

PSI 2025–2026
Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Devoir surveillé N°5
Le 9 Février 2026 - Durée 4h

SUJET A
Bouée houlomotrice
Sujet du concours CCP PSI 2016

Composition du sujet

Présentation et sujet :

Pages 1/14 à 12/14

Documents annexes :

Pages 13/14 à 14/14

Cahier réponses :

Pages 1/10 à 10/10

Ce DS correspond au concours CCP PSI 2016
dont vous avez la totalité des documents et qui ont été légèrement modifiés.

Travail à faire :

Lire la présentation pages 2/14 et 3/14 et les annexes pages 13/14 à 14/14.

Traiter les questions Q1 à Q40 :

Vous répondrez intégralement sur le cahier réponse.

Consignes pour la réalisation du devoir surveillé

Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur le cahier réponses.

Bouée houlomotrice

1. Présentation du contexte

La houle est constituée de vagues successives nées de l'effet du vent et pouvant parfois se propager sur de très longues distances. Il s'agit d'une forme concentrée de l'énergie du vent, elle-même issue de l'énergie solaire, c'est donc une énergie renouvelable dont le potentiel n'est actuellement quasiment pas exploité.

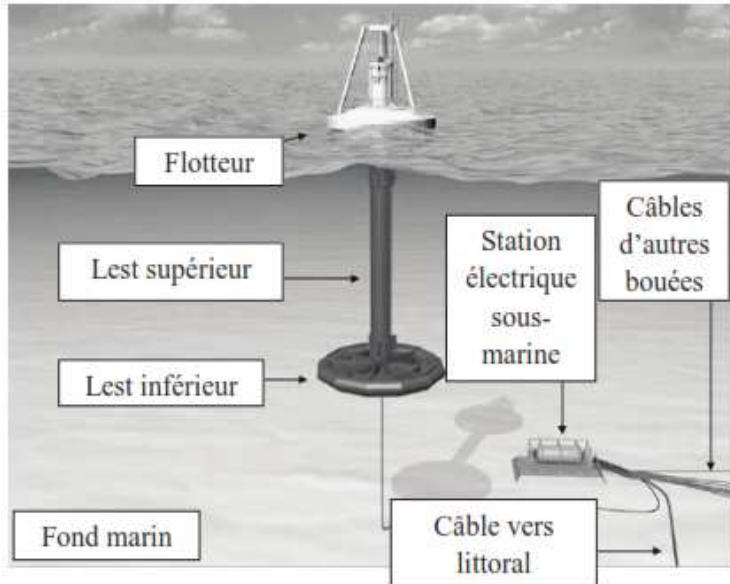


Figure 1 - Principe des bouées de type « Powerbuoy »

L'énergie produite à partir de la houle est appelée houlomotrice (ou énergie des vagues). Cette énergie est le plus souvent transformée en énergie électrique.

Différents dispositifs pour exploiter cette énergie sont en développement. Même si certains d'entre eux font l'objet d'une commercialisation, aucun n'a réellement atteint le stade de la maturité industrielle, contrairement au domaine de l'énergie éolienne ou solaire.

L'énergie produite à partir de la houle est appelée houlomotrice (ou énergie des vagues). Cette énergie est le plus souvent transformée en énergie électrique.

Différents dispositifs pour exploiter cette énergie sont en développement. Même si certains d'entre eux font l'objet d'une commercialisation, aucun n'a réellement atteint le stade de la maturité industrielle.

Le dispositif étudié est une bouée houlomotrice de type « Powerbuoy » (figure 1). Il s'agit d'une structure flottante constituée :

- d'un lest, composé de deux parties (lest inférieur et lest supérieur), partie immergée fixe (ou peu mobile) grâce à un système de mouillage (amarrage) au fond marin (non représenté) ;
- d'un flotteur, partie émergente flottante pouvant coulisser verticalement par rapport au lest. Celui-ci capte l'énergie de la houle en suivant les déplacements verticaux de la surface de la mer, ce qui permet de produire de l'énergie électrique.

Les bouées houlomotrices sont généralement déployées par groupe allant jusqu'à une dizaine d'unités constituant ainsi des "fermes marines" (figure 2).

Celles-ci partagent le système d'amarrage des lests ainsi qu'une station sous-marine qui permet de collecter l'énergie électrique produite et de l'envoyer au réseau électrique à terre par l'intermédiaire d'un câble sous-marin.

Le diagramme SysML des cas d'utilisation (en annexe 1a) permet de mettre en évidence deux configurations que doit adopter la bouée houlomotrice :

- une configuration verticale, avec le lest inférieur complètement immergé, en phase de production d'énergie ;
- une configuration horizontale (figure 3), avec le lest inférieur partiellement immergé, en phase d'installation sur zone de production et de retour à terre par simple remorquage.

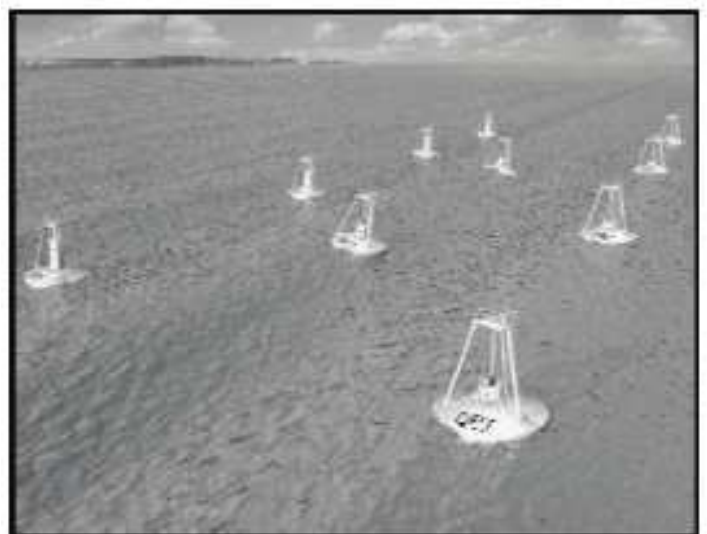


Figure 2 - Ferme marine



Figure 3 - Configuration horizontale pour maintenance et transport

2. Description du système

Le système d'absorption d'énergie est constitué de deux principaux sous-ensembles qu'on distingue d'une part sur la vue simulée d'exploitation (figure 1) et sur le schéma de principe de fonctionnement (figure 4) :

- un lest immergé incluant le dispositif de conversion d'énergie, lest amarré au fond marin par des câbles ;
- un flotteur, immergé en partie, lié au lest par un ensemble de liaisons ne permettant qu'une translation selon la direction $\vec{z}$ (axe approché de symétrie du lest).

