



Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom : CCINP PSI 2022

Prénom : CORRIGÉ

Filière : PSI

Session : 2022

Épreuve de : Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

PSI7SI

## DOCUMENT RÉPONSE

Ce Document Réponse doit être rendu dans son intégralité.

Q1 - Expression de la largeur  $l$  en fonction de  $\gamma_1$  et de la géométrie

Par lecture sur la figure 23 :  $l = 2rh + I_1 I_2 \cdot \vec{\gamma}_0$

$$l = 2rh + L_1 \sin \delta_1$$

Q2 - Valeur de la réduction d'envergure  $A$ . Conclusion

$l_{\min}$  pour  $\delta_1 = 0 \Rightarrow l_{\min} = 2rh$

$l_{\max}$  pour  $\delta_1 = 90^\circ \Rightarrow l_{\max} = 2rh + L_1$

$$A = 1 - \frac{2rh}{2rh + L_1} \Rightarrow A = \frac{L_1}{2rh + L_1} = \frac{140}{2 \times 64 + 140} = 0,52$$

cette réduction d'envergure est de 52%  $\geq$  50%

Donc l'exigence Id 1.1 est respectée

Q3 - Mesure des valeurs extrêmes de  $l_{\text{proj}}$ . Explication des écarts s'ils existent. Conclusion

$$l_{\text{proj}}^{\max} = 0,14 + 0,125 = 0,265 \text{ m} \quad l_{\text{proj}}^{\min} = 0,6 + 0,65 = 0,125 \text{ m}$$

(espace libre page suivante)

Les valeurs théoriques sont  $l_{th}^{min}$  pour  $\gamma_1 = 0$  et  $l_{th}^{max}$  pour  $\gamma_1 = 90^\circ$ :  $l_{th}^{min} = 2r_h = 0,128\text{ m}$  et  $l_{th}^{max} = 2r_h + l_1 = 0,268\text{ m}$   
 $l_{th}^{min} \approx l_{proj}^{min}$  et  $l_{th}^{max} \approx l_{proj}^{max}$  avec  $l_{proj}^{min} \ll 0,2\text{ m}$   
 Donc l'exigence Id1 est respectée.

Q4 - Expression littérale de la vitesse  $\vec{V}(P, H1/R_G)$

Par Varignon:  $\vec{V}_{P \in H1/R_G} = \vec{V}_{I_1 \in H1/R_G} + \vec{P I_1} \wedge \Omega_{H1/R_G}$   
 $I_1$  étant sur l'axe de rotation de  $H_1/I_1$   $\vec{V}_{I_1 \in H1/R_G} = \vec{V}_{I_1 \in H1/R_G}$   
 $\Rightarrow$  Par Varignon:  $\vec{V}_{P \in H1/R_G} = \vec{V}_{A \in H1/R_G} + \vec{I_1 A} \wedge \Omega_{H1/R_G} + \vec{P I_1} \wedge \Omega_{H1/R_G}$   
 $\vec{V}_{P \in H1/R_G} = V_x \vec{x}_0 + \frac{L}{2} \vec{x}_1 \wedge \dot{\gamma}_1 \vec{z}_1 - r_h \vec{x}_{H1} \wedge (\dot{\gamma}_1 + \omega_1) \vec{z}_{H1}$   

$$\boxed{\vec{V}_{P \in H1/R_G} = V_x \vec{x}_0 - \frac{L}{2} \dot{\gamma}_1 \vec{y}_1 + r_h (\dot{\gamma}_1 + \omega_1) \vec{y}_{H1}}$$

Q5 - Configuration où la vitesse est maximale. Valeur  $V_{max}$ . Influence de  $\gamma_1$  sur  $V_{max}$

Cette vitesse est maximale pour  $-\vec{y}_1 = \vec{y}_{H1} = \vec{x}_0$  :  $\left. \begin{array}{l} \gamma_1 = 90^\circ \\ \alpha = 180^\circ \end{array} \right\}$   
 Dans ce cas  $\vec{V}_{P \in H1/R_G} = \left( \frac{L}{2} \dot{\gamma}_1 + r_h (\dot{\gamma}_1 + \omega_1) + V_x \right) \vec{y}_1$

$$\frac{L}{2} \dot{\gamma}_1 = \frac{0,14}{2} \times \frac{\pi}{2 \times 0,3} = 0,37 \text{ m.s}^{-1} \quad V_x = 2,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$r_h (\dot{\gamma}_1 + \omega_1) = 0,064 \times \frac{\pi}{2 \times 0,3} + 0,064 \times \frac{13400 \pi}{30} = 0,34 + 89,8 = 90,1 \text{ m.s}^{-1}$$

Donc  $\boxed{V_{max} = 93 \text{ m.s}^{-1}}$  On voit que l'influence de  $\dot{\gamma}_1$  est négligeable tout comme celle de  $V_x$   
 $V_{max} \leq 200 \text{ m.s}^{-1}$  Donc l'exigence Id4 est respectée

Q6 - Expression littérale de  $\vec{\delta}(O, 1/R_0) \cdot \vec{z}_0$ . Dédution de  $\vec{\delta}(O, 2/R_0) \cdot \vec{z}_0$

$A_1$  centre d'inertie du bras 1. D'où le moment cinétique :

$$\vec{\sigma}(A_1, 1/R_0) = I_1(A_1) \cdot \vec{\Omega}_{1/R_0} = I_{b_3} \cdot \ddot{\gamma}_1 \vec{z}_1 \Rightarrow \vec{\delta}(A_1, 1/R_0) = I_{b_3} \ddot{\gamma}_1 \vec{z}_1$$

