

TD* – Chronométrie du sang

Description du système

Mise en situation

L'hémostase est le processus physiologique qui permet d'interrompre le saignement pour éviter l'hémorragie. L'objet de cette étude est le STA Compact, un automate de laboratoire de la société Stego destiné à l'analyse de l'hémostase.

Il permet de réaliser, entre autre, des tests de chronométrie afin de mesurer un temps de coagulation du sang. Le principe étant de mesurer l'évolution de la viscosité du sang au cours du temps



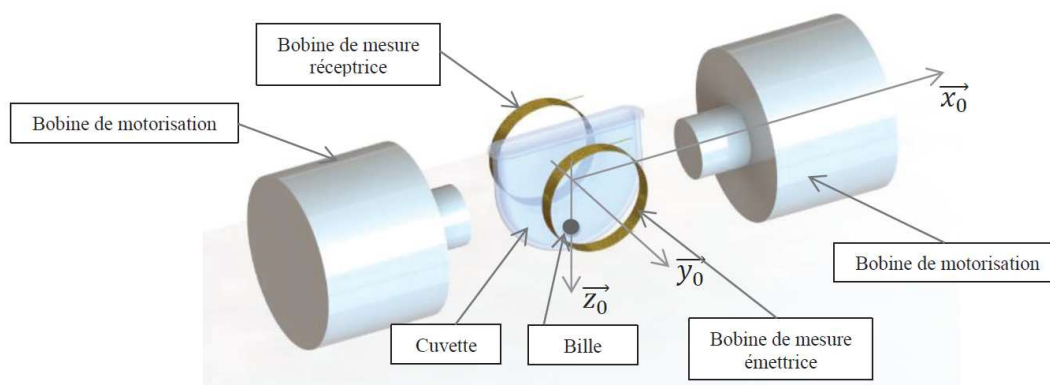
Principe de la mesure

- ☞ Une dose de réactif est mélangée à une dose de plasma sanguin précédemment étuvée dans une cuvette contenant une bille ;
- ☞ L'ensemble est chauffé alors que la bille est mise en oscillation dans le mélange par un champ magnétique ;
- ☞ On mesure l'amplitude de l'oscillation qui diminue sensiblement lors d'une variation de viscosité du mélange sang-réactif ;
- ☞ Le temps écoulé jusqu'à la diminution des oscillations donne le temps de coagulation.

Dispositif expérimental

Il s'agit de mesurer la variation de l'amplitude d'oscillation d'une bille placée dans la cuvette de mesure. La bille, roulant sans glisser sur le fond cylindrique de cette cuvette.

Pour cela, la bille est mise en mouvement par un champ magnétique variable induit par deux bobines motrices placées de part et d'autre de la tête de mesure. Et l'amplitude des oscillations est mesurée par deux autres bobines, l'une émettrice, l'autre réceptrice.



Après amplification du signal mesuré, on obtient un signal quasi-sinusoïdal, reflet de l'oscillation de la bille. Quand la viscosité augmente (phénomène de coagulation), l'amplitude d'oscillation de la bille diminue permettant ainsi une mesure au cours du temps de la viscosité du sang.

Notations et valeurs des constantes du dispositif expérimental

- ☞ La bille a un rayon : $r = 5 \text{ mm}$
- ☞ Sa masse est de : $m = 4,08 \text{ g}$
- ☞ Le fond cylindrique de la cuvette de mesure a un rayon : $R = 19,7 \text{ mm}$
- ☞ La viscosité du sang (grandeur variable à mesurer) est notée η . On se place dans l'hypothèse simplificatrice d'un écoulement laminaire pour lequel le modèle de Stokes est applicable : Le coefficient de frottement visqueux entre le sang et la bille vaut alors : $f_v = 6.\pi.r.\eta$.

Paramétrage et hypothèses

- ☞ G est le centre d'inertie de la bille (Situé au centre de cette bille)
- ☞ $(O, \vec{y}_0)$ est l'axe du cylindre de révolution du fond de la cuvette.
- ☞ On pose les repères suivants :

$\mathcal{R}_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié à la cuvette (Repère Galiléen)

$\mathcal{R}_b (G, \vec{x}_b, \vec{y}_b, \vec{z}_b)$ lié à la bille

$\mathcal{R}_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ lié ni à la bille ni à la cuvette mais donnant la position de la bille sachant : $\vec{OG} = (R - r) \cdot \vec{z}_1$

- ☞ On pose les paramètres angulaires suivant :

$$\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) \quad \beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_b) = (\vec{z}_0, \vec{z}_b) \quad \vec{y}_0 = \vec{y}_b = \vec{y}_1$$

- ☞ Le vecteur accélération gravitationnel est : $\vec{g} = g \cdot \vec{z}_0$ avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

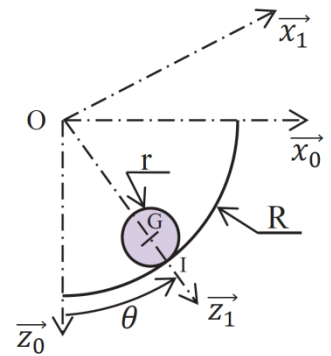
- ☞ La bille roule sans glisser sur le fond de la cuvette en I point de contact bille / cuvette.