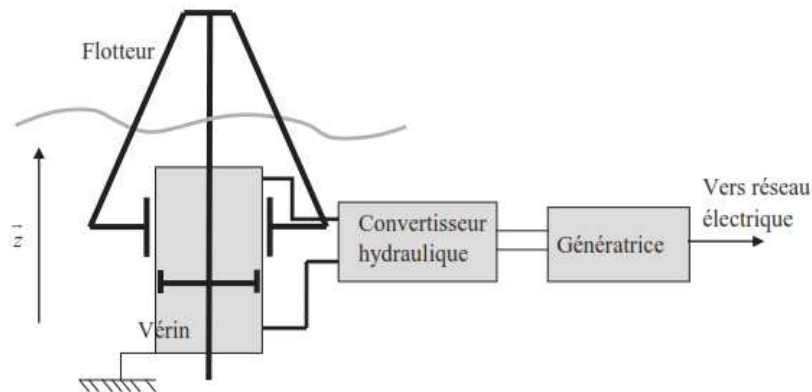


Figure 4 - Principe de fonctionnement du système houlomoteur

Le mouvement de la houle provoque le déplacement du flotteur par rapport au lest et met ainsi en action un vérin hydraulique qui réalise une conversion d'énergie. Le corps du vérin est lié au lest tandis que la tige et le piston sont liés au flotteur. L'énergie hydraulique générée par le vérin est convertie en énergie mécanique par un moteur hydraulique puis en énergie électrique par une génératrice électrique entraînée par le moteur hydraulique. Cette énergie électrique doit pouvoir être directement distribuée au réseau électrique selon les spécifications définies dans le diagramme SysML des exigences fourni (annexe 1b, exigence « production... »).

3. Etude du cas d'utilisation "Installer sur zone de production et entretenir"

Pour passer de la configuration horizontale (phase de remorquage) à la configuration verticale (phase de production d'énergie houlomotrice), un système de ballasts, qui se remplissent d'eau de mer est actionné au niveau inférieur du lest.

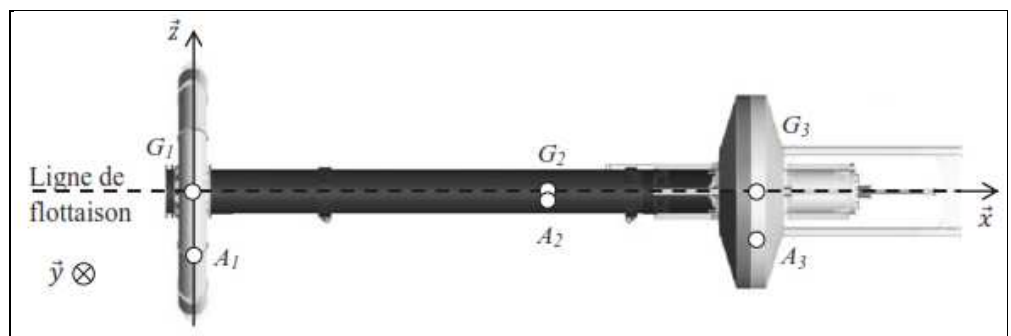


Figure 5 - Bouée en configuration horizontale

En configuration remorquage, ceux-ci sont vides et assurent un équilibre de la bouée, à demie immergée, en position horizontale (figure 5).

En configuration production d'énergie, ils sont partiellement remplis d'eau et assurent un équilibre du lest en position verticale en le laissant émerger de 4 m (figure 6).

On se propose dans cette partie d'analyser ces deux configurations d'équilibre afin de valider la capacité des ballasts. Seule la poussée d'Archimède sera prise en compte pour les actions de l'eau.

Hypothèses et données (figure 5)

- la masse volumique de l'eau de mer est $\rho = 1025 \text{ kg.m}^{-3}$;
- l'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -9,81.\vec{z} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}$;
- on considère que la bouée se compose de 3 parties détaillées ci-dessous :
 - la partie inférieure du lest, de centre de gravité G_1 , de masse $m_1 = 35 \text{ tonnes}$ et de volume $V_1 = 123,15 \text{ m}^3$, contenant le système de ballasts de volume $V_b = 30,00 \text{ m}^3$;
 - la partie supérieure du lest, de centre de gravité G_2 tel que $\overrightarrow{G_1 G_2} = 21,52.\vec{x}$ (en m), de masse $m_2 = 120 \text{ tonnes}$ et de volume $V_2 = 62,20 \text{ m}^3$, qui sera assimilée à un cylindre de diamètre $d_2 = 1,5 \text{ m}$ et de hauteur $h_2 = 35,2 \text{ m}$;
 - le flotteur, de centre de gravité G_3 tel que $\overrightarrow{G_1 G_3} = \lambda.\vec{x}$ (λ en m), de masse $m_3 = 25 \text{ tonnes}$ et de volume $V_3 = 165,87 \text{ m}^3$.

3.1 Etude en configuration remorquage

On considère que la bouée est en configuration horizontale (figure 5) à demie immergée, et que les poussées d'Archimède sur les trois parties de la bouée s'appliquent respectivement en A_1 , A_2 et A_3 tels que $\overrightarrow{G_1 A_i} = l_i.\vec{z}$, avec $i = 1$ à 3 .

- Q1 -** Etablir le bilan des actions mécaniques extérieures qui s'appliquent sur la bouée. Exprimer les différents torseurs aux points G_1 , G_2 ou G_3 en fonction des données ci-dessus. On rappelle que la poussée d'Archimède est l'opposé du poids du volume de liquide déplacé par la partie immergée.
- Q2 -** En appliquant le PFS (préciser le théorème et la projection utilisés), déterminer la position λ du flotteur pour laquelle la bouée est à l'équilibre en position horizontale comme sur la figure 5.

3.2 Etude en configuration production d'énergie

On considère à présent la bouée verticale (figure 6) avec un lest émergé d'une hauteur $h_e = 4 \text{ m}$.

Lors de la production d'énergie, le flotteur peut se translater par rapport au lest, c'est donc l'équilibre du lest seul que l'on doit étudier. On modélise l'action du flotteur sur le lest comme celle transmissible par une liaison glissière (sans frottement) de direction verticale $\vec{z}$.

- Q3 -** Déterminer le volume immergé du lest dans cette configuration (Bouée verticale et hauteur de lest émergé de $h_e = 4 \text{ m}$). En déduire la poussée d'Archimède (faire l'application numérique) qui s'applique sur le lest. On considère pour cela que tout le volume des ballasts est immergé (y compris la partie contenant de l'eau).
- Q4 -** En appliquant le PFS (préciser le théorème et la projection utilisés), déterminer le poids de l'eau contenue dans les ballasts et en déduire son volume (faire l'application numérique). Conclure.

4. Etude du cas d'utilisation "Recevoir de l'énergie électrique produite à partir de l'énergie houlomotrice"

4.1- Identification des caractéristiques du site de production

Le développement de ce système en zone atlantique nord nécessite une étude préalable des périodes (ou fréquences) et des hauteurs de houle caractéristiques de la zone d'implantation de la ferme houlomotrice. Les diagrammes de la figure 7 présentent la répartition de 1480 relevés pour le mois d'octobre.