Par Varignon  $\vec{\delta}(O, 1/R_0) = \vec{\delta}(A_1, 1/R_0) + \vec{OA}_1 \wedge m_b \vec{a}_{A_1 \in 1/R_0}$

$$\text{Or } \vec{V}_{A_1 \in 1/R_0} = V_x \vec{x}_0 \Rightarrow \vec{a}_{A_1 \in 1/R_0} = \dot{V}_x \vec{x}_0 \text{ et } \vec{OA}_1 = \frac{L}{2} \vec{x}_0 + \frac{h}{4} \vec{z}_0$$

$$\Rightarrow \vec{\delta}(O, 1/R_0) = I_{b_3} \ddot{\gamma}_1 \vec{z}_0 + \dot{V}_x \frac{L}{4} \vec{y}_0 \Rightarrow \boxed{\vec{\delta}(O, 1/R_0) \cdot \vec{z}_0 = I_{b_3} \ddot{\gamma}_1}$$

Par un calcul identique on a:  $\boxed{\vec{\delta}(O, 2/R_0) \cdot \vec{z}_0 = I_{b_3} \ddot{\gamma}_2}$

Q7 - Expression littérale de  $\vec{\delta}(O, H_1/R_0) \cdot \vec{z}_0$   $I_1$  centre d'inertie de  $H_1$ . Donc :

$$\vec{\sigma}(I_1, H_1/R_0) = \begin{pmatrix} I_{hx_3} (\ddot{\gamma}_1 + \omega_1) \\ I_{hy_3} (\ddot{\gamma}_1 + \omega_1) \\ I_{hz_3} (\ddot{\gamma}_1 + \omega_1) \end{pmatrix}_{B_{H_1}} \quad \vec{\delta}(I_1, H_1/R_0) = \begin{pmatrix} I_{hx_3} \ddot{\gamma}_1 \\ I_{hy_3} \ddot{\gamma}_1 \\ I_{hz_3} \ddot{\gamma}_1 \end{pmatrix}_{B_{H_1}} + \vec{\Omega}_{H_1/R_0} \wedge \vec{\sigma}(I_1, H_1/R_0)$$

$$\vec{\Omega}_{H_1/R_0} \wedge \vec{\sigma}(I_1, H_1/R_0) \cdot \vec{z}_0 = \vec{z}_0 \wedge \vec{\Omega}_{H_1/R_0} \cdot \vec{\sigma}(I_1, H_1/R_0) \text{ or } \vec{\Omega}_{H_1/R_0} = (\ddot{\gamma}_1 + \omega) \vec{z}_0$$

$$\text{Donc } \vec{\Omega}_{H_1/R_0} \wedge \vec{\sigma}(I_1, H_1/R_0) \cdot \vec{z}_0 = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{\delta}(I_1, H_1/R_0) \cdot \vec{z}_0 = I_{hz_3} \ddot{\gamma}_1}$$

$$\vec{V}_{I_1 \in H_1/R_0} = \vec{V}_{I_1 \in 1/R_0} = \vec{V}_{A_1 \in 1/R_0} + I_1 A_1 \vec{\Omega}_{1/R_0} = V_x \vec{x}_0 - \frac{L_1}{2} \ddot{\gamma}_1 \vec{y}_1$$

$$\vec{a}_{I_1 \in H_1/R_0} = \dot{V}_x \vec{x}_0 - \frac{L_1}{2} \ddot{\gamma}_1 \vec{y}_1 - \ddot{\gamma}_1 \vec{z}_1 \wedge \frac{L_1}{2} \vec{y}_1 = \dot{V}_x \vec{x}_0 - \frac{L_1}{2} \ddot{\gamma}_1 \vec{y}_1 + \frac{L_1}{2} \ddot{\gamma}_1 \vec{x}_1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{OA}_1 \wedge m_h \vec{a}_{I_1 \in H_1/R_0} \cdot \vec{z}_0 &= \vec{z}_0 \wedge \vec{OA}_1 \cdot m_h \vec{a}_{I_1 \in H_1/R_0} \\ &= \vec{z}_0 \wedge (L_0 \vec{x}_0 + \frac{h}{2} \vec{z}_0 - \frac{L_1}{2} \vec{x}_1) \cdot m_h \vec{a}_{I_1 \in H_1/R_0} \\ &= (\frac{L_0}{2} \vec{y}_0 - \frac{L_1}{2} \vec{y}_1) \cdot m_h (V_x \vec{x}_0 - \frac{L_1}{2} \ddot{\gamma}_1 \vec{y}_1 + \frac{L_1}{2} \ddot{\gamma}_1 \vec{x}_1) \\ &= m_h \left[ \frac{L_1}{4} \ddot{\gamma}_1 - \frac{L_0 L_1}{4} (\ddot{\gamma}_1 \cos \delta - \ddot{\gamma}_1^2 \sin \delta) + \frac{L_1}{2} \dot{V}_x \right] \end{aligned}$$

Par Varignon  $\vec{\delta}(O, H_1/R_0) \cdot \vec{z}_0 = \vec{\delta}(I_1, H_1/R_0) \cdot \vec{z}_0 + \vec{OA}_1 \wedge m_h \vec{a}_{I_1 \in H_1/R_0} \cdot \vec{z}_0$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\delta}(O, H_1/R_0) \cdot \vec{z}_0 = (I_{hz_3} + m_h \left[ \frac{L_1^2}{4} - \frac{L_0 L_1}{4} \cos \delta \right]) \ddot{\gamma}_1 + m_h \frac{L_0 L_1}{4} \ddot{\gamma}_1^2 \sin \delta + m_h \frac{L_1}{2} \dot{V}_x}$$

