

PSI 2025-2026**DS N°5 - Bouée houlomotrice****9 Février 2026****Corrigé****Question Q1**

Bilan des actions mécaniques extérieures s'appliquant sur la bouée :

☞ Poids de la partie inférieure : Force $-m_1.g.\vec{z}$ appliquée en G_1 : $\{\mathbf{T}_{\text{pes} \rightarrow 1}\} = \mathbf{G}_1 \begin{Bmatrix} -m_1.g.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

☞ Poids de la partie supérieure : Force $-m_2.g.\vec{z}$ appliquée en G_2 : $\{\mathbf{T}_{\text{pes} \rightarrow 2}\} = \mathbf{G}_2 \begin{Bmatrix} -m_2.g.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

☞ Poids du flotteur : Force $-m_3.g.\vec{z}$ appliquée en G_3 : $\{\mathbf{T}_{\text{pes} \rightarrow 3}\} = \mathbf{G}_3 \begin{Bmatrix} -m_3.g.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

☞ Poussé d'Archimède sur la partie inférieure : Force $\rho.g.\frac{V_1}{2}.\vec{z}$ appliquée en A_1

avec $\vec{G_1A_1} // \vec{z}$ donc $\vec{G_1A_1} \wedge \rho.g.\frac{V_1}{2}.\vec{z} = \vec{0}$ On en déduit : $\{\mathbf{T}_{\text{eau} \rightarrow 1}\} = \mathbf{G}_1 \begin{Bmatrix} \rho.g.\frac{V_1}{2}.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

☞ Poussé d'Archimède sur la partie supérieure : Force $\rho.g.\frac{V_2}{2}.\vec{z}$ appliquée en A_2

avec $\vec{G_2A_2} // \vec{z}$ donc : $\vec{G_2A_2} \wedge \rho.g.\frac{V_2}{2}.\vec{z} = \vec{0}$ On en déduit : $\{\mathbf{T}_{\text{eau} \rightarrow 2}\} = \mathbf{G}_2 \begin{Bmatrix} \rho.g.\frac{V_2}{2}.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

☞ Poussé d'Archimède sur le flotteur : Force $\rho.g.\frac{V_3}{2}.\vec{z}$ appliquée en A_3

avec $\vec{G_3A_3} // \vec{z}$ donc : $\vec{G_3A_3} \wedge \rho.g.\frac{V_3}{2}.\vec{z} = \vec{0}$ On en déduit : $\{\mathbf{T}_{\text{eau} \rightarrow 3}\} = \mathbf{G}_3 \begin{Bmatrix} \rho.g.\frac{V_3}{2}.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

Question Q2

La bouée étant à l'équilibre l'application du théorème du moment statique en G_1 en projection sur l'axe $\vec{y}$ donne :

$$\vec{G_1G_2} \wedge (-m_2.g.\vec{z}).\vec{y} + \vec{G_1G_3} \wedge (-m_3.g.\vec{z}).\vec{y} + \vec{G_1G_2} \wedge \rho.g.\frac{V_2}{2}.\vec{z}.\vec{y} + \vec{G_1G_3} \wedge \rho.g.\frac{V_3}{2}.\vec{z}.\vec{y} = 0$$

Sachant que : $\vec{G_1G_2} = 21,52.\vec{x}$ et : $\vec{G_1G_3} = \lambda.\vec{x}$

On obtient : $21,52.m_2.g + \lambda.m_3.g - 21,52.\rho.g.\frac{V_2}{2} - \lambda.\rho.g.\frac{V_3}{2} = 0$

Soit : $\lambda = 21,52 \cdot \frac{\rho.V_2 - 2.m_2}{2.m_3 - \rho.V_3}$

Application numérique : $\lambda = 21,52 \cdot \frac{1025 \times 62,20 - 2 \times 120\,000}{2 \times 25\,000 - 1025 \times 165,87}$

$\lambda = 31,60 \text{ m}$

Question Q3

La partie immergée du lest a un volume $V_{\text{im}} = V_1 + V_2 - h_e.\pi.\frac{d_2^2}{4}$

D'où la poussée d'Archimède sur le lest : $\vec{F_A} = \rho.\left(V_1 + V_2 - h_e.\pi.\frac{d_2^2}{4}\right).g.\vec{z}$

Application numérique : $\vec{F_A} = 1025 \times \left(123,15 + 62,20 - 4.\pi.\frac{1,5^2}{4}\right) \times 9,81.\vec{z} \Rightarrow \vec{F_A} = F_A.\vec{z}$

Avec : **$F_A = 1,79.10^6 \text{ N}$**

Question Q4

Bilan des actions mécaniques extérieures s'appliquant sur le lest :