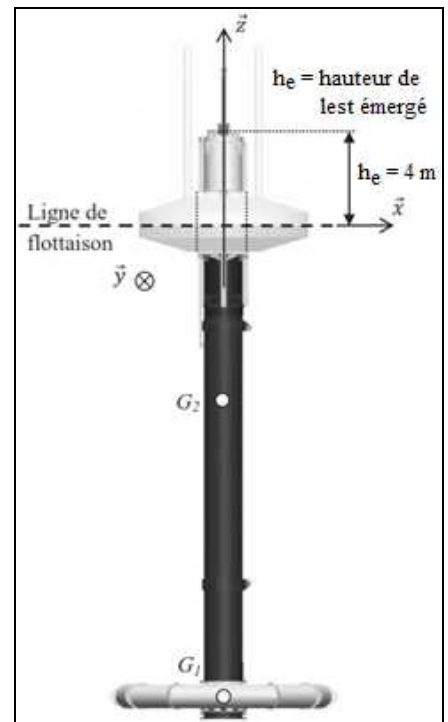


Figure 6 - Bouée en configuration verticale

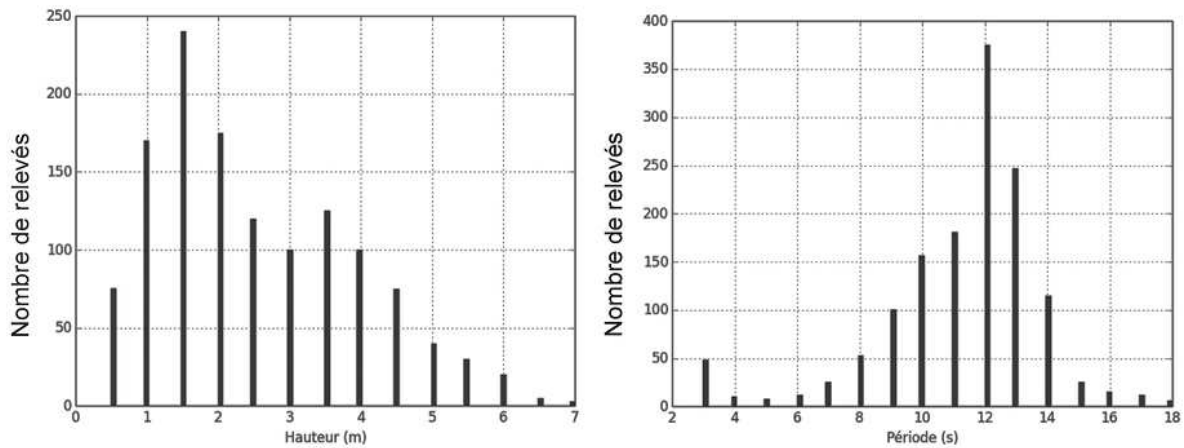


Figure 7 - Répartition des relevés de la hauteur et de la période de houle du mois d'octobre

Q5 - Donner la bande passante $[\omega_{min}, \omega_{max}]$ (en rad. s^{-1}) du système afin qu'il capte convenablement la houle correspondant à 50 relevés au moins, ceci en considérant le système houlomoteur comme un filtre dans le domaine fréquentiel. Préciser la pulsation dominante ω_n .

Durant la conception du système les quatre configurations de houle présentées dans le tableau 1 ont été retenues comme étant représentatives des phases de production d'énergie. Les puissances inférieures à l'état 1 seront généralement insuffisantes à la production d'énergie. Les amplitudes de houle supérieures à 4 mètres conduiront à une mise en sécurité du système.

Configurations de houle	Hauteur H (m)	Période T (s)	Puissance maximale (kW)
Etat 1	1,0	8,0	13,5
Etat 2	2,0	10,0	67,3
Etat 3	3,0	12,0	181,7
Etat 4	4,0	14,0	376,9

Tableau 1 - Paramètres associés aux états représentatifs des phases de production d'énergie

4.2- Démarche de modélisation multiphysique

Afin d'identifier et de valider les paramètres permettant au système de capter l'énergie houlomotrice, une modélisation complète multiphysique de l'ensemble est nécessaire. Le schéma de principe du modèle est donné par la figure 8.

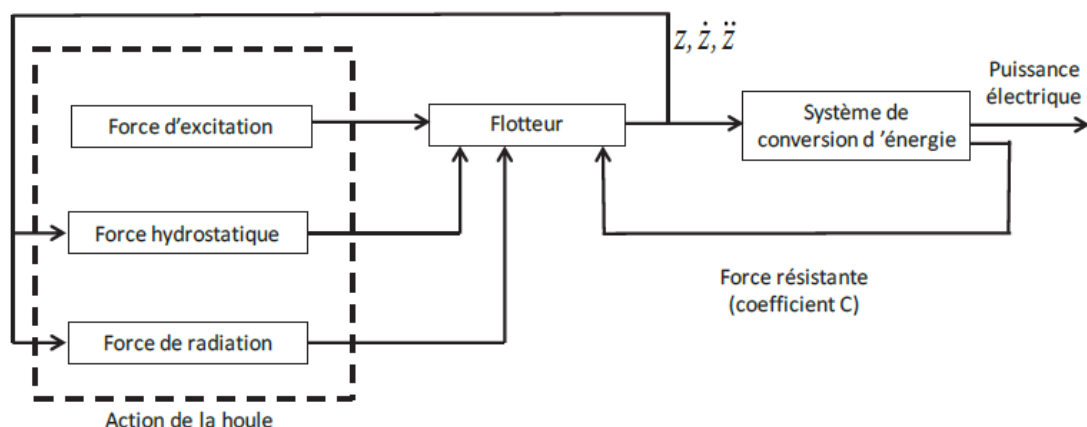


Figure 8 - Modèle multiphysique

On modélise dans un premier temps le comportement hydrodynamique du flotteur sous l'effet de la houle afin de valider sa capacité à capter et transmettre l'énergie de manière optimale au système de conversion d'énergie. On modélise dans un second temps le système de conversion d'énergie afin de vérifier et d'optimiser les paramètres influant sur la quantité d'énergie produite.

Les modèles de comportement du flotteur et du système de conversion d'énergie sont liés par l'action résistante appliquée par le dispositif de conversion sur la bouée. Un modèle multiphysique (figure 8) liant les deux modèles précédents est utilisé pour les simulations du comportement global du système.