Q8 - Dédution de l'expression littérale  $\vec{\delta}(O, H_2/R_0) \cdot \vec{z}_0$

Par un calcul similaire en remplaçant  $L_1$  par  $(-L_1)$  car  $\vec{I_1 A} = \frac{L_1}{2} \vec{x}_1$  alors que  $\vec{I_2 A} = -\frac{L_1}{2} \vec{x}_1$ , on obtient :

$$\boxed{\vec{\delta}(O, H_2/R_0) \cdot \vec{z}_0 = (I_{hz_3} + m_h \left[ \frac{L_1^2}{4} + \frac{L_0 L_1}{4} \cos \delta \right]) \ddot{\gamma}_1 - m_h \frac{L_0 L_1}{4} \ddot{\gamma}_1^2 \sin \delta - m_h \frac{L_1}{2} \dot{V}_x}$$

Q9 - Expression de  $\vec{\delta}(O, \Sigma/R_0) \cdot \vec{z}_0$ . Expression de la constante  $I_{eq}$

$$\begin{aligned} \vec{\delta}(O, \Sigma/R_0) \cdot \vec{z}_0 &= [\delta(O, H_1/R_0) + \delta(O, H_2/R_0) + \delta(O, H_3+H_4/R_0) + \delta(O, 1/R_0) + \delta(O, 2/R_0)] \cdot \vec{z}_0 \\ &= 2 \left( I_{H_3} + m_h \frac{L_1^2}{4} \right) \ddot{\gamma}_1 + 2 \left( I_{H_3} + m_h \frac{L_1^2}{4} \right) \ddot{\gamma}_2 + I_{B_3} \ddot{\gamma}_1 + I_{B_3} \ddot{\gamma}_2 \\ &= 2 \left( I_{H_3} + m_h \frac{L_1^2}{4} \right) (\ddot{\gamma}_1 + \ddot{\gamma}_2) + I_{B_3} (\ddot{\gamma}_1 + \ddot{\gamma}_2) \end{aligned}$$

On a donc  $\vec{\delta}(O, \Sigma/R_0) \cdot \vec{z}_0 = I_{eq} (\ddot{\gamma}_1 + \ddot{\gamma}_2)$

avec:  $I_{eq} = I_{B_3} + 2 \left( I_{H_3} + m_h \frac{L_1^2}{4} \right)$

Q10 - Justification du choix de conception :  $\gamma_2 = \pi - \gamma_1$

Pour  $\gamma_1 = \pi - \gamma_2$   $\gamma_1 = -\gamma_2 \Rightarrow \vec{\delta}(O, \Sigma/R_0) \cdot \vec{z}_0 = 0$

Donc la modification de l'envergure (variations de  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ ) n'a pas d'influence sur le comportement dynamique en lacet (axe  $\vec{z}_0$ ). Donc l'exigence Id 1.1 est ainsi respectée.

Q11 - Simplification de  $I_{\Sigma}(O)$ . Justification

Si  $\gamma_2 = \pi - \gamma_1$  alors on a un plan de symétrie du drone :  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  D'où la forme simplifiée de la matrice d'inertie au point O

$$I_{\Sigma}(O) = \begin{pmatrix} I_{\Sigma x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{\Sigma y} & I_{\Sigma yz} \\ 0 & I_{\Sigma yz} & I_{\Sigma z} \end{pmatrix}_{B_0}$$

Q12 - Variation maximale des moments d'inertie. Conclusion

$$\frac{\Delta I_{\Sigma y}}{I_{\Sigma y}(\gamma=90^\circ)} = \frac{85 \cdot 10^{-6} - 0}{1,96 \cdot 10^{-3}} = 0,043 = +4,3\%$$

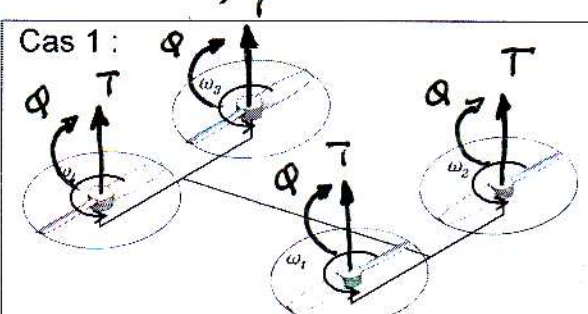
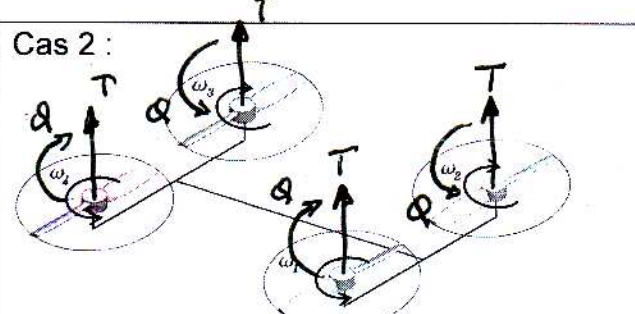
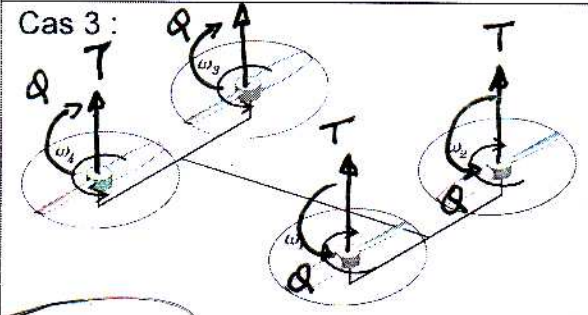
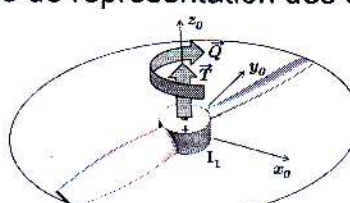
$$\frac{\Delta I_{\Sigma x}}{I_{\Sigma x}(\gamma=90^\circ)} = \frac{0 - 85 \cdot 10^{-6}}{5,3 \cdot 10^{-4}} = -0,160 = -16\%$$