- ☞ Poids du lest : Force : $-(m_1 + m_2).g. \vec{z}$
- ☞ Poussée d'Archimède : Force : $\vec{F}_A = F_A. \vec{z}$ en N
- ☞ Action du flotteur sur le lest due à la liaison glissière de direction $\vec{z}$
- ☞ Poids de l'eau dans les ballasts : Force : $-\rho.g.V_{\text{eau}}. \vec{z}$

L'application du théorème de la résultante statique en projection sur l'axe $\vec{z}$ donne :

$$F_A - (m_1 + m_2).g - \rho.g.V_{\text{eau}} = 0 \quad \text{Soit :} \quad V_{\text{eau}} = \frac{F_A - (m_1 + m_2).g}{\rho.g}$$

$$\text{Application numérique : } V_{\text{eau}} = \frac{1,79.10^6 - (120\,000 + 35\,000) \times 9,81}{1025 \times 9,81} \quad V_{\text{eau}} = 26,8 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{eau}} \leq V_b = 30 \text{ m}^3 \quad \text{Donc le volume des ballast est suffisant.}$$

Question Q5

Les périodes qui ont 50 relevés au moins sont comprises entre 8 et 14 s. D'où la bande passante :

$$\left[\frac{2.\pi}{14}, \frac{2.\pi}{8} \right] = [0,44, 0,79] \text{ en rad.s}^{-1}$$

Le plus grand nombre de relevé est pour le période de 12 s. D'où la pulsation dominante :

$$\omega_n = \frac{2.\pi}{12} = 0,52 \text{ rad.s}^{-1}$$

Question Q6

On isole le flotteur. Bilan des actions mécaniques extérieures appliquée sur ce flotteur :

- ☞ Force hydrostatique : Force : $f_{\text{HS}}(\vec{t}) = -\rho.g.S.z(t). \vec{z}$
- ☞ Force d'excitation : Force : $f_e(\vec{t}) = f_e(t). \vec{z} = -\rho.g.S.\frac{H}{2}.\sin(\omega.t). \vec{z}$
- ☞ Force de radiation : Force : $f_r(\vec{t}) = -A.\ddot{z}. \vec{z} - B.\dot{z}. \vec{z}$
- ☞ Action du vérin hydraulique sur le flotteur : Force : $f_r(\vec{t}) = -C.\dot{z}. \vec{z}$

L'application du théorème de la résultante dynamique en projection sur l'axe $\vec{z}$ donne :

$$f_{\text{HS}}(\vec{t}) + f_e(\vec{t}) + f_r(\vec{t}) + f_r(\vec{t}) = m.\ddot{z}. \vec{z} \quad \text{Soit :} \quad f_e(t) = a_2.\ddot{z} + a_1.\dot{z} + a_0$$

$$\text{Avec :} \quad a_2 = m + A \quad a_1 = B + C \quad a_0 = \rho.g.S$$

Question Q7

Cette équation passée dans le domaine de Laplace nous donne : $F_e(p) = (a_0 + a_1.p + a_2.p^2).Z(p)$

$$\text{D'où : } H_B(p) = \frac{Z(p)}{F_e(p)} = \frac{1}{a_0 + a_1.p + a_2.p^2} \quad \text{Soit sous sa forme canonique : } H_B(p) = \frac{\frac{1}{a_0}}{1 + \frac{a_1}{a_0}.p + \frac{a_2}{a_0}.p^2}$$

Question Q8

Fonction de transfert du 2nd ordre de :

$$\text{Gain statique : } K = \frac{1}{a_0} = \frac{1}{\rho.g.S} = 7,91.10^{-6} \text{ m.N}^{-1}$$

De pulsation propre :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} = \sqrt{\frac{\rho.g.S}{m + A}} = 1,54 \text{ rad.s}^{-1}$$