4.3- Modélisation hydrodynamique et validation des dimensions du flotteur

Hypothèses et données (figure 4 et tableau 2)

- sous l'effet de la houle, le flotteur est animé d'un mouvement de translation selon la direction verticale $\vec{z}$, paramétré par le déplacement $z(t)$ par rapport à la position d'équilibre. L'ensemble lest, qui contient le système de conversion d'énergie, est considéré fixe par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen ;
- on se place dans les conditions de Heaviside (conditions initiales nulles) ;
- la théorie des vagues linéaires s'applique pour l'étude des actions de la houle sur le flotteur, on peut alors considérer l'action de la houle sur le flotteur comme la somme de trois actions :
 - une force hydrostatique $\vec{f}_{hs}(t)$ qui inclut le poids et la poussée d'Archimède autour de la position d'équilibre $z = 0$ m.
$$\vec{f}_{hs}(t) = -\rho \cdot g \cdot S \cdot z(t) \cdot \vec{z} ;$$
 - une force d'excitation $\vec{f}_e(t)$ de la houle d'une hauteur H et de pulsation ω qui s'exerce sur le flotteur fixe.
$$\vec{f}_e(t) = f_e(t) \cdot \vec{z} = -\rho \cdot g \cdot S \cdot \frac{H}{2} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \vec{z} ;$$
 - une force de radiation $\vec{f}_r(t)$ qui s'exerce sur un flotteur en mouvement dans un plan d'eau immobile.
$$\vec{f}_r(t) = -A \cdot \ddot{z}(t) \cdot \vec{z} - B \cdot \dot{z}(t) \cdot \vec{z}.$$
- l'action mécanique $\Phi(t)$ exercée par le vérin hydraulique sur le flotteur dépend des propriétés de l'ensemble du système de conversion d'énergie incluant le moteur hydraulique et la génératrice électrique. L'action de ce système de conversion d'énergie ramenée au vérin peut être modélisée globalement comme une action résistante proportionnelle à la vitesse de translation du vérin, faisant apparaître un coefficient d'amortissement équivalent noté C . Cette action s'exprime par l'expression :
$$\vec{f}_v(t) = \Phi(t) \cdot \vec{z} = -C \cdot \dot{z}(t) \cdot \vec{z}$$

La puissance mécanique captée par le système de conversion vaudra alors au maximum :

$$P_{cap} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot [\dot{z}(t)]^2.$$

Symbole	Désignation	Valeur numérique
ρ	Masse volumique de l'eau	$1025 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
g	Accélération de la pesanteur	$9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
S	Section du flotteur	$12,58 \text{ m}^2$
m	Masse du flotteur	$m + A = 53 \text{ tonnes}$
A	Masse additionnelle de radiation	
B	Amortissement de radiation	$80 \text{ kN} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^{-1}$
H	Hauteur de houle	Variable
C	Coef. d'amortissement équivalent	Variable $C_{min} = 100 \text{ kN} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^{-1}$
T	Période de la houle	Variable

Tableau 2 - Données numériques pour la modélisation du flotteur

- Q6 -** En précisant le système isolé et le théorème utilisé ainsi que sa projection, établir l'équation différentielle du mouvement du flotteur paramétré par le déplacement $z(t)$ sous la forme :

$$a_2 \cdot \ddot{z}(t) + a_1 \cdot \dot{z}(t) + a_0 \cdot z(t) = f_e(t)$$

Donner l'expression algébrique des coefficients a_i en fonction des données du tableau 2.

- Q7 -** On donne les transformées de Laplace du déplacement de la bouée et de la force d'excitation de la houle : $Z(p) = \mathcal{L}[z(t)]$ et $F_e(p) = \mathcal{L}[f_e(t)]$. Dédurre de la question précédente, l'expression en fonction des coefficients a_i , de la fonction de transfert du flotteur : $H_B(p) = \frac{Z(p)}{F_e(p)}$
- Q8 -** Déterminer l'expression algébrique puis numérique des paramètres caractéristiques de la fonction de transfert $H_B(p)$ (gain statique K , coefficient d'amortissement ξ et pulsation propre non amortie ω_0) en fonction des données du tableau 2 (on prend $C = C_{min}$).
- Q9 -** Tracer dans le plan de Bode, le diagramme asymptotique de gain de la fonction de transfert : $\frac{1}{K} \cdot H_B(j, \omega)$. Représenter l'allure du tracé réel.
- Q10 -** Faire apparaître la bande passante à (-6dB) du flotteur. Conclure quant à la capacité du système à capter l'énergie de la houle pour la pulsation dominante ω_n déterminée à la question Q5.

4.4- Modélisation, validation et optimisation du système de conversion d'énergie

Le système de conversion d'énergie est donné sur le document réponse, question Q11.

Le vérin hydraulique est entraîné par le mouvement relatif de translation entre le flotteur et le lest. La translation du piston par rapport au cylindre du vérin est donc également paramétrée par le déplacement $z(t)$ par rapport à la position d'équilibre. La section utile du piston est notée S_p . Les pressions dans les chambres supérieure et inférieure du vérin sont notées respectivement P_1 et P_2 .

Un réservoir accumulateur haute pression (a) et un réservoir accumulateur basse pression (b) permettent de maintenir les pressions P_a (pression d'admission du moteur hydraulique) et P_b (pression de refoulement du moteur hydraulique) quasi-constantes en régime établi.

Un ensemble de clapets anti-retour (cadres en pointillés à compléter) permet de générer un débit volumique unidirectionnel $Q_m(t)$ vers le moteur hydraulique à simple flux, quel que soit le sens de déplacement du piston. Le schéma et le principe des clapets anti-retour sont donnés avec le schéma de principe de la conversion d'énergie. Les pertes induites par ce circuit redresseur sont négligées.

On peut alors considérer en régime établi, et en première approximation, les relations suivantes entre les pressions dans les réservoirs et dans les chambres du vérin : **$P_a = \max(P_1, P_2)$ et $P_b = \min(P_1, P_2)$** .

- Q11 -** Compléter les zones en pointillés du schéma hydraulique du document réponse Q11 en dessinant les clapets anti-retour conformément à la description précédente.

Le moteur hydraulique possède une cylindrée variable (volume d'huile débité par tour) égale au produit $x_m \cdot D_m$, où D_m est la cylindrée maximale et x_m le facteur de commande de la cylindrée. La cylindrée du moteur peut varier de manière continue en fonctionnement. La vitesse de rotation de l'arbre de sortie du moteur est notée $\omega_m(t)$ en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. On pourra utiliser les relations élémentaires suivantes :

- différence de pression entre l'admission et le refoulement $\Delta P = P_a - P_b$;
- débit volumique d'huile traversant le moteur **$Q_m(t) = x_m \cdot D_m \cdot \omega_m(t)$** ;
- puissance délivrée au moteur hydraulique **$P_{mh}(t) = Q_m(t) \cdot \Delta P$** .

Le rotor de la génératrice électrique est directement entraîné par le moteur hydraulique. La génératrice est une machine asynchrone à double alimentation (MADA) du même type que celles qui équipent les aérogénérateurs.

Dans le domaine d'utilisation de la génératrice, le couple résistant noté $C_g(t)$ exercé par le stator de la génératrice sur l'axe du rotor est tel que : **$C_g(t) = -f_{cg} \cdot \omega_m(t)$** .

L'électronique utilisée dans la MADA permet de faire varier, si nécessaire, **le facteur de couple f_{cg}** .

Le moment d'inertie des rotors du moteur hydraulique et de la génératrice est noté J .