Le repliement augmente le moment d'inertie en tangage et le diminue en roulis. Cependant ces variations restent relativement faibles

**Consignes**

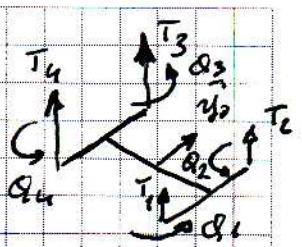
- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

Q13 - Représentation de  $\vec{T}$  et  $\vec{Q}$ . Choix équilibre ou non

<p>Cas 1 :</p>  <p>À l'équilibre <input checked="" type="checkbox"/> Non à l'équilibre <input type="checkbox"/></p>	<p>Cas 2 :</p>  <p>À l'équilibre <input type="checkbox"/> Non à l'équilibre <input checked="" type="checkbox"/></p>
<p>Cas 3 :</p>  <p>À l'équilibre <input checked="" type="checkbox"/> Non à l'équilibre <input type="checkbox"/></p>	<p>Compléter chacun des cas en représentant les actions mécaniques <math>\vec{T}</math> et <math>\vec{Q}</math>. Exemple de représentation des efforts :</p>  <p>Pour l'équilibre, entourer la bonne réponse.</p>

Q14 - Comportement du drone dans le cas proposé. Justification

$\|\vec{T}_1\| = \|\vec{T}_2\| < \|\vec{T}_3\| = \|\vec{T}_4\|$   
 Le drone bascule en tangage (+ $\vec{y}_0$ )  
 Mais pas en roulis (pas suivant  $\vec{x}_0$ )  
 $(\alpha_1 + \alpha_3) \vec{z}_0 = -(\alpha_2 + \alpha_4) \vec{z}_0$  Le drone ne tourne pas en lacet



Q15 - Expression du torseur de l'action de l'air sur HI au point O dans la base  $B_0$

$$\{T_{air \rightarrow H_1}\} = \left\{ \begin{array}{c} C_T \omega_1^2 \vec{z}_0 \\ -C_Q \omega_1^2 \vec{z}_0 \end{array} \right\}_I \quad \vec{M}_O(air \rightarrow H_1) = \vec{M}_{E_1}(air \rightarrow H_1) + \vec{O} \vec{I}_1 \wedge C_T \omega_1^2 \vec{z}_0$$

$$\vec{M}_O(air \rightarrow H_1) = -C_Q \omega_1^2 \vec{z}_0 + \left( \frac{-L_1}{2} \vec{x}_1 + \frac{L_0}{2} \vec{x}_0 \right) \wedge C_T \omega_1^2 \vec{z}_0$$

$$= -C_Q \omega_1^2 \vec{z}_0 + C_T \omega_1^2 \left[ \frac{L_1}{2} \cos \delta_1 - \frac{L_0}{2} \vec{y}_0 - \frac{L_1}{2} \sin \delta_1 \vec{x}_0 \right]$$

$$\{T_{air \rightarrow H_1}\} = \left\{ \begin{array}{c} C_T \omega_1^2 \vec{z}_0 \\ -C_T \omega_1^2 \frac{L_1}{2} \sin \delta_1 \vec{x}_0 + C_T \omega_1^2 \left( \frac{L_1}{2} \cos \delta_1 - \frac{L_0}{2} \right) \vec{y}_0 - C_Q \omega_1^2 \vec{z}_0 \end{array} \right\}_O$$

Q16 - Valeur du moment quand  $\gamma_1$  est nul. Conclusion

Pour  $\delta_1 = 0, \delta_2 = \pi$  Donc  $\sum_{i=1}^4 \vec{M}_O(air \rightarrow H_i) \cdot \vec{x}_0 = 0 \quad \forall \omega_1, \omega_2, \omega_3 \text{ et } \omega_4$   
 Donc le drone ne peut pas être contrôlé en roulis  
 Donc bras repliés l'exigence Id 1.2 n'est pas respectée

Q17 - Degré d'hyperstaticité du modèle proposé. Justification

Il n'y a qu'une seule mobilité (utile) correspondant à la rotation du palonnier qui oriente les deux barres.

$$M = 1 \quad N_p = 6 \quad N_L = 7 \quad \gamma = 7 - 6 + 1 = 2$$

$$I_c = 7 \times 1 = 7 \quad I_s = 7 \times 5 = 35$$

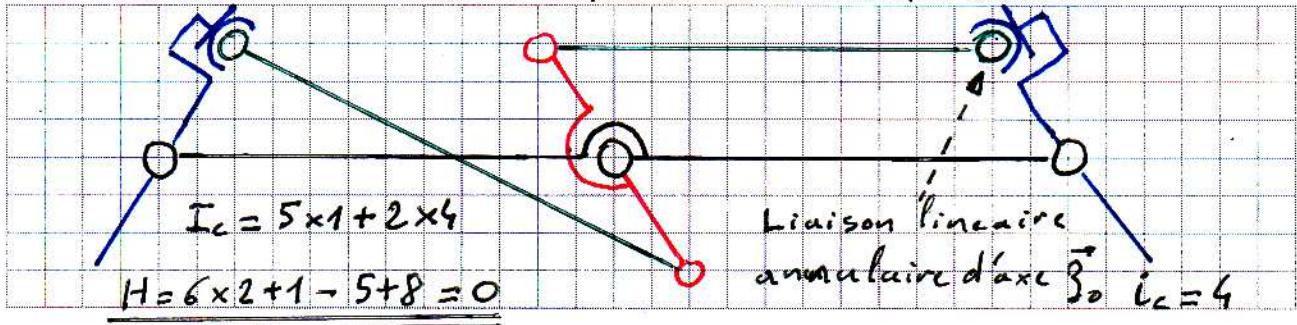
Donc  $\left\{ \begin{array}{l} H = 6 \times 2 + 1 - 7 \\ H = 35 + 1 - 6(6-1) \end{array} \right.$