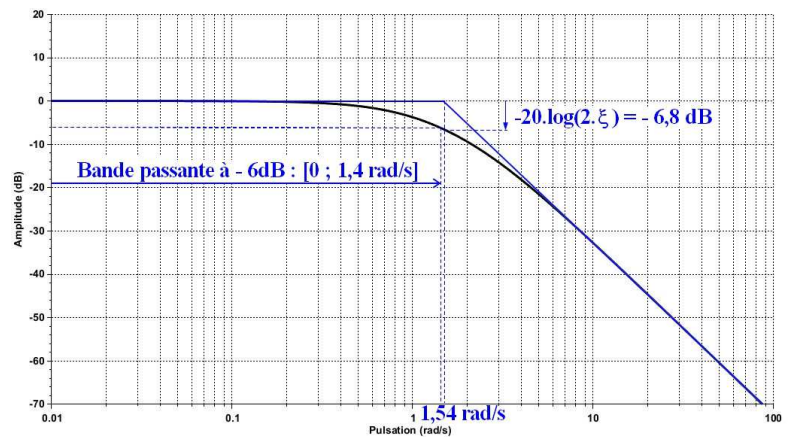
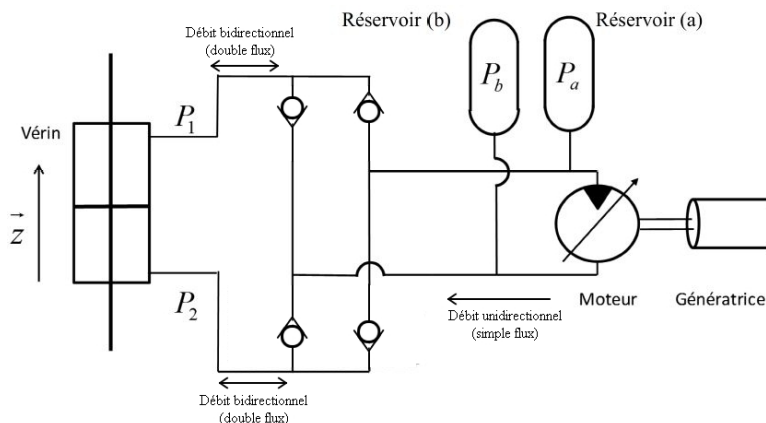
Et facteur d'amortissement :

$$\xi = \frac{\omega_0.a_1}{2.a_0} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \cdot \frac{a_1}{a_0} = \frac{a_1}{2.\sqrt{a_0.a_2}} = \frac{B + C}{2.\sqrt{\rho.g.S.(m + A)}} = 1,1$$

Question Q9 et Q10

La pulsation dominante : $\omega_n = 0,52 \text{ rad.s}^{-1}$ appartient bien à la bande passante : $[0 ; 1,4 \text{ rad.s}^{-1}]$. Donc le système parviendra bien à capter l'énergie de la houle pour cette pulsation dominante.

De même pour toutes les autres pulsations déterminées à la question 5 : $[0,44 ; 0,79] \subset [0 ; 1,4]$.

**Question Q11****Question Q12**

On isole le moteur hydraulique.

Son énergie cinétique est : $E_C(\text{mot/bati}) = \frac{1}{2} J \cdot \omega_m^2(t)$

Les puissances des actions extérieures sont :

☞ La puissance hydraulique : $P_{mh}(t) = Q_m(t) \cdot \Delta P = x_m(t) \cdot D_m \cdot \Delta P$

☞ La puissance du couple résistant : $P(C_g \rightarrow \text{mot/bati}) = -f_{Cg}(t) \cdot \omega_m(t) \cdot \omega_m(t)$

Les puissances des actions intérieures sont nulles.

L'application du théorème de l'énergie cinétique donne donc :

$$\frac{d E_C(\text{mot/bati})}{dt} = P(C_g \rightarrow \text{mot/bati}) + P_{mh}(t) \Leftrightarrow J \cdot \frac{d \omega_m(t)}{dt} = -f_{Cg}(t) \cdot \omega_m(t) + x_m(t) \cdot D_m \cdot \Delta P$$

Question Q13

En régime établi: $\frac{d \omega_m(t)}{dt} = 0$ On a donc : $0 = -f_{Cg}(t) \cdot \omega_m(t) + x_m(t) \cdot D_m \cdot \Delta P$

Soit pour $x_m(t) = 1$ $\omega_m = \frac{D_m \cdot \Delta P}{f_{Cg}}$ Or : $\left| \begin{array}{l} \Delta P_{\max} = 120 \text{ b} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ Pa} \\ \Delta P_{\min} = 30 \text{ b} = 3 \cdot 10^6 \text{ Pa} \end{array} \right.$

On a donc :

$$\omega_{m,\max} = \frac{9,55 \cdot 10^{-6} \times 1,2 \cdot 10^7}{0,19} = 603 \text{ rad.s}^{-1} = 6\,760 \text{ tr.min}^{-1}$$

$$\omega_{m,\min} = \frac{9,55 \cdot 10^{-6} \times 3 \cdot 10^6}{0,19} = 151 \text{ rad.s}^{-1} = 1\,440 \text{ tr.min}^{-1}$$

Or l'exigence de vitesse nominale de la génératrice impose que celle-ci ait une vitesse fixe de $1\,500 \text{ tr.min}^{-1}$. Il faut donc adapter la cylindrée du moteur ($x_m(t) \neq 1$) pour satisfaire cette exigence.

