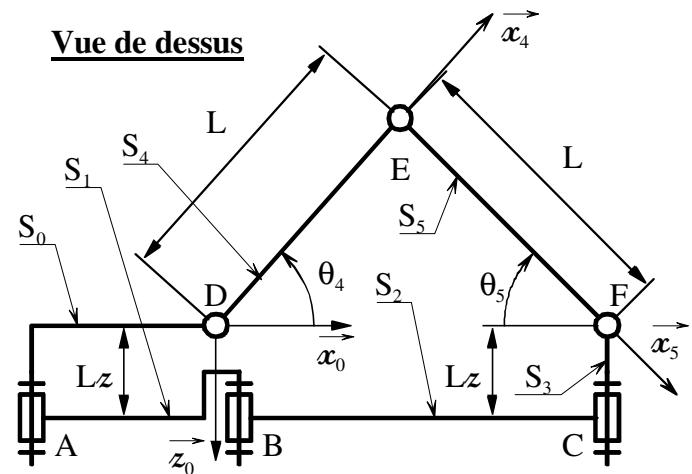
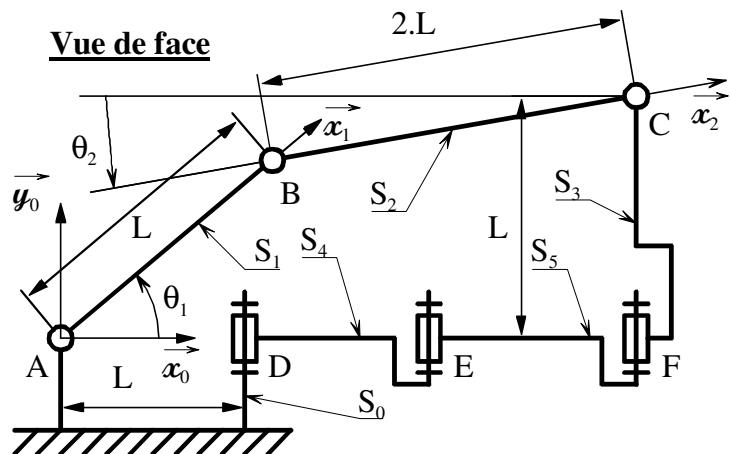
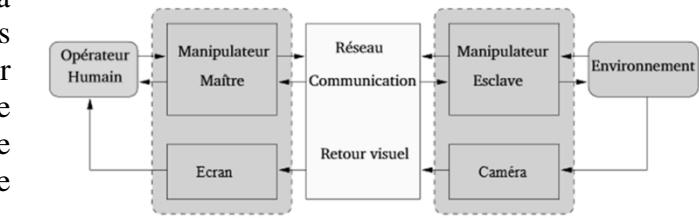
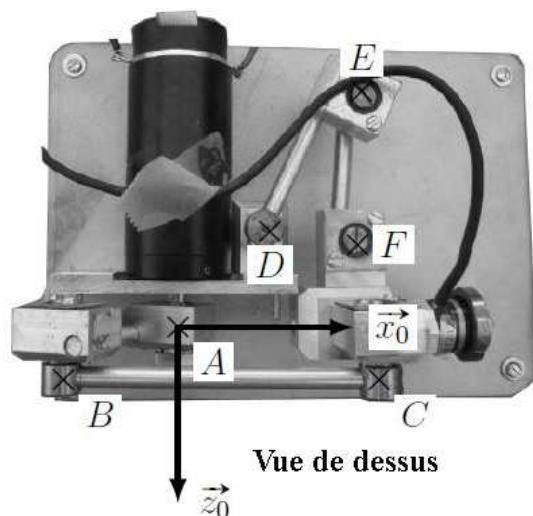
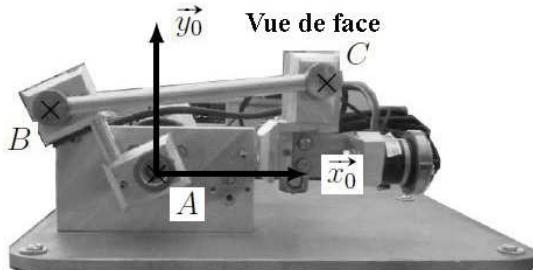
La téléopération ou téléchirurgie consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer).

Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place. Notre étude se limite à l'étude d'un prototype de l'interface esclave, mécanisme du manipulateur esclave.

### Modélisation du manipulateur esclave

Ce mécanisme est constitué d'une manivelle (Solide  $S_1$ ) qui est mue en rotation par rapport au bâti (Solide  $S_0$ ) à l'aide d'un motoréducteur commandé par le manipulateur maître.

L'outil qui opère l'organe est lié au mandrin (Solide  $S_3$ ). La liaison entre la manivelle  $S_1$  et le mandrin  $S_3$  se fait par trois barres : Solides  $S_2$ ,  $S_4$  et  $S_5$ . On donne ci-dessous deux vues photographique du mécanisme ainsi qu'un schéma cinématique suivant ces deux mêmes vues.



On note les bases  $\mathcal{B}_i$  liés au différents solides  $S_i$  :

$$\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$$

On donne également les différentes dimensions des solides  $S_i$  :

$$\text{Manivelle } S_1 : \overrightarrow{AB} = L \cdot \vec{x}_1$$

$$\text{Barre } S_2 : \overrightarrow{BC} = 2L \cdot \vec{x}_2$$

$$\text{Barre } S_4 : \overrightarrow{DE} = L \cdot \vec{x}_4$$

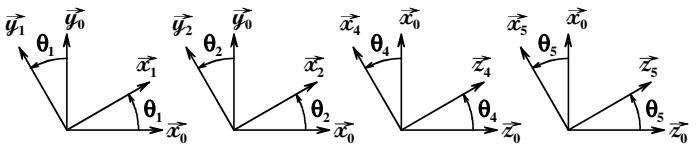
$$\text{Barre } S_5 : \overrightarrow{EF} = L \cdot \vec{x}_2$$

$$\text{Mandrin } S_3 : \overrightarrow{FC} = L \cdot \vec{y}_3 - L_z \cdot \vec{z}_3$$

## Paramétrage du mécanisme

On pose les paramètres angulaires donnant la position des solides  $S_i$  par rapport au solide  $S_0$  :

$$\theta_i = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_i}) = (\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_i})$$



L'arbre de sortie du moto réducteur sur lequel est fixé la barre 1 tourne à la vitesse  $\omega$  :  $\omega = \dot{\theta}_1$ .

## Résultats d'études précédentes

Une étude géométrique et cinématique à permis d'établir :

☞ Que Le mouvement du mandrin  $S_3$  par rapport au bâti  $S_0$  est une translation ( $\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \vec{0}$ ) rectiligne de direction  $\vec{x}_0$  ; On pose alors le paramètre linéaire  $x$  de la position de ce mandrin :

$$\overrightarrow{AF} = x \cdot \vec{x}_0 \quad \text{Soit :} \quad \overrightarrow{V_{F \in S_3/S_0}} = \overrightarrow{V_{C \in S_2/S_0}} = \dot{x} \cdot \vec{x}_0$$

☞ Les expressions des paramètres  $x, \theta_2, \theta_4, \theta_5$  en fonction de  $\theta_1$  :