Le mécanisme est hyperstatique de degré 6

Q18 - Contrainte(s) géométrique(s) à respecter

Les surfaces cylindriques des différentes liaisons pivot doivent être bien parallèles et les arrêts en translation bien positionnés suivant  $\vec{z}_0$

Q19 - Modification et schéma du modèle pour le rendre isostatique. Justification



Q20 - Fermeture vectorielle sous la forme  $L_{cl}(\theta) \vec{x}_{cl} = \dots$

$$\vec{C}_1 \vec{B}_1 = \vec{C}_1 \vec{O} + \vec{O} \vec{A}_1 + \vec{A}_1 \vec{B}_1 = -R_1 \vec{y}_0 + \frac{L_0}{2} \vec{x}_0 - a_1 \vec{x}_1$$

$$L_{cl}(\theta) \vec{x}_{cl} = \frac{L_0}{2} \vec{x}_0 - a_1 \cos \delta_1 \vec{x}_0 - R_1 \vec{y}_0 - a_1 \sin \delta_1 \vec{y}_0$$

$$\boxed{L_{cl}(\theta) \vec{x}_{cl} = \left( \frac{L_0}{2} - a_1 \cos \delta_1 \right) \vec{x}_0 - (R_1 + a_1 \sin \delta_1) \vec{y}_0}$$

Q21 - Expression de  $L_{cl}^2(\theta)$  sous la forme proposée. Expression des constantes A, B et C

$$\left( L_{cl}(\theta) \cdot \vec{x}_{cl} \right)^2 \Rightarrow L_{cl}^2(\theta) = \left( \frac{L_0}{2} - a_1 \cos \delta_1 \right)^2 + (R_1 + a_1 \sin \delta_1)^2$$

$$L_{cl}^2(\theta) = \left( \frac{L_0}{2} \right)^2 + R_1^2 + a_1^2 - L_0 a_1 \cos \delta_1 + 2 R_1 a_1 \sin \delta_1$$

soit

$$L_{cl}^2(\theta) = A \cos \delta_1 + B \sin \delta_1 + C$$

avec :

$$\boxed{\begin{aligned} A &= -a_1 L_0 & B &= 2 R_1 a_1 \\ C &= \left( \frac{L_0}{2} \right)^2 + R_1^2 + a_1^2 \end{aligned}}$$

Q22 - Valeurs approchées de  $L_{cl}^{init}$  et  $L_{cl}^{final}$ . Valeur approchée de  $\Delta\theta$

$$\delta_1 = 90^\circ \Rightarrow L_{cl}^{init} = \sqrt{B+C} = 156,5 \text{ mm} \quad \left. \begin{array}{l} R_1 \Delta\theta = L_{cl}^{init} - L_{cl}^{final} \\ R_1 \Delta\theta = 101,1 \text{ mm} \end{array} \right\}$$

$$\delta_1 = 0^\circ \Rightarrow L_{cl}^{final} = \sqrt{A+C} = 104,4 \text{ mm}$$

On en déduit la course angulaire de la poulie :

$$\boxed{\Delta\theta = \frac{52,1}{30} = 1,74 \text{ rad} = 99,5^\circ}$$

Q23 - Valeur approchée de  $R_2$

On lit sur la figure 12  $f(R_2) = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{R_2 = 23 \text{ mm}}}$

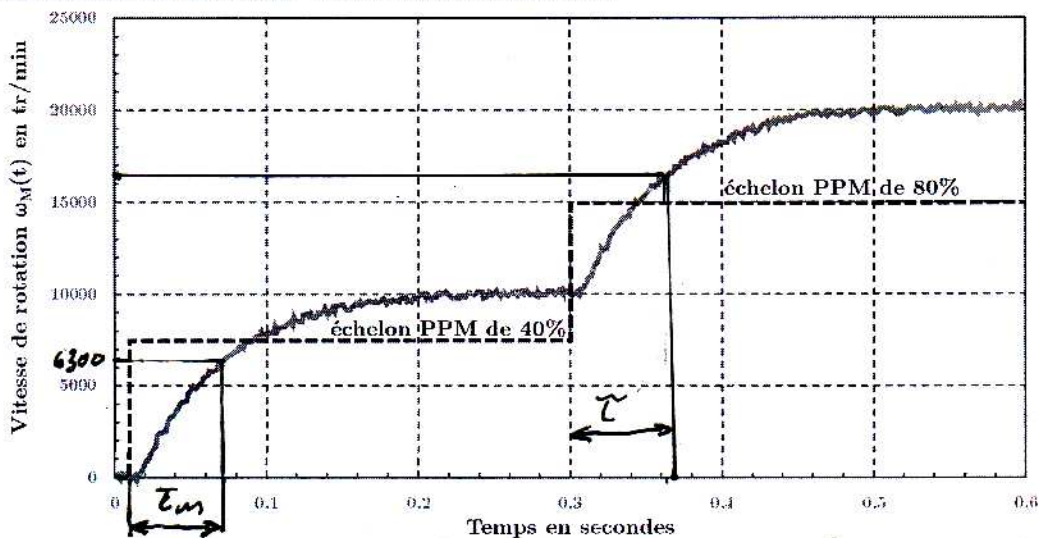
Q24 - Critères de performance en dépliement et repliement. Conclusion

- \* Poids du système limité à 6% de la masse totale
  - \* Les durées du dépliement et repliement sont respectivement d'environ 210 ms ( $< 300$  ms) et 320 ms ( $> 300$  ms)
  - \* L'erreur est d'environ  $2^\circ$  pour  $\gamma_2$  et  $4^\circ$  pour  $\gamma_1$  ( $> 2^\circ$ )
- L'exigence Id 4.1.2 est donc partiellement respectée.