Question Q14

On a pour ce mécanisme 3 mobilités :

- ☞ La mobilité utile correspondant à la transformation du mouvement de translation du piston P_i (induite par le débit hydraulique) par rapport au rotor 3, en rotation du rotor 3 (Mouvement de rotation de sortie) par rapport au bâti 0
- ☞ La mobilité utile correspondant à la variation de cylindrée du moteur : Transformation de la translation de la tige du vérin 2 par rapport au bâti 0 en rotation du plateau 1 (inclinaison d'angle α) par rapport au bâti 0
- ☞ La mobilité interne correspondant à la rotation du piston P_i par rapport au rotor 3 suivant l'axe de la liaison pivot glissant entre P_i et 3.

Question Q15

- ☞ Le nombre cyclomatique du mécanisme est de 2 : $\gamma = 2$ (Cycles : 0-3- P_i -1-0 et : 0-1-2-0)
 - ☞ Le nombre d'inconnues cinématique est de : $I_C = 1 \times 1 + 2 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times 5 = 14$
Liaisons : 1 Glissière, 2 Pivot, 1 Pivot glissant, 1 Linéaire annulaire, 1 Ponctuelle
 - ☞ Le nombre de mobilités du mécanisme est de $M = M_U + M_I = 3$ (Voir question Q14)
- On en déduit le degré d'hyperstatisme :

$$H = 6.\gamma + M - I_C = 6 \times 2 + 3 - 14 = 1$$

Question Q16

On a un nombre d'inconnues sthéniques de $I_S = 1 \times 5 + 2 \times 5 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 22$

Liaisons : 1 Glissière, 2 Pivot, 1 Pivot glissant, 1 Linéaire annulaire, 1 Ponctuelle

On a 5 pièces (4 hors bâti) on peut donc écrire 24 équations statiques. Mais le nombre de mobilité étant de 3 on a 3 combinaisons linéaires, donc seulement $24 - 3 = 21$ équations indépendantes.

On a donc une inconnue sthénique de trop conformément au degré d'hyperstatisme du mécanisme.

Question Q17

La fermeture cinématique du cycle 0-1-2-0 s'écrit (Après transport en O dans la base $\mathcal{B}_1$) :

$$O \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{10}^y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1} + O \begin{Bmatrix} \omega_{12}^x - r.\omega_{12}^y \\ \omega_{12}^y & r.\omega_{12}^x \\ \omega_{12}^z & V_{A12}^z \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1} + O \begin{Bmatrix} 0 & V_{H20}^x \cos \alpha \\ 0 & 0 \\ 0 & V_{H20}^x \sin \alpha \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1} = \{0\}$$

L'équation des moments en projection sur $\overrightarrow{y_1}$ ($r.\omega_{12}^x = 0$) est une combinaison linéaire de l'équation de la résultante en projection sur $\overrightarrow{x_1}$ ($\omega_{12}^x = 0$).

En ajoutant une rotation suivant $\overrightarrow{x_0}$ à la liaison entre 2 et 0 La fermeture cinématique donne alors :

$$O \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{10}^y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1} + O \begin{Bmatrix} \omega_{12}^x - r.\omega_{12}^y \\ \omega_{12}^y & r.\omega_{12}^x \\ \omega_{12}^z & V_{A12}^z \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1} + O \begin{Bmatrix} \omega_{20}^x \cos \alpha & V_{H20}^x \cos \alpha \\ 0 & L.\omega_{20}^x \\ \omega_{20}^x \sin \alpha & V_{H20}^x \sin \alpha \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1} = \{0\}$$

L'équation des moments en projection sur $\overrightarrow{y_1}$ ($r.\omega_{12}^x + L.\omega_{20}^x = 0$) n'est plus une combinaison linéaire de l'équation de la résultante en projection sur $\overrightarrow{x_1}$ ($\omega_{12}^x + \omega_{20}^x \cos \alpha = 0$). Le système est alors isostatique.

Pour rendre le système isostatique il suffit donc d'utiliser une liaison pivot glissant d'axe $(I, \overrightarrow{x_0})$

Question Q18

Avec une liaison pivot glissant d'axe $(I, \overrightarrow{x_0})$ le torseur sthénique s'écrit : $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{0 \rightarrow 2} & M_{0 \rightarrow 2} \\ Z_{0 \rightarrow 2} & N_{0 \rightarrow 2} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$.