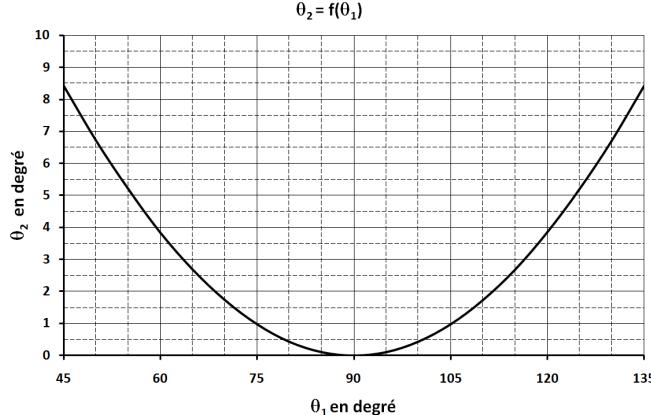
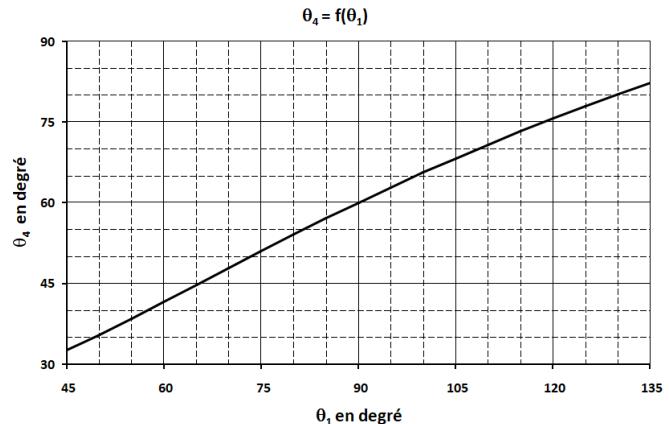
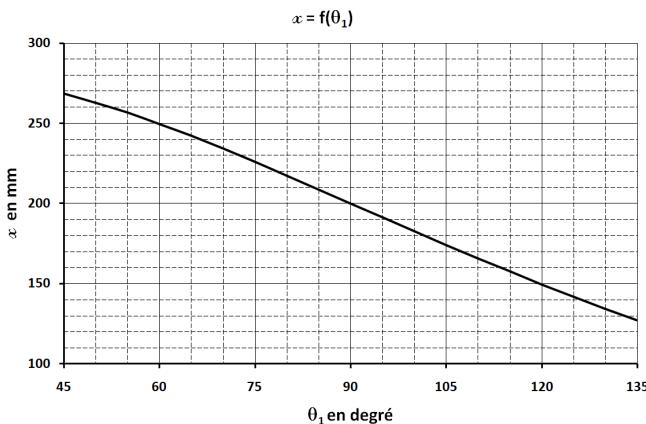
$$x = L \cdot (\cos \theta_1 + \sqrt{4 - (1 - \sin \theta_1)^2})$$

$$\tan \theta_2 = \frac{1 - \sin \theta_1}{\sqrt{4 - (1 - \sin \theta_1)^2}}$$

$$2 \cdot \cos \theta_4 = \cos \theta_1 + \sqrt{4 - (1 - \sin \theta_1)^2} - 1$$

$$\theta_5 = -\theta_4$$

Cela permet d'obtenir le tracé (pour  $L = 100$  mm) de :  $x = f_x(\theta_1)$  ;  $\theta_2 = f_{\theta_2}(\theta_1)$  et  $\theta_4 = f_{\theta_4}(\theta_1)$  :



Cela nous permet de linéariser les relations entre les paramètres  $x, \theta_2, \theta_4$  et  $\theta_1$  (en m et rad)

$$x = 0,27 - \lambda \cdot \theta_1 \quad \text{avec : } \lambda \approx 0,089$$

$$\theta_4 = 0,13 + k_4 \cdot \theta_1 \quad \text{avec : } k_4 \approx 0,56$$

$$\theta_2 = k_2 \cdot \left| \frac{\pi}{2} - \theta_1 \right| \quad \text{avec : } k_2 \approx 0,13$$

## Géométrie des masses

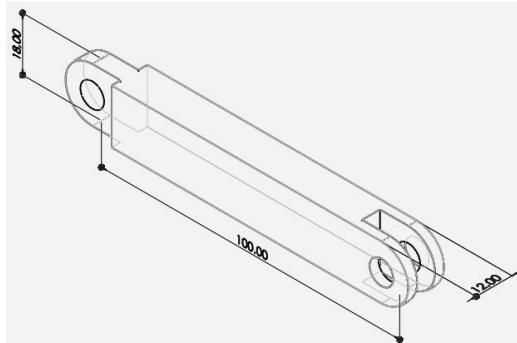
- ☞ Le moment d'inertie du moto-réducteur ramené sur son arbre de sortie ( $A, \vec{z}_0$ ) est :  $J_m$
- ☞ La masse du mandrin  $S_3$  est  $M$
- ☞ La masse des barres de longueur  $L$  :  $S_1 ; S_4$  et  $S_5$  est :  $m$
- ☞ La masse de la barre de longueur  $2L$  :  $S_2$  est :  $2m$
- ☞ Les quatre barres  $S_1 ; S_2 ; S_4$  et  $S_5$  sont assimilées à des parallélépipèdes rectangles de dimensions :  $L \times d \times e$  ou  $2L \times d \times e$