Q25 - Explication sources des oscillations

Les oscillations sont sans doute dues à des élastiques pas assez rigide pour s'opposer aux frottements.

Q26 - Justification du modèle. Tracé et identification



Les réponses aux échelons de commande ne présentent pas de dépassement et la tangente à l'origine n'est pas horizontale (malgré un très petit retard) d'où le 1<sup>er</sup> ordre

$$H_{\text{mod}}(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p} \quad \left\| \begin{array}{l} \tau_m \approx 0,065 \text{ s} \\ K_m = \frac{10000}{0,6} = \frac{20000}{0,8} = 25000 \text{ tr/min} \end{array} \right.$$

$$\left\| \underline{\underline{K_m = 2620 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}} \right.$$

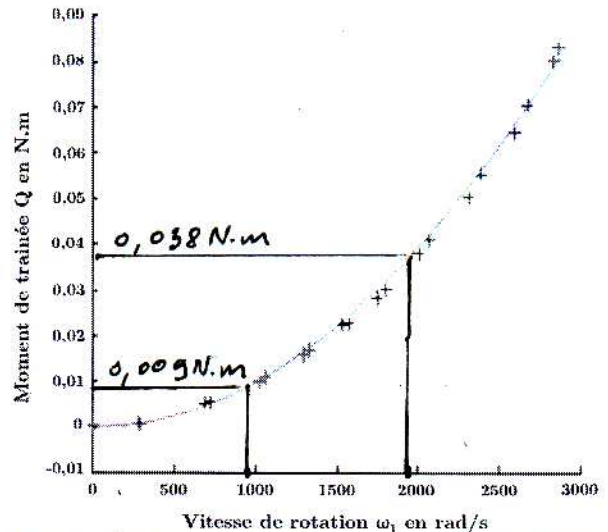
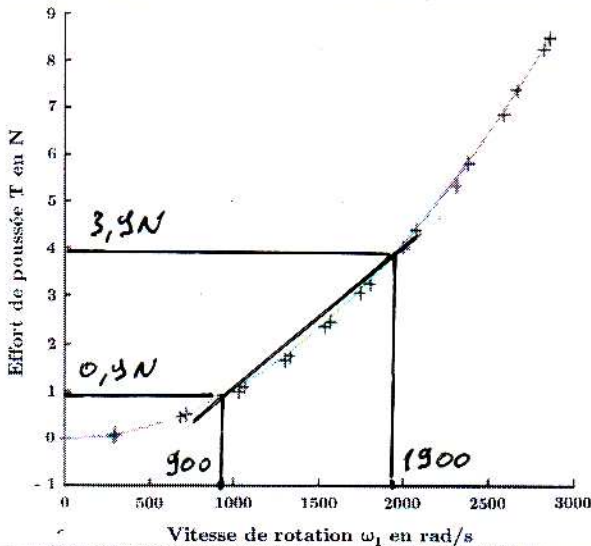
Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

Q27 - Justification du décalage  $d_y$ . Identification des capteurs  $C_1$ ,  $C_2$  permettant de mesurer  $T$  ou  $Q$

Pour mesurer le moment de trainée il faut un capteur dont l'axe est décalé par rapport à celui de l'hélice.  
Pour la poussée il faut un capteur d'axe perpendiculaire à celui de l'hélice. Donc  $C_1$  pour  $Q$  et  $C_2$  pour  $T$

Q28 - Linéarisation autour du point de fonctionnement :  $\Delta T$  et  $\Delta Q$  en fonction de  $\Delta \omega$



$$\Delta T = \lambda_T \Delta \omega_1 \quad \text{avec } \lambda_T = \frac{3,9 - 0,9}{1000} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ N.s.rad}^{-1}$$

$$\Delta Q = \lambda_Q \Delta \omega_1 \quad \text{avec } \lambda_Q = \frac{0,038 - 0,009}{1000} = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ N.m.s.rad}^{-1}$$

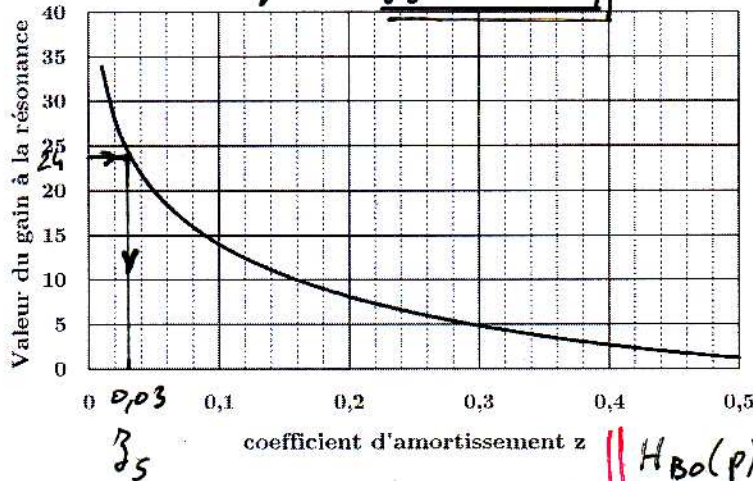
NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Q29 - Justification du modèle. Identification des valeurs en laissant les tracés sur la figure