Symbole	Désignation	Valeur numérique
D_m	Cylindrée maximale du moteur	$60 \text{ cm}^3 \cdot \text{tour}^{-1}$ soit $9,55 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{rad}^{-1}$
x_m	Facteur de commande de la cylindrée	$[0,1 ; 1]$
f_{cg}	Facteur de couple variable de la génératrice	$0,19 \text{ N.m. (rad.s}^{-1})^{-1}$ en maxi
J	Moment d'inertie	2 kg.m^2
S_p	Section utile du piston	$0,007 \text{ m}^2$
P_a	Pression d'admission du moteur	$P_{a,\max} = 350 \text{ bars}$ $P_{a,\min} = 30 \text{ bars}$
P_b	Pression de refoulement du moteur	$P_{b,\min} = 10 \text{ bars}$

Tableau 3 - Données numériques pour la modélisation du système de conversion d'énergie

Q12 - Montrer qu'en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à un système qui sera précisé on obtient la relation

$$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = -f_{cg} \cdot \omega_m(t) + x_m \cdot D_m \cdot \Delta P$$

Dans des conditions de fonctionnement usuelles et en fonction des différents réglages du moteur hydraulique et de la génératrice, les études expérimentales montrent que la différence de pression a une valeur moyenne comprise entre 30 et 120 bars.

Q13 - Déduire de l'équation obtenue à la question Q12 les valeurs extrêmes $\omega_{m,\max}$ et $\omega_{m,\min}$ en régime établi pour ces valeurs de différence de pression ΔP . Pour cela, on considère que la génératrice applique son couple maximal sans faire varier la cylindrée du moteur ($x_m = 1$). Conclure quant au respect de l'exigence de vitesse nominale de la génératrice.

Afin de maintenir la vitesse de rotation de la génératrice dans un intervalle garantissant un rendement optimal, un asservissement en vitesse de rotation du moteur hydraulique est réalisé en contrôlant sa cylindrée via le paramètre x_m .

4.4.1- Modélisation du système de contrôle de la cylindrée du moteur hydraulique

Le moteur hydraulique employé dans le dispositif de conversion mécanique est un moteur à 9 pistons axiaux, à cylindrée variable. On va chercher à modéliser la partie mécanique du dispositif de commande de la cylindrée et à valider la linéarité de son comportement.

Le principe de fonctionnement du moteur hydraulique est représenté sur le schéma cinématique de la figure 9.

Le moteur hydraulique est alimenté selon le débit volumique $Q_m(t)$ qui est installé par le vérin hydraulique via les clapets anti-retour.

Ce débit installe la vitesse de rotation du rotor (3) autour de l'axe $(O, \vec{z}_0)$ par l'intermédiaire du système de transformation de mouvement de translation des pistons p_i en rotation du rotor 3.

Ce système est à géométrie variable, de paramètre angulaire $\alpha(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ ce qui permet la variation de cylindrée du moteur.

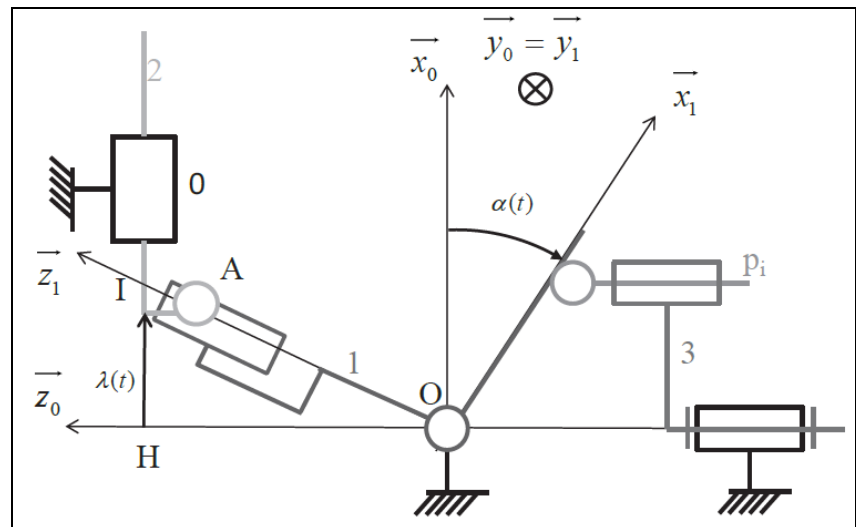


Figure 9 - Schéma cinématique du moteur hydraulique

La vitesse de rotation du rotor est donc fonction principalement du débit $Q_m(t)$ et de l'angle $\alpha(t)$.

La variation de cylindrée du moteur correspond à la possibilité de faire varier l'amplitude du mouvement axial des pistons. Ceci s'obtient par un mécanisme qui permet de régler l'inclinaison $\alpha(t)$ du plateau (1).

Le plateau (1) peut pivoter autour de l'axe $(O, \vec{y}_0)$ commandé par un vérin de commande dont la tige (2) translation dans la direction $\vec{x}_0$ par rapport au bâti du moteur. Ce vérin est lui-même alimenté par un débit installé par une servovalve hydraulique.

Le déplacement de la tige de ce vérin par rapport à son corps est paramétré par $\lambda(t)$.

On démontre que le lien entre la cylindrée du moteur et l'inclinaison du plateau est donné par la relation :

$$x_m(\alpha) \cdot D_m = K_\alpha \cdot \tan(\alpha) \quad \text{où } K_\alpha \text{ est une constante dépendant de la géométrie.}$$

Paramètres géométriques

$$\overrightarrow{OA} = r(t) \cdot \vec{z}_1 \quad \overrightarrow{IA} = -e \cdot \vec{z}_0 \quad \overrightarrow{HI} = \lambda(t) \cdot \vec{x}_0 \quad \overrightarrow{OH} = L \cdot \vec{z}_0 \quad \alpha(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$$

4.4.1- Etude de l'hyperstatisme du mécanisme du moteur hydraulique

- Q14** - A quoi correspondent les trois mobilités du mécanisme modélisé sur la figure 9 ? Préciser également pour chacune d'elles si la mobilité est utile ou interne.
- Q15** - Calculer le degré d'hyperstatisme de ce mécanisme
- Q16** - Quel sera la conséquence de cet hyperstatisme si on souhaite déterminer par une étude statique toutes les inconnues sthéniques (inconnues des actions mécaniques) des liaisons.
- Q17** - Proposer (sans justification) une autre liaison entre le bâti 0 et la tige 2 du vérin permettant de rendre le mécanisme isostatique.

Le torseur sthénique de la liaison entre 0 et 2 de la figure 9 s'écrit :

$$\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{0 \rightarrow 2} \\ Y_{0 \rightarrow 2} & M_{0 \rightarrow 2} \\ Z_{0 \rightarrow 2} & N_{0 \rightarrow 2} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$$

- Q18** - Donner une hypothèse qu'il est possible de faire pour déterminer toutes les inconnues sthéniques des liaisons en conservant la modélisation de la figure 9.

4.4.2- Modélisation du système de contrôle de la cylindrée du moteur hydraulique

- Q19** - Déterminer l'expression de λ en fonction de α , L et e .
- Q20** - Dédurre de la question précédente le paramètre K_m tel que $x_m(\alpha) \cdot D_m = K_m \cdot \lambda$. Conclure quant à la linéarité du mécanisme de commande de la cylindrée.