Donc on peut garder la modélisation de la figure 10 et faire l'hypothèse que : $L_{0 \rightarrow 2} = 0$

Question Q19

La fermeture géométrique du cycle 0-1-2-0 s'écrit : $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{IA}$

Soit : $r \cdot \overrightarrow{z_1} = -e \cdot \overrightarrow{z_0} + \lambda \cdot \overrightarrow{x_0} + L \cdot \overrightarrow{z_0} = 0$ Soit en projection sur $\frac{\overrightarrow{x_0}}{z_0}$ $r \cdot \sin \alpha = \lambda$
 $r \cdot \cos \alpha = L - e$

On obtient donc : $\tan \alpha = \frac{\lambda}{L - e}$ **$\lambda = (L - e) \cdot \tan \alpha$**

Question Q20

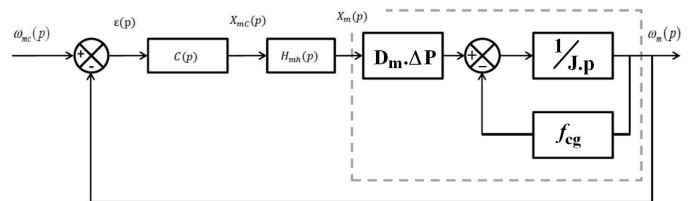
On sait que : $\alpha_m \cdot D_m = K_\alpha \cdot \tan \alpha$ Donc : $\alpha_m \cdot D_m = K_\alpha \cdot \frac{\lambda}{L - e}$

Soit : $\alpha_m \cdot D_m = K_m \cdot \lambda$ avec : **$K_m = \frac{K_\alpha}{L - e}$**

Donc K_m est une constante d'où le système est bien linéaire.

Question Q21

Par hypothèse on a des conditions initiales nulles l'équation de la question 12 dans le domaine de Laplace donne donc : $J \cdot p \cdot \Omega_m(p) = D_m \cdot \Delta P \cdot X(p) - f_{cg} \cdot \Omega_m(p) \Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{1}{J \cdot p} \cdot (D_m \cdot \Delta P \cdot X(p) - f_{cg} \cdot \Omega_m(p))$



D'où le schéma bloc :

Question Q22

Pour $K_i = 0$ la FTBO s'écrit : $FTBO(p) = K_C \cdot H_{mh}(p) \cdot D_m \cdot \Delta P \cdot \frac{1/J \cdot p}{1 + f_{cg}/J \cdot p} = K_C \cdot H_{mh}(p) \cdot D_m \cdot \Delta P \cdot \frac{1/f_{cg}}{1 + \frac{J}{f_{cg}} \cdot p}$

Soit : **$FTBO(p) = \frac{K_C \cdot K_{mh} \cdot D_m \cdot \Delta P}{f_{cg} (1 + \tau_{mh} \cdot p) \left(1 + \frac{J}{f_{cg}} \cdot p\right)}$**

Application numérique : **$FTBO(p) = \frac{503 \cdot K_C}{(1 + 0,1 \cdot p) \cdot (1 + 10,5 \cdot p)}$**

Question Q23 , Q24 et Q27

Pour $K_p = 1$ et $K_i = 0$ ($C(p) = 1$)

Marge de gain :

$\forall \omega$ on a : $\varphi_{BO}(\omega) > -180^\circ$

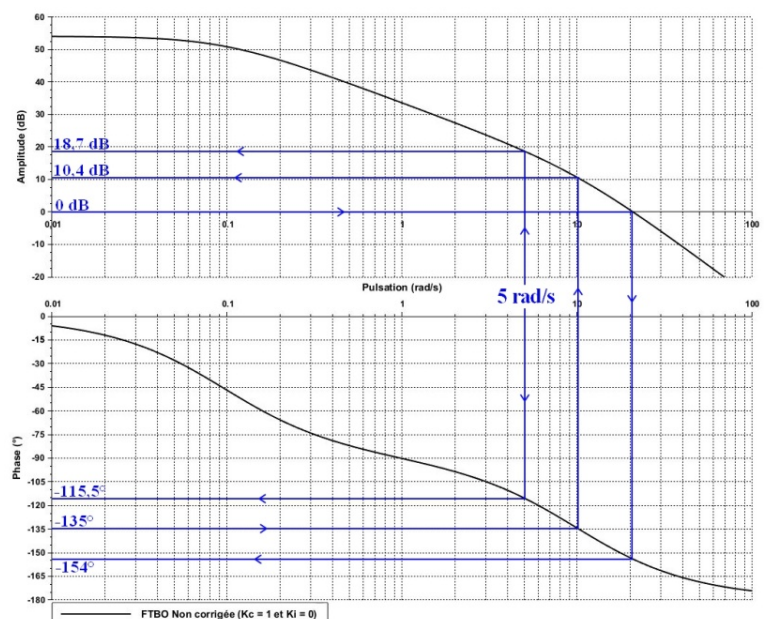
Donc : **$M_G = +\infty$**

Marge de phase :

pour $G_{dbBO}(\omega) = 0$ dB on a $\varphi_{BO}(\omega) = -154^\circ$

Donc : **$M_\varphi = 180^\circ - 154^\circ = 26^\circ$**

Conclusion : Le cahier des charges impose une marge de phase supérieure à 45° donc le système non corrigé n'est pas conforme au cahier des charges