- ☞ Le champ magnétique des 2 bobines motrices crée une action mécanique sur la bille modélisée par une force : $\vec{F} = f(t) \cdot \vec{x}_0$ appliquée en B et telle que $f(t) = F_0 \cdot \sin(\omega_{\text{bob}} \cdot t)$.

- ☞ Le torseur cinématique du mouvement de la bille par rapport à la cuvette est modélisé par un torseur dont la résultante est $\vec{\Omega}_{b/0} = \omega_b \cdot \vec{y}_0$ ($\omega_b = \beta$) et de moment en G : $\vec{V}_{G \in b/0} = v \cdot \vec{x}_1$

- ☞ Le frottement visqueux entre la bille et le sang crée une action mécanique modélisée par une force : $\vec{F}_v = -f_v \cdot \vec{V}_{G \in b/0}$ appliquée en G.

- ☞ Le contact en I (ponctuel de normale $\vec{z}_1$) se faisant avec adhérence l'action mécanique de la cuvette sur la bille est une force appliquée en I de résultante : $\vec{F}_{0 \rightarrow 1} = T_1 \cdot \vec{x}_1 - N_1 \cdot \vec{z}_1$



Travail demandé

1- Calculer, par dérivation vectorielle, l'expression en fonction de $\dot{\theta}(t)$ des vecteurs vitesse : $\vec{V}_{G \in b/0}$ et accélération : $\vec{\Gamma}_{G \in b/0}$.

2- En traduisant la condition de roulement sans glissement de la bille sur la cuvette de mesure déterminer l'expression en fonction de ω_b du vecteur vitesse $\vec{V}_{G \in b/0}$. En déduire l'expression de ω_b en fonction de $\dot{\theta}$, R et r.

3- En appliquant un TMD en I à la bille dans son mouvement par rapport à la cuvette 0, établir l'équation différentielle en θ du mouvement du centre G de la bille dans le repère $\mathcal{R}_0$. Cette équation différentielle sera établie en fonction de $f(t)$ et des constantes du système : m, R, r, f_v et g.

4- On note $F(p)$ et $\Theta(p)$ les transformées de Laplace des fonctions temporelles $f(t)$ et $\theta(t)$. Les conditions initiales étant nulles, déterminer l'expression de la fonction de transfert : $H(p) = \frac{\Theta(p)}{F(p)}$. On fera pour cela l'hypothèse des petits angles pour $\theta(t)$.

5- Donner l'allure du diagramme de gain de cette fonction temporelle. Préciser en fonction de m, g, R, r et f_v les valeurs particulières de la courbe de gain et de ses asymptotes.

6- Quelle doit être la valeur de la pulsation ω_{bob} des bobines motrices pour déterminer aisément f_v le coefficient de frottement visqueux entre le sang et la bille ? Déterminer sa valeur en radian par secondes.

7- Pour une pulsation $\omega_{\text{bob}} = 1 \text{ rad.s}^{-1}$ l'amplitude des oscillations de la bille est de $A_0 = 0,055^\circ$: $\theta(t) = A_0 \cdot \sin t$ Pour une pulsation de $21,8 \text{ rad.s}^{-1}$ elle est de $A_m = 6,5^\circ$: $\theta(t) = A_m \cdot \sin(21,8 \cdot t)$. En déduire le coefficient de frottement visqueux f_v puis la viscosité du sang η lorsqu'on a relevé une amplitude des oscillations de la bille de $6,5^\circ$.

8- Pour vérifier le non glissement de la bille sur la cuvette on souhaite établir les expressions de $N_1(t)$ et $T_1(t)$. A partir de 2 équations issues du PFD, montrer que $N_1(t) = f(t) \cdot \sin \theta(t) + b_1 \cdot \cos \theta + c_1 \cdot \dot{\theta}^2(t)$ et $T_1(t) = a_1 \cdot \ddot{\theta}(t)$ en déterminant les expressions de a_1 , b_1 et c_1 en fonction de m, R, r et g.