

TD3 - Mandrin anti centrifuge

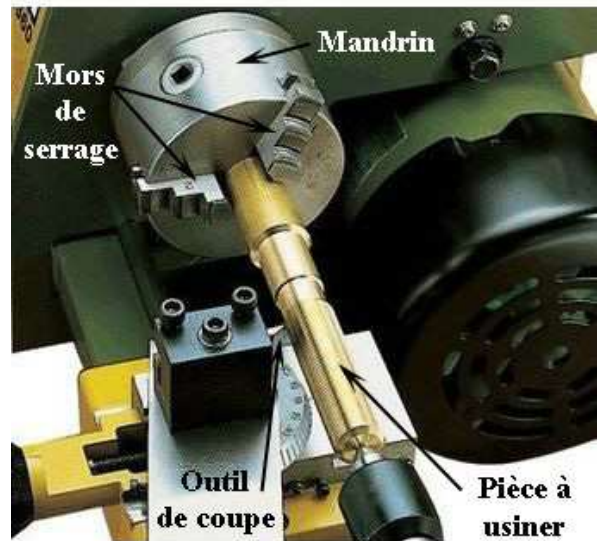
Description du système

Mise en situation

Pour l'usinage de pièces cylindriques on utilise un tour. La **pièce à usiner** est immobilisée dans un **mandrin** qui est en rotation par rapport au bâti de la machine (tour). La forme de la pièce est ensuite donnée par un **outil de coupe** qui décrit le contour de la pièce et lui donne ainsi sa forme.

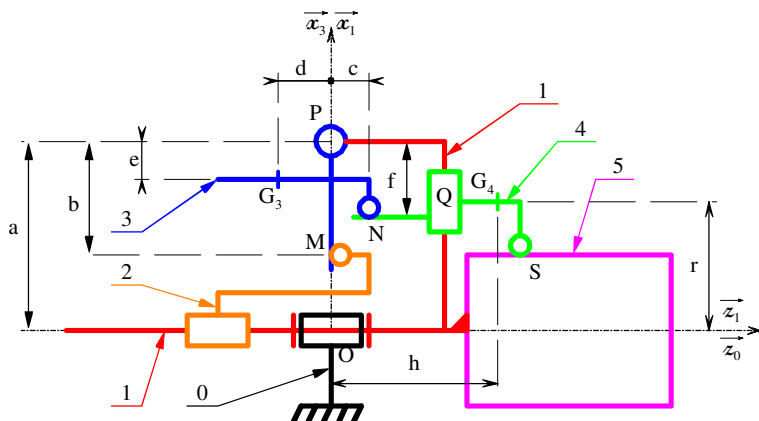
Le serrage de la pièce est assuré par des **mors de serrage** qui sont en liaison glissière dans le mandrin. Ce mandrin étant en rotation par rapport au bâti du tour, l'accélération centripète (la force centrifuge) a tendance à écarter ces mors et donc à réduire l'effort de serrage appliqué sur la pièce à usiner.

Le système étudié est un mandrin anti centrifuge dont le but est de palier à cet inconvénient.



Modélisation du mécanisme

Ce mécanisme est constitué du **Bâti 0** (fixe par rapport au repère galiléen), du **mandrin 1**, d'une **tête de mandrin 2**, d'un **levier 3**, d'un **mors 4** et de la **pièce à usiner 5**.



On pose les repères :

☞ $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ Le repère galiléen lié au bâti de la machine

☞ $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère lié au mandrin 1, tel que : $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$

☞ $\mathcal{R}_3 = (O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ le repère lié au levier 3, tel que : $\vec{y}_3 = \vec{y}_1$

On a les liaisons parfaites suivantes :

- ☞ Le mandrin 1 est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_1) = (O, \vec{z}_0)$ avec le bâti 0. Le taux de rotation du mandrin 1 par rapport au corps 0 est constant dans le temps et a pour expression : $\vec{\Omega}_{1/0} = \omega \cdot \vec{z}_1$
- ☞ Le levier 3 est en liaison pivot d'axe $(P, \vec{y}_1) = (P, \vec{y}_3)$ avec le mandrin 1.
- ☞ La tête de mandrin 2 et le mors 4 sont en liaisons glissière avec le mandrin 1 d'axe $(O, \vec{z}_1)$ et $(Q, \vec{x}_1)$
- ☞ La tête de mandrin 2 et le mors 4 sont également en liaisons ponctuelles avec le levier 3 de normales $(M, \vec{z}_1)$ et $(N, \vec{x}_1)$
- ☞ La pièce à serrer 5 est en liaison encastrement avec le mandrin 1 et en liaison ponctuelle de normale $(S, \vec{x}_1)$ avec le mors 4

Objectif du problème :

L'objectif de notre étude est d'évaluer la variation de l'effort de serrage F_s en fonction de ω la vitesse de rotation du mandrin. Et de déterminer les caractéristiques inertielles du levier 3 pour lesquelles l'effort de serrage augmentera avec l'augmentation de la vitesse de rotation ω .