Question Q24

Pour l'exigence de stabilité : $M_\phi = 180^\circ + \phi_{BO}(\omega_{0dB}) \geq 45^\circ$ il faut : $\phi_{BO}(\omega_{0dB}) \geq 45 - 180^\circ = -135^\circ$

Soit par lecture graphique : $G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) \geq 10,4 \text{ dB}$ (où $G_{dBBONC}(\omega_{0dB})$ est le gain dynamique de la FTBO non corrigée). Or $G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) = G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) + G_{dBCor}(\omega_{0dB})$ (où $G_{dBBONC}(\omega_{0dB})$ et $G_{dBCor}(\omega_{0dB})$ sont les gains dynamiques de la FTBO et du correcteur) $\Leftrightarrow G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) = G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) - G_{dBCor}(\omega_{0dB})$.

Donc : $G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) - G_{dBCor}(\omega_{0dB}) \geq 10,4 \text{ dB}$. Or $G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) = 0$ Soit : $G_{dBCor}(\omega_{0dB}) \leq -10,4 \text{ dB}$.

Soit pour $C(p) = K_p$ $20 \cdot \log K_p \leq -10,4 \text{ dB}$ $K_p \leq 10^{(-10,4/20)} = 0,302 \text{ s.rad}^{-1}$

Question Q25

La FTBO est de classe 0 donc l'erreur statique en réponse à un échelon unitaire de vitesse de rotation est de :

$$\epsilon_s = \frac{1}{1 + K_{BO}} = \frac{1}{1 + 503 \cdot K_C}$$

Cette erreur ne peut donc pas être nulle comme exigé dans le cahier des charges (Id 1.1.4.1.1)

Ce correcteur PI grâce à son intégrateur permet d'annuler l'erreur statique de la FTBF.

Question Q26

$C(p) = \frac{K_i}{p} + K_p = \frac{K_i + K_p \cdot p}{p}$ Soit : $C(p) = \frac{K \cdot (1 + \tau_C \cdot p)}{p}$ Avec : $K = K_i$ et $\tau_C = \frac{K_p}{K_i}$

Question Q27

Le gain dynamique $G_{dBBONC}(\omega_{0dB})$ et la phase $\phi_{BONC}(\omega_{0dB})$ à la pulsation $\omega_{0dB} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$ sont :

$$G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) = 20 \cdot \log 503 - 10 \cdot \log(1 + (0,1 \times 5)^2) - 10 \cdot \log(1 + (10,5 \times 5)^2) = 18,7 \text{ dB}$$

$$\phi_{BONC}(\omega_{0dB}) = -\arctan(0,5 \times 5) - \arctan(10,5 \times 5) = -115,5^\circ$$

Remarque : Cela peut être lu graphiquement sur le diagramme de Bode de la page précédente.

Pour respecter le critère de stabilité : **Marge de phase de 45° à la pulsation $\omega_{0dB} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$** , il faut donc que :

$$180^\circ + \phi_{Cor}(\omega_{0dB}) - 115,5^\circ = 45^\circ \Leftrightarrow \phi_{Cor}(\omega_{0dB}) = -19,5^\circ$$

$$\text{Et : } 18,7 \text{ dB} + G_{dBCor}(\omega_{0dB}) = 0 \text{ dB} \Leftrightarrow G_{dBCor}(\omega_{0dB}) = -18,7 \text{ dB}$$

Question Q28

$$C(p) = \frac{K \cdot (1 + \tau_C \cdot p)}{p} \Rightarrow \begin{cases} G_{dBCor}(\omega_{0dB}) = 20 \cdot \log K - 20 \cdot \log \omega_{0dB} + 10 \cdot \log(1 + (\tau_C \cdot \omega_{0dB})^2) \\ \phi_{Cor}(\omega_{0dB}) = -90^\circ - \arctan(\tau_C \cdot \omega_{0dB}) \end{cases}$$

Pour respecter le critère de stabilité : **Marge de phase de 45° à la pulsation $\omega_{0dB} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$** , il faut donc que :

$$\phi_{Cor}(\omega_{0dB}) = -19,5^\circ \Leftrightarrow -90^\circ - \arctan(\tau_C \cdot \omega_{0dB}) = -19,5^\circ$$

$$\text{Soit : } \tau_C = \frac{\tan(90^\circ - 19,5^\circ)}{\omega_{0dB}} = 0,565 \text{ s}$$