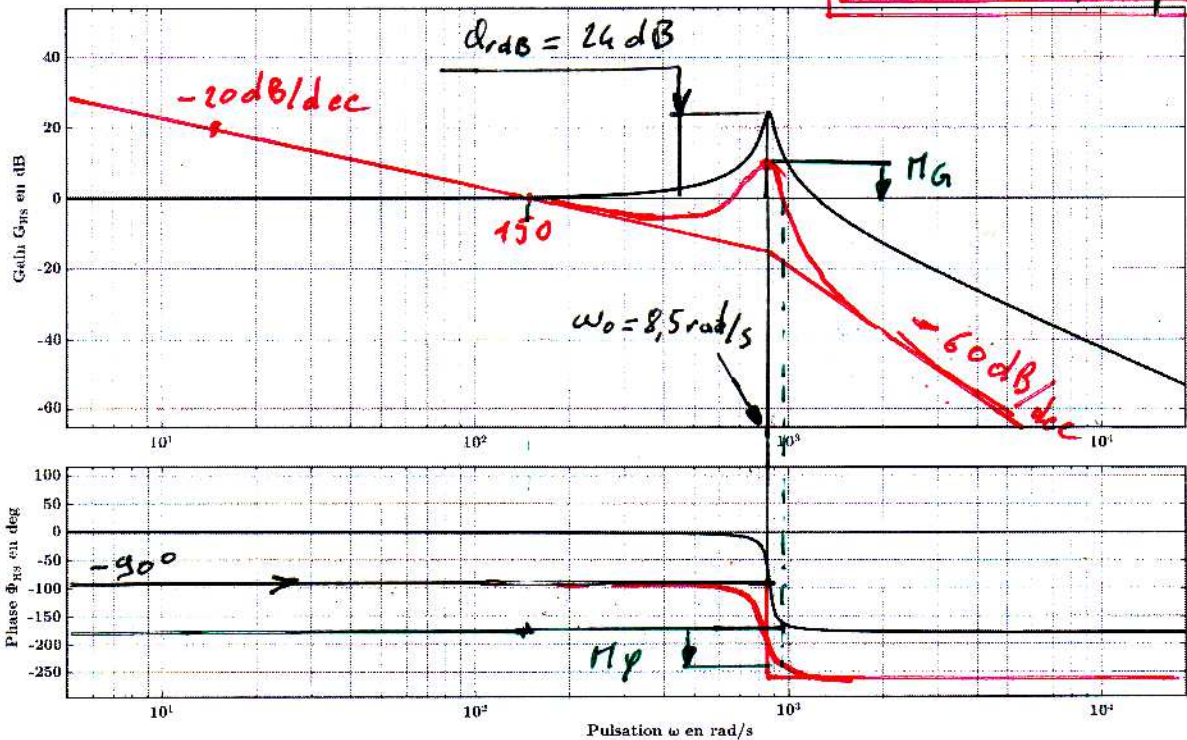
La phase du diagramme de Bode est monotone décroissante sur  $10+∞$  de  $0^\circ$  à  $-180^\circ$  D'où le second ordre de classe 0

$G_{dB}(0) = 0 \Rightarrow \underline{K_s = 1 \text{ deg. s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}}$   $\varphi(850) = -90^\circ \Rightarrow \underline{\omega_s = 850 \text{ rad. s}^{-1}}$

Abaque  $\zeta_s = 0,03$



$H_{Bo}(p) = H_s(p) \times \frac{150}{p}$



Diagrammes de Bode

Q30 - Tracé de  $H_{BO}$  sur la figure précédente. Justification

$H_{BO}(p) = H_s(p) \times \frac{150}{p}$  Donc le diagramme s'obtient en additionnant ceux de  $H_s(p)$  et  $\frac{150}{p}$ .  
Phase  $\varphi(\omega) = -90^\circ$  Gain  $G_{dB}(\omega) = 20 \log 150 - 20 \log \omega$

Q31 - Justification de la stabilité à l'aide de la figure précédente. Conclusion

On lit sur les diagrammes de Bode des marges d'environ  $M_\varphi \approx -60^\circ$  pour la phase et  $M_G \approx -9 \text{ dB}$  pour le gain. Ces marges de stabilité sont toutes les deux négatives donc sans correction le système est instable.

Q32 - Détermination de la valeur de  $K_p$  pour respecter le critère de stabilité

Sans correction la marge de gain est de  $-9 \text{ dB}$  donc avec une correction proportionnelle pour une marge de gain de  $+10 \text{ dB}$  il faut un gain  $K_p$  de  $K_p = 10^{-19/20}$ .  
On a alors  $M_\varphi \approx 90^\circ$   $K_p = 0,11 \text{ V. deg}$

Q33 - Expression de la relation de transfert  $\theta_R(p)$  en fonction de  $\theta_R^c(p)$  et  $P(p)$

$$\theta_R(p) = \frac{K_p K_E H_s(p) / p}{1 + K_p K_E H_s(p) / p} \cdot \theta_R^c(p) = \frac{1/p}{1 + K_p K_E H_s(p) / p} P(p)$$

Soit après calcul :

$$\theta_R(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_p K_E K_S} + \frac{2\beta_s p^2}{\omega_0 K_p K_E K_S} + \frac{p^3}{\omega_0^2 K_p K_E K_S}} \theta_R^c(p) + \frac{-1}{K_p K_E K_S} \left( 1 + \frac{2\beta_s p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right) P(p)$$

Q34 - Contribution de la perturbation sur la valeur de  $\theta_R(t)$  en régime établi

La FTBO est de classe 1 avec un intégrateur situé en aval de la perturbation. Donc l'erreur due à une

perturbation en échelon  $P_0$  est :  $E_p = \frac{P_0}{K_p K_E K_S}$   
Peut aussi se faire avec le théorème de la valeur finale.