4.4.3- Modélisation de la boucle d'asservissement de vitesse du moteur hydraulique

Le schéma-bloc à retour unitaire de l'asservissement en vitesse du moteur hydraulique est présenté sur le document réponse, question Q21.

Le comportement dynamique du système de variation de la cylindrée du moteur peut être modélisé comme un système du premier ordre dont la fonction de transfert est $H_{mh}(p) = \frac{K_{mh}}{1 + \tau_{mh} \cdot p}$ avec $K_{mh} = 1$ et $\tau_{mh} = 0,1$ s.

$H_{mh}(p) = \frac{X_m(p)}{X_{mc}(p)}$ où $X_m(p) = \mathcal{L}[x_m(t)]$ est le facteur de commande de la cylindrée et $X_{mc}(p) = \mathcal{L}[x_{mc}(t)]$ la consigne de facteur de commande de la cylindrée.

L'écart en sortie de comparateur $\varepsilon(p) = \omega_{mc}(p) - \omega_m(p)$ est corrigé par un correcteur à action proportionnelle et intégrale (PI), de fonction de transfert $C(p) = K_c + K_i \cdot \frac{1}{p}$, qui génère une consigne de facteur de commande du débit $X_{mc}(p) = C(p) \cdot \varepsilon(p)$.

- Q21** - Compléter la zone en pointillés du schéma-bloc du document réponse en utilisant l'équation présentée dans la question Q12.

4.4.4- Correction de l'asservissement en vitesse du moteur hydraulique

Correction proportionnelle

On considère d'abord que $K_c = 1$ et $K_i = 0$.

Q22 - Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO(p) de l'asservissement en vitesse du moteur hydraulique sous forme canonique, sous ces hypothèses pour K_c et K_i . Faire l'application numérique pour $\Delta P = 100 \text{ b}$.

Le tracé de la fonction de transfert en boucle ouverte dans le plan de Bode pour $K_c = 1$, $K_i = 0$ et $\Delta P = 100 \text{ b}$ est donné sur le document réponse question Q23.

Q23 - Déterminer sur le document réponse la marge de gain et la marge de phase du système non corrigé ($K_c = 1$ et $K_i = 0$). Faire apparaître vos tracés. Est-ce conforme à l'exigence de stabilité ?

Q24 - Déterminer, sur le document réponse question Q24 en faisant apparaître les tracés nécessaires, la valeur numérique du gain K_c (avec son unité) permettant de vérifier cette exigence de stabilité.

Q25 - Donner l'expression de l'écart statique pour un échelon unitaire de vitesse de rotation. Est-ce conforme à l'exigence de précision ? Justifier alors l'utilisation du correcteur PI dans le système.

Correction proportionnelle intégrale

Q26 - Ecrire la fonction de transfert du correcteur sous la forme $C(p) = K \cdot \frac{1+\tau_c p}{p}$ et identifier le gain K et la constante de temps τ_c en fonction de K_c et K_i .

On souhaite dimensionner ce correcteur. Pour cela on va déterminer K et τ_c puis ensuite K_c et K_i qui permettent d'avoir une marge de phase de 45° à la pulsation de coupure $\omega_{0dB} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$

Q27 - Par le calcul ou par lecture sur le diagramme de Bode du système non corrigé (dans ce dernier cas faire apparaître les tracés nécessaires sur le document réponse), déterminer le gain dynamique et la phase du correcteur à la pulsation de coupure $\omega_{0dB} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$ permettant d'obtenir une marge de phase de 45° à la pulsation de coupure $\omega_{0dB} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$.

Q28 - Déterminer la constante de temps τ_c puis le gain K du correcteur pour cela.

Q29 - En déduire les gains K_c et K_i du correcteur. Donner leurs unités.

On donne sur la figure 10 les évolutions de $x_m(t)$ en réponse à un échelon de vitesse de rotation de 1500 tours par minute pour $K_c = 0,06$ et $K_i = 0,12$ et $\Delta P = 100 \text{ bars}$.

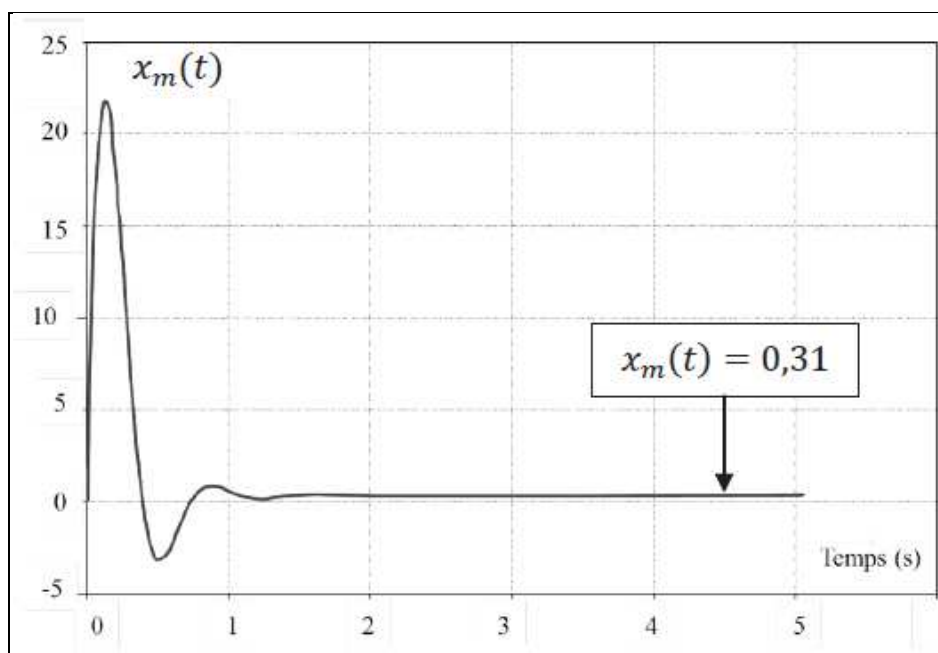


Figure 10 - Paramètre de commande de la cylindrée $x_m(t)$

- Q30** - Commenter la courbe $x_m(t)$. Quel élément faut-il ajouter dans le schéma-bloc pour représenter le comportement réel du dispositif de commande de la cylindrée ?
- Q31** - Indiquer si la cylindrée du moteur est adaptée pour une différence de pression ΔP comprise entre 30 et 120 bars, ceci d'après la valeur atteinte en régime établi par $x_m(t)$ sur la figure 10. Justifier la réponse.

4.4.5- Optimisation des paramètres de production d'énergie

L'objectif de cette sous-partie est de mettre en évidence les paramètres et leurs valeurs qui permettent d'optimiser la quantité d'énergie prélevée par le système houlomoteur pour des vagues régulières. Les notations et les grandeurs sont les mêmes que celles détaillées dans les parties précédentes.