D'autre part on doit avoir : $G_{dBCor}(\omega_{0dB}) = -18,7 \text{ dB}$

$$\Leftrightarrow 20 \cdot \log K - 20 \cdot \log \omega_{0dB} + 10 \cdot \log(1 + (\tau_C \cdot \omega_{0dB})^2) = -18,7 \text{ dB}$$

$$\Leftrightarrow 20 \cdot \log K = -18,7 + 20 \cdot \log \omega_{0dB} - 10 \cdot \log(1 + (\tau_C \cdot \omega_{0dB})^2) = -14,3 \text{ dB}$$

$$\text{Soit : } K = 10^{(-14,3/20)} = 0,193 \text{ rad}^{-1}$$

Question Q29

Sachant que $K = K_i$ et $\tau_C = \frac{K_p}{K_i}$ et que l'unité de $C(p)$ est des s.rad^{-1} (car x_{mc} s.u. et ω_C en rad.s^{-1})

$$\text{On obtient : } K_i = 0,193 \text{ rad}^{-1} \quad \text{et : } K_p = \tau_C \cdot K_i = 0,109 \text{ s.rad}^{-1}$$

Question Q30

La courbe de la figure 10 montre que le paramètre x_m évolue (pour le système linéaire simulé) de -2 à $+14$. Or par construction du système $x_m \in [0,1 ; 1]$.

Donc pour une simulation numérique plus proche du système réel il faut ajouter au schéma bloc de l'asservissement un bloc de saturation après le bloc $H_{mh}(p)$.

Question Q31

On a montré à la question 13 qu'en régime établi : $0 = -f_{cg}(t) \cdot \omega_m(t) + x_m(t) \cdot D_m \cdot \Delta P$

Soit : $\omega_m = \frac{x_m \cdot D_m \cdot \Delta P}{f_{cg}}$

On obtient donc :

Pour $\Delta P = 30$ b

$$x_m = \frac{\omega_m \cdot f_{cg}}{D_m \cdot \Delta P} = \frac{\frac{1500 \cdot \pi}{30} \times 0,19}{9,55 \cdot 10^{-6} \times 30 \cdot 10^5} = 1,04$$

Pour $\Delta P = 120$ b

$$x_m = \frac{\omega_m \cdot f_{cg}}{D_m \cdot \Delta P} = \frac{\frac{1500 \cdot \pi}{30} \times 0,19}{9,55 \cdot 10^{-6} \times 120 \cdot 10^5} = 0,26$$

Or $x_m \in [0,1 ; 1]$. Donc pour avoir un régime établi de la génératrice de 1500 tr.min^{-1} quelque soit $\Delta P \in [30 \text{ b} ; 120 \text{ b}]$, il faudrait une cylindrée D_m légèrement plus élevée d'environ 5%.

Question Q32

On a : $v(t) = \frac{dz(t)}{dt}$ Avec des conditions initiales nulles : $V(p) = p \cdot Z(p)$ Or : $H_B(p) = \frac{Z(p)}{F_e(p)}$

Donc : $V(p) = p \cdot H_B(p) \cdot F_e(p)$

Donc en régime harmonique : **$V(j.\omega) = j.\omega.H_B(j.\omega).F_e(j.\omega)$**

Question Q33

Le maximum de puissance captée est obtenue pour une valeur de C telle que : **$\frac{dP_{cap}(C)}{dC} = 0$**

Question Q34

$P_{cap}(C) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot |j.\omega.H_B(j.\omega).F_e(j.\omega)|^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \omega^2 \cdot |H_B(j.\omega)|^2 \cdot |F_e(j.\omega)|^2$ Or $F_e(j.\omega)$ ne dépend pas de C

Donc : $\frac{dP_{cap}(C)}{dC} = 0 \Leftrightarrow \frac{dC \cdot |H_B(j.\omega)|^2}{dC} = 0$ Avec : $H_B(p) = \frac{c_0}{c_1 + c_2.p + c_3.p^2}$ et : $c_2 = B + C$

Soit : $\frac{dC \cdot |H_B(j.\omega)|^2}{dC} = \frac{d \frac{C \cdot c_0^2}{(c_1 - c_3.\omega^2)^2 + (C + B)^2 \cdot \omega^2}}{dC}$

$$\frac{dC \cdot |H_B(j.\omega)|^2}{dC} = \frac{c_0^2 \cdot [(c_1 - c_3.\omega^2)^2 + (C + B)^2 \cdot \omega^2] - 2 \cdot C \cdot (C + B) \cdot \omega^2 \cdot c_0^2}{[(c_1 - c_3.\omega^2)^2 + (C + B)^2 \cdot \omega^2]^2}$$