Q35 - Valeur de  $K_p$  pour respecter le critère de précision vis-à-vis de la perturbation. Conclure

Le critère de précision impose que  $E_p < 0,5^\circ$  pour  $P_0 = 10 \text{ deg} \cdot \text{s}^{-1}$

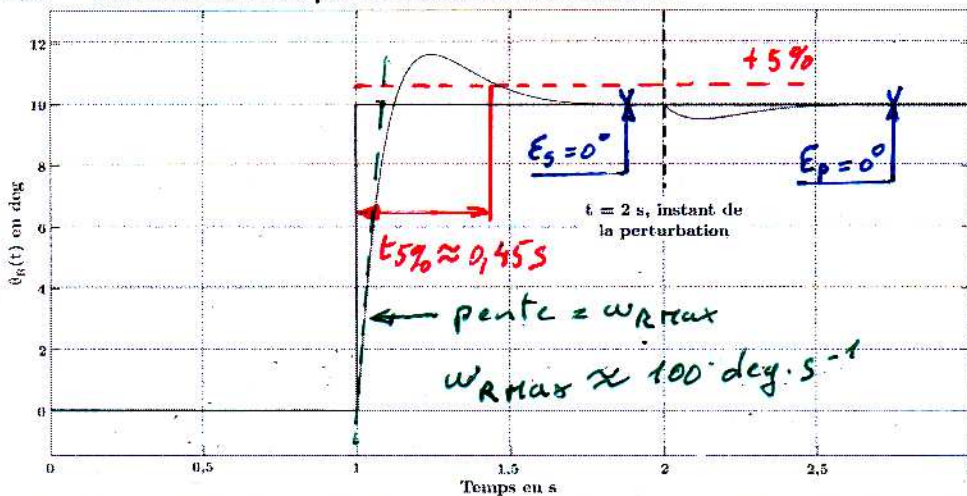
$$\Leftrightarrow \frac{P_0}{K_p K_e K_s} < 0,5^\circ \Leftrightarrow K_p \geq \frac{P_0}{0,5 K_e K_s} = \frac{10}{0,5 \times 150 \times 1} = 0,13$$

$\Rightarrow K_p \geq 0,13 \text{ V} \cdot \text{deg}^{-1}$  incompatible avec la stabilité qui impose que  $K_p \leq 0,11 \text{ V} \cdot \text{deg}^{-1}$

Q36 - Justification du choix du correcteur

Ce correcteur introduit un intégrateur dans la FTBO en amont de la perturbation. Ce qui rend le système précis malgré  $P(p)$

Q37 - Vérification des performances. Conclusion



$$t_{5\%} \approx 450 \text{ ms}$$

$$t_{5\%} < 600 \text{ ms}$$

Rapidité OK

$$E_s = 0^\circ$$

Précision OK

$$E_p = 0^\circ$$

Robustesse OK

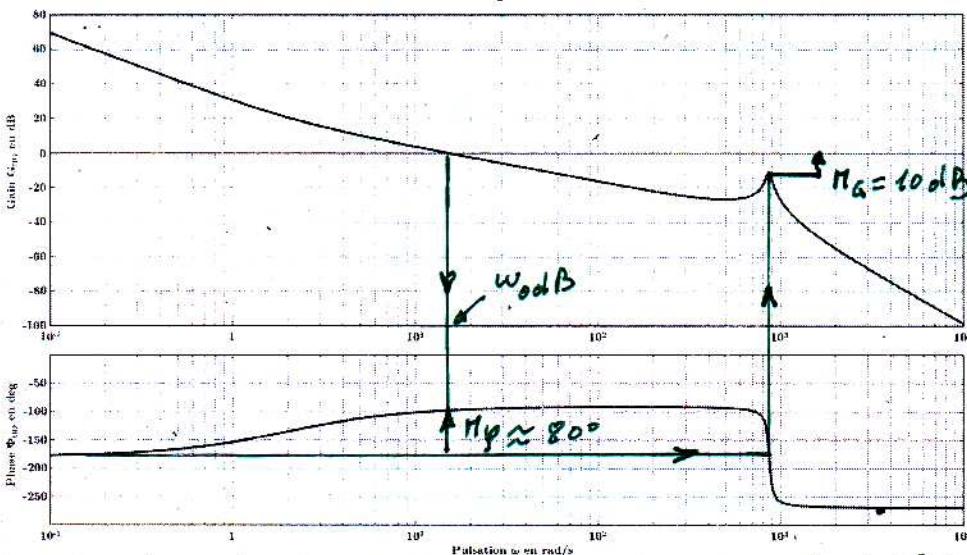
$$\omega_{Rmax} \approx 100 \text{ \%}$$

tout juste OK.

$$M_g \approx 80^\circ > 60^\circ$$

$$\pi_g \approx 10 \text{ dB} \geq 10 \text{ dB}$$

stabilité OK.



Le correcteur PI permet de respecter les exigences Id 2

Q38 - Conclusion sur le comportement en roulis avec le correcteur retenu

Malgré la correction pendant la phase de repliement, le système peine à maintenir l'angle de roulis.

cela est conforme à la réponse à la question 16 où nous avons vu que bras replie l'exigence Id 1.2 n'est pas respectée.