Hypothèses

- ☞ On néglige l'action de la pesanteur. (Tous les poids sont négligés mais pas les inerties)
- ☞ Toutes les liaisons sont des liaisons parfaites sans frottement.
- ☞ Une fois le serrage effectué le levier 3 est fixe par rapport au mandrin 1. D'où : $\overrightarrow{\Omega_{3/1}} = \vec{0}$ soit : $\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \omega \cdot \vec{z_1}$ avec ω qui est constante : $\dot{\omega} = 0$
- ☞ Pour notre cas (diamètre de la pièce 40 mm) : $\vec{x_3} = \vec{x_1}$ et $\vec{z_3} = \vec{z_1}$. On a donc : $\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_3$.
- ☞ L'effort de serrage est créé par un actionneur qui exerce sur le mandrin 2 une action mécanique (entièrement connue) modélisée par une force de résultante : $\vec{F_a} = -F_a \cdot \vec{z_1}$ et de support (O, $\vec{z}$).
- ☞ L'effort de serrage F_S que l'on cherche à déterminer correspond à la force qu'exerce la pièce à usiner 5 sur le mors 4 et qui se modélise par une force : $\vec{F_{5 \rightarrow 4}} = F_S \cdot \vec{x_1}$ appliquée au point S.

Géométrie du mécanisme et données d'inertie**Mors 4**

Le mors 4 a une masse m_4 et un centre de gravité G_4 tel que : $\overrightarrow{OG_4} = r \cdot \vec{x_1} + h \cdot \vec{z_1}$

Mandrin 1

La géométrie du mandrin 1 est telle que : $\overrightarrow{OP} = a \cdot \vec{x_1}$.

Levier 3

Le levier 3 a une masse m_3 et un centre de gravité G_3 tel que : $\overrightarrow{PG_3} = -e \cdot \vec{x_1} - d \cdot \vec{z_1}$

La matrice d'inertie en P dans les repères $\mathcal{R}_3$ ou $\mathcal{R}_1$ est : $\overline{I_P(3)} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix} \mathcal{R}_3 \text{ ou } \mathcal{R}_1$

La géométrie de ce levier 3 est telle que : $\overrightarrow{PM} = -b \cdot \vec{x_1}$ et $\overrightarrow{PN} = -f \cdot \vec{x_1} + c \cdot \vec{z_1}$

Travail demandé**A- Ordonnancement des isolements**

1- Réaliser un graphe de structure du mécanisme et déterminer son degré d'hyperstatisme.

2- Déterminer les systèmes à isoler, les théorèmes du PFD et les axes sur lesquels projeter ces théorèmes permettant d'arriver à l'objectif du problème. Bien préciser : Les solides isolés, le théorème utilisé (TRD ou TMD), l'axe (ou les axes) de projection et éventuellement le point (Pour le TMD).

B- Géométrie des masses

3- Sachant que le levier 3 a un plan de symétrie (P, $\vec{x_3}$, $\vec{z_3}$) Déterminer la forme de $\overline{I_P(3)}$ la matrice d'inertie en P du levier 3 dans le repère $\mathcal{R}_1$. En déduire l'expression de $\overline{I_{G3}(3)}$ la matrice d'inertie en G_3 du levier 3 dans le repère $\mathcal{R}_1$.

C- Résolution

4- En suivant l'ordonnancement des isolements déterminé à la question 3, déterminer l'expression de F_S en fonction de F_M de ω et des paramètres géométriques et inertiels des pièces. Développer deux calculs différents utilisant les matrices $\overline{I_P(3)}$ et $\overline{I_{G3}(3)}$.

5- En déduire la condition sur E permettant d'obtenir un effort de serrage F_S qui augmente lorsque la vitesse de rotation du mandrin ω augmente.