D'où : $\frac{dP_{cap}(C)}{dC} = 0 \Leftrightarrow (c_1 - c_3.\omega^2)^2 + (C + B)^2 \cdot \omega^2 - 2 \cdot C \cdot (C + B) \cdot \omega^2 = 0$

$$\Leftrightarrow (c_1 - c_3.\omega^2)^2 + (C^2 + B^2 + 2 \cdot B \cdot C - 2 \cdot C^2 - 2 \cdot B \cdot C) \cdot \omega^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (c_1 - c_3.\omega^2)^2 + B^2 \cdot \omega^2 - C \cdot \omega^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow C^2 = \frac{(c_1 - c_3.\omega^2)^2 + B^2 \cdot \omega^2}{\omega^2}$$

C étant un coefficient d'amortissement (donc $C \geq 0$) On en déduit que

$P_{cap}(C)$ présente un maximum pour : **$C = C_{opt} = \frac{\sqrt{(c_1 - c_3.\omega^2)^2 + B^2 \cdot \omega^2}}{\omega}$**

Question Q35

Trivialement : $\Phi(t) = \Delta P \cdot S_p$

Par une lecture de la figure 11 on voit que la valeur maximale de Φ_{opt} est obtenue pour une période de 18 s et est de $\Phi_{\text{opt,max}} = 81 \text{ KN}$. Or le moteur peut avoir une différence de pression maximale de : $\Delta P_{\text{max}} = 350 \text{ b} - 10 \text{ b} = 3,4 \cdot 10^7 \text{ Pa}$. Donc il permet un effort maximal de : $\Phi_{\text{max}} = 3,4 \cdot 10^7 \times 7 \cdot 10^{-3} = 238 \cdot 10^3 \text{ N}$

Donc le moteur permet un effort maximal de : $\Phi_{\text{max}} = 238 \text{ kN}$ supérieur à l'effort maximal nécessaire pour optimiser la puissance captée $\Phi_{\text{opt,max}} = 81 \text{ KN}$. Donc ce moteur a la capacité à imposer la valeur maximale de l'effort optimal.

Question Q36

La figure 11 montre que la valeur maximale de C_{opt} est obtenue pour une période de 18 s et est de $C_{\text{opt,max}} = 350 \text{ KN.s.m}^{-1} = 3,5 \cdot 10^5 \text{ S.I.}$ or : $C = \left(\frac{S_p}{x_m \cdot D_m} \right)^2 \cdot f_{cg}$

Donc pour imposer la valeur maximale de C_{opt} , la génératrice doit avoir un facteur de couple de :

$$f_{cg} = C_{\text{opt,max}} \cdot \left(\frac{x_m \cdot D_m}{S_p} \right)^2 = 3,5 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{0,3 \times 9,55 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-3}} \right)^2 = 0,0586 \text{ N.m.s.rad}^{-1}$$

Cette valeur de facteur de couple nécessaire reste inférieure à la valeur maximale du facteur de couple que la génératrice permet d'obtenir : $f_{cg,max} = 0,19 \text{ N.m.s.rad}^{-1}$. Donc la génératrice permet d'imposer la valeur maximale de C_{opt} .

Question Q37

Les sources de non linéarité sont :

- ☞ la houle qui n'est pas régulière
- ☞ x_m qui est limité à l'intervalle [0,1 ; 1]
- ☞ Les accumulateurs hydrauliques : Réservoirs (a) et (b) du document réponse de la question 11.

Les sources de perte d'énergie sont :

- ☞ Les frottements dans le vérin
- ☞ Les pertes de charges dans le circuit hydraulique notamment au niveau des clapets.
- ☞ Les pertes dans le moteur hydraulique
- ☞ Les pertes par effet Joule dans la génératrice asynchrone

Question Q38

La puissance générée est constante alors que celle de la houle varie beaucoup.

C'est l'inertie des pièces en mouvement ainsi que les accumulateurs hydrauliques (Réservoirs (a) et (b)) qui permettent d'uniformiser la puissance générée.

Question Q39

On a 11 maximums pour la hauteur de houle espacés d'environ 90 s (du premier au 11^{ième}).

Donc on a une période de houle d'environ $\frac{90}{11 - 1} = 9 \text{ s}$

On relève pour cette période de 9 s Un effort $\Phi = 72,5 \text{ KN}$. Alors que la simulation numérique donne un effort $\Phi \approx 40 \text{ KN}$. Difficile de savoir à quoi est due cette différence sans ne savoir plus sur le modèle numérique utilisé pour la simulation.

Question Q40

Le sujet a permis de montrer en partie l'aptitude du système à générer l'énergie électrique. Les exigences validées concernent :

- ☞ Celles liées à la flottabilité verticale et horizontale.
- ☞ Celles liées à l'adaptation aux conditions de houle par simulation numérique
- ☞ Celles liées à l'asservissement en vitesse de la génératrice