## **Objectif**

Il s'agit de déterminer l'expression de l'inertie équivalente à l'ensemble des pièces en mouvement ramenée sur l'arbre de sortie du moto-réducteur.

### **Question 1.**

On donne ci-dessous la forme des barres  $S_1$  ;  $S_2$  ;  $S_4$  et  $S_5$ . La dimension  $e = 12$  mm est suivant l'axe des liaisons pivots ( $\vec{z}_0$  pour  $S_1$  et  $S_2$  ;  $\vec{y}_0$  pour  $S_4$  et  $S_5$ ) la dimension  $L$  est suivant  $\vec{x}_1$ .



Etant donné la géométrie des ces barres, en justifiant la réponse, donner les expressions en fonction de  $m$ ,  $L$ ,  $d$  et  $e$  des opérateurs d'inertie (Matrices d'inertie) des quatre barres  $S_1$  ;  $S_2$  ;  $S_4$  et  $S_5$ . Donner également pour chacune d'elle la position de son centre d'inertie  $G_i$  en fonction de  $L$  :  $\vec{AG}_1$  pour  $S_1$  ;  $\vec{BG}_2$  pour  $S_2$  ;  $\vec{DG}_4$  pour  $S_4$  et  $\vec{EG}_5$  pour  $S_5$ .

Simplifier ces expressions sachant que :  $e < d \ll L$ .

### **Question 2.**

Déterminer les expressions des énergies cinétiques des différentes pièces en mouvement :

- ☞  $E_C(Mot/S_0)$  : du moto réducteur dans son mouvement par rapport à  $S_0$  en fonction de  $\omega$  et  $J_m$ .
- ☞  $E_C(S_1/S_0)$  : de la barre  $S_1$  dans son mouvement par rapport à  $S_0$  en fonction  $\omega$ ,  $m$  et  $L$ .
- ☞  $E_C(S_2/S_0)$  : de la barre  $S_2$  dans son mouvement par rapport à  $S_0$  en fonction  $\omega$ ,  $m$ ,  $k_2$ ,  $\lambda$ ,  $\theta_1$  et  $L$ .
- ☞  $E_C(S_3/S_0)$  : du mandrin  $S_3$  dans son mouvement par rapport à  $S_0$  en fonction  $\omega$ ,  $M$ ,  $\lambda$  et  $L$ .
- ☞  $E_C(S_4/S_0)$  : de la barre  $S_4$  dans son mouvement par rapport à  $S_0$  en fonction  $\omega$ ,  $m$ ,  $k_4$  et  $L$ .
- ☞  $E_C(S_5/S_0)$  : de la barre  $S_5$  dans son mouvement par rapport à  $S_0$  en fonction  $\omega$ ,  $m$ ,  $k_4$ ,  $\lambda$ ,  $\theta_4$  et  $L$ .

### **Question 3.**

L'ensemble des pièces en mouvement est le système :  $\Sigma = \{\text{moto réducteur, } S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ . Son énergie cinétique dans son mouvement par rapport à  $S_0$  s'écrit :  $E_C(\Sigma/S_0) = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega^2$ . Afin d'avoir un moment d'inertie équivalent constant quelque soit la valeur de  $\theta_1 \in [45^\circ, 135^\circ]$  on fera l'hypothèse que :  $\sin\left(k_2\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right)\right) \ll 1$  et  $\theta_4 \approx 60^\circ$ .

Déterminer l'expression de  $J_{eq}$  l'inertie équivalente à l'ensemble des pièces en mouvement ramenée sur l'arbre de sortie du moto-réducteur.