

TD4 : Mécanisme de fermeture

Mise en situation et description

On utilise un mécanisme de transformation de mouvement (rotation en translation) qui permet d'actionner la fermeture (et l'ouverture) d'un volet en translation verticale à partir d'un moteur à courant continu. Ce mécanisme est décrit ci-dessous :

En plus du bâti 0, ce mécanisme comporte trois pièces principales.

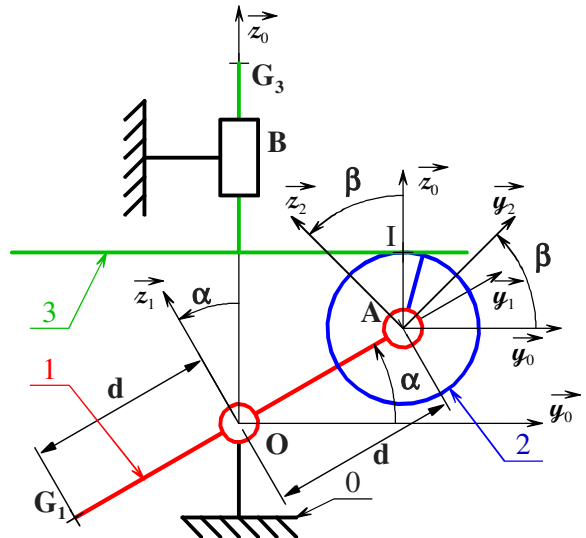
- ☞ La manivelle 1 de masse m_1 et centre d'inertie G_1
- ☞ Le rouleau 2 de masse m_2 et centre d'inertie A
- ☞ Le volet 3 de masse m_3 et centre d'inertie G_3

On associe au solides les bases suivantes :

- ☞ $\mathcal{B}_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ liée au bâti 0
- ☞ $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ liée à la manivelle 1
- ☞ $\mathcal{B}_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ liée au rouleau 2

Le volet 3 étant en translation par rapport au bâti 0, la base $\mathcal{B}_0$ est également liée au volet 3.

La manivelle 1 est dotée d'un contre poids qui permet de compenser le poids des autres pièces (2 et 3) et le rouleau 2 à une inertie choisie de manière à compenser celle du volet 3.



L'objectif du problème est de dimensionner les masses m_1 , m_2 de sorte à équilibrer le mécanisme. Ainsi équilibré le mécanisme pourra être actionné avec un couple ne dépendant que de l'accélération de la manivelle. Quelque soit la vitesse ou la position du mécanisme.

Modélisation, hypothèses et paramétrage

- ☞ L'accélération gravitationnelle est donnée par le vecteur $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$ avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.
- ☞ Toutes les liaisons du mécanisme (voir schéma cinématique ci-dessus) sont parfaites sauf la liaison sphère plan de normale $(I, \vec{z}_0)$ entre le rouleau 2 et le volet 3.
- ☞ Un système pignon crémaillère permet d'éviter le glissement du rouleau 2 sur le volet 3 au point I.
- ☞ On donne pour ce mécanisme les dimensions suivantes :

$$\text{Pour la manivelle 1 : } \vec{G_1O} = \vec{OA} = d \cdot \vec{y}_1 \quad \text{Pour le rouleau 2 : } \vec{AI} = R \cdot \vec{z}_0.$$

- ☞ Le rouleau 2 est assimilé à un cylindre plein de révolution d'axe $(A, \vec{x}_2)$ et de rayon R. Ce cylindre a un matériau homogène.
- ☞ La liaison pivot entre 0 et 1 est motorisée induisant une action sur la manivelle 1 modélisée par un couple de vecteur : $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{x}_0$.
- ☞ Etant donnée les liaisons entre les solides 0, 1 et 2, les bases $\mathcal{B}_0$, $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_2$ ont un même vecteur commun : $\vec{x}_0 = \vec{x}_1 = \vec{x}_2$. On pose donc les paramètres angulaires :

$$\alpha = (\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_1}) = (\widehat{\vec{z}_0, \vec{z}_1}) \quad \beta = (\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_2}) = (\widehat{\vec{z}_0, \vec{z}_2})$$

- ☞ Pour la position du volet 3 elle est définie par le paramètre linéaire : $\vec{OG}_3 = \lambda \cdot \vec{z}_0$. La dérivée temporelle de ce paramètre correspond donc à la vitesse $v = \dot{\lambda}$ du volet 3 qui est en translation rectiligne par rapport au bâti 0. On a donc le vecteur vitesse du volet 3 : $\vec{V}_{G_3 \in 3/0} = v \cdot \vec{z}_0$
- ☞ Le moment d'inertie de la manivelle 1 par rapport à l'axe $(G_1, \vec{x}_0)$ est noté I_1 .

Objectif

L'objectif du problème est d'équilibrer le mécanisme. C'est-à-dire dimensionner les masses m_1 et m_2 de sorte que quelque soit α et $\dot{\alpha}$ on ait : $C_m = J_e \cdot \ddot{\alpha}$ avec J_e constante fonction de I_1 , m_3 et d .

Questions

- 1- Déterminer, en fonction de d et $\dot{\alpha}$, l'expression de la vitesse $\overrightarrow{V_{A \in 2/0}}$ en déduire le vecteur accélération de ce même point A appartenant à 2 par rapport à 0 : $\overrightarrow{\Gamma_{A \in 2/0}}$.
- 2- Déterminer, en fonction de d , R , $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$, la vitesse du point I appartenant au rouleau 2 par rapport au bâti 0 : $\overrightarrow{V_{I \in 2/0}}$. Puis en traduisant la condition de roulement sans glissement du rouleau 2 sur le volet 3, déterminer v et $\dot{\beta}$ en fonction de d , R , α et $\dot{\alpha}$. En déduire $\dot{v}$ et $\ddot{\beta}$ en fonction de d , R , α , $\dot{\alpha}$ et $\ddot{\alpha}$.
- 3- Réaliser un graphe de structure du mécanisme sur lequel vous ferez apparaître les actions de liaison et les autres actions telles celles du couple moteur et de la pesanteur. Vous indiquerez également sur ce graphe de structure les nombre d'inconnues de chacune des actions de liaison en faisant l'hypothèse que le problème est un problème plan ($O, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}$).
- 4- Etablir un ordonnancement des isolements afin de déterminer le couple moteur C_m en fonction du seul paramètre angulaire α (et ses dérivées) et des données dimensionnelles et de géométrie des masses du mécanisme. Pour cela on ne calculera en plus du couple C_m que les deux composantes Y_{32} et Z_{32} de l'action du volet 3 sur le rouleau 2 dont la résultante sera notée : $\overrightarrow{F_{3 \rightarrow 2}} = Y_{32} \cdot \overrightarrow{y_0} + Z_{32} \cdot \overrightarrow{z_0}$.
- 5- En suivant l'ordonnancement des isolements établi à la question 4, déterminer l'expression du couple moteur C_m en fonction du seul paramètre α .
- 6- Le mécanisme sera équilibré si