On considère par la suite que la fonction de transfert du flotteur est donnée par $H_B(p) = \frac{c_0}{c_1 + c_2 \cdot p + c_3 \cdot p^2}$ où seul le coefficient c_2 est fonction du coefficient d'amortissement équivalent C , $c_2 = C + B$.

Rappel : $Z(p) = H_B(p) \cdot F_e(p)$.

On étudie le comportement du système dans le domaine harmonique ($p \rightarrow j \cdot \omega$)

- Q32** - Donner l'expression de la vitesse du flotteur en régime harmonique $V(j \cdot \omega)$ en fonction de $H_B(j \cdot \omega)$ et de $F_e(j \cdot \omega)$.

La puissance moyenne captée peut être calculée en fonction du coefficient C et de la vitesse par l'expression suivante : $P_{cap} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot |V(j \cdot \omega)|^2$.

On considère d'abord la puissance P_{cap} comme une fonction du coefficient C du système de conversion hydraulique, $P_{cap}(C)$.

- Q33** - Exprimer la relation mathématique qui permet de le caractériser un supposé maximum de $P_{cap}(C)$.
- Q34** - Déterminer l'expression de C_{opt} , valeur optimale du coefficient C qui maximise la puissance captée en fonction de ω , ceci en utilisant la relation établie à la question précédente.

On peut déduire la vitesse optimale V_{opt} à partir de l'expression de C_{opt} obtenue question Q34.

L'effort exercé par le vérin hydraulique sur le flotteur dans les conditions optimales est alors donné par $|\Phi_{opt}(\omega)| = C_{opt} \cdot |V_{opt}|$. La hauteur de houle a peu d'influence sur ces paramètres optimaux.

Les graphes de la figure 11 représentent Φ_{opt} et C_{opt} obtenus avec les relations établies à la question Q34 en fonction de la période de la houle.

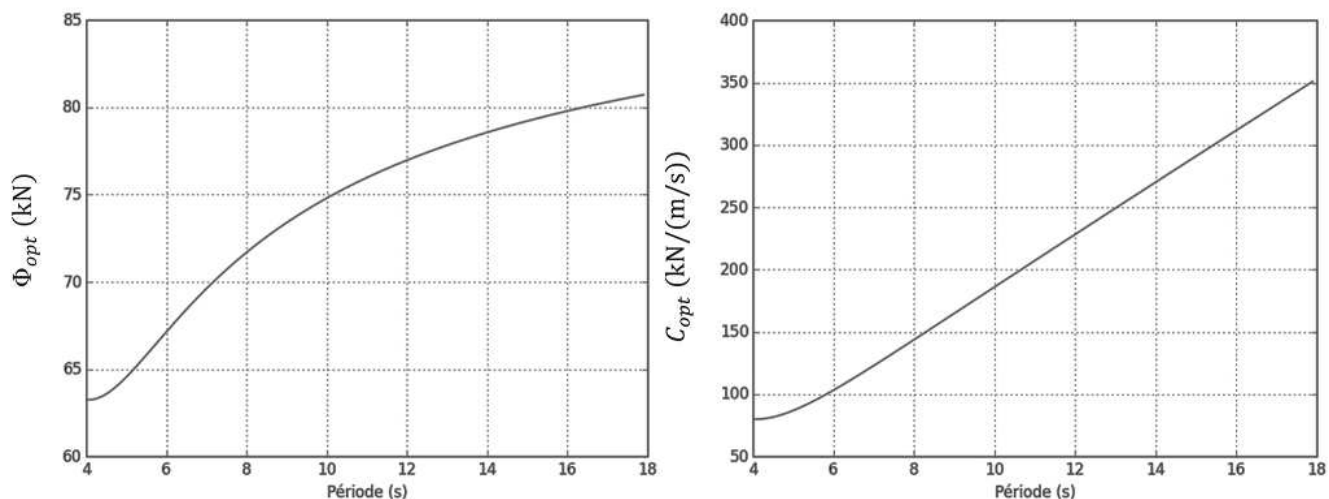


Figure 11 - Paramètres optimaux en fonction de la période

- Q35** - Exprimer l'effort $\phi(t)$ exercé par le système de conversion hydraulique sur la bouée en fonction la section utile du piston S_p et de la différence de pression ΔP . Conclure quant à la capacité du moteur hydraulique (tableau 3) à imposer la valeur maximale de l'effort Φ_{opt} fourni sur la figure 11.

On montre que le coefficient d'amortissement de l'ensemble de conversion d'énergie s'exprime par la relation : $C = \left(\frac{s_p}{x_m \cdot D_m} \right)^2 \cdot f_{cg}$.

Q36 - Indiquer si la génératrice choisie permet d'imposer la valeur maximale de C_{opt} pour une valeur moyenne $x_m = 0,3$.

5. Synthèse : simulation en conditions réelles de houle

Le modèle global multiphysique de la figure 8 est établi à partir des modèles élaborés dans les différentes parties de ce sujet. Il est non linéaire et nécessite d'être simulé à l'aide d'un outil informatique adapté. Les rendements des différents composants sont également pris en compte dans ce modèle. La détermination des paramètres optimaux C_{opt} et Φ_{opt} prend en compte le caractère non régulier des houles réelles.

Q37 - Citer deux sources de non linéarité et trois sources de perte énergétique à prendre en compte dans le modèle.

Les courbes de la figure 12 représentent les résultats de simulation pour des conditions de houle non régulières réalistes en appliquant la stratégie 3.

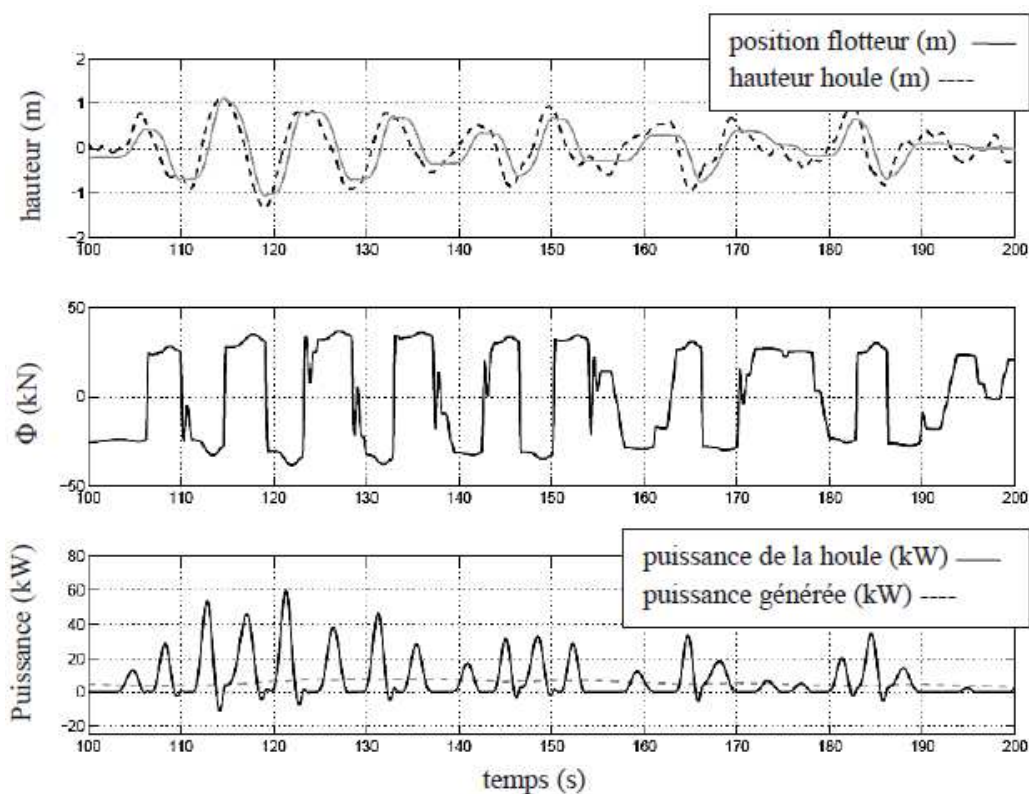


Figure 12 - Simulation du modèle multiphysique pour des conditions de houle réalistes

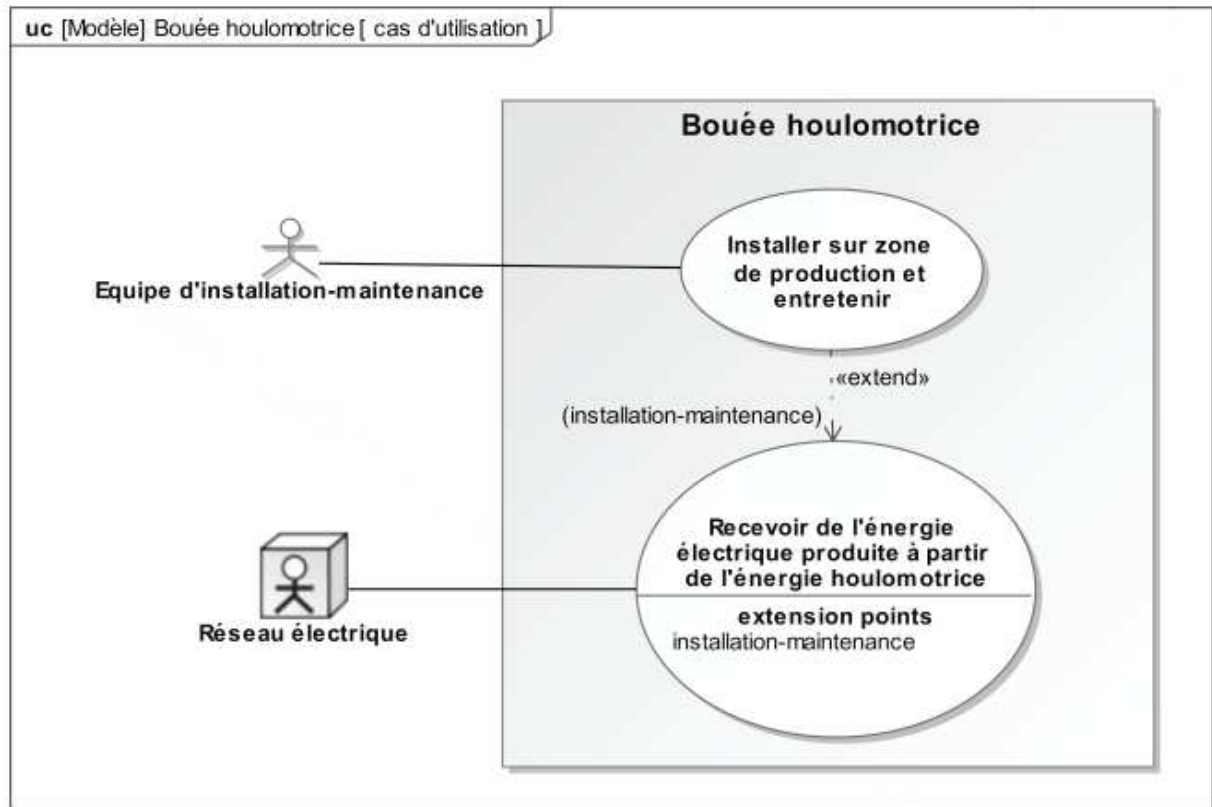
Q38 - Comparer l'allure de la puissance de la houle à celle de la puissance générée par le système. Indiquer quel(s) composant(s) permet(tent) d'obtenir un tel comportement.

Q39 - Indiquer quelle est la période de houle dominante utilisée pour la simulation. Comparer la valeur de Φ_{opt} imposée à celle optimale tracée sur la figure 11. Indiquer comment justifier cet écart.

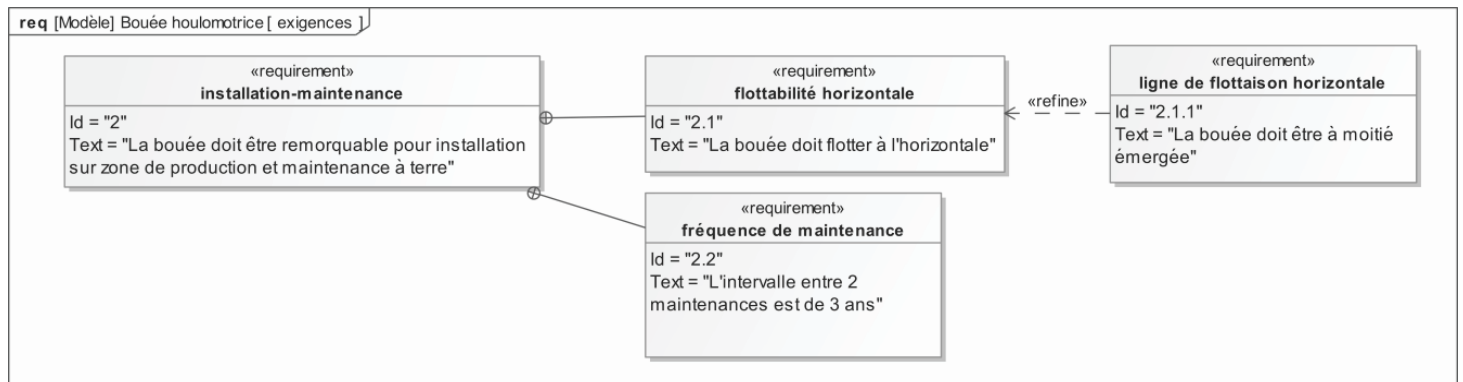
Q40 - Conclure quant au respect des exigences du système simulé en justifiant la réponse.

Annexe 1 - Diagrammes SysML de la bouée « Powerbuoy »

Annexe 1a - Diagramme des cas d'utilisation



Annexe 1b - Diagramme des exigences (début)



Annexe 1c - Diagramme des exigences (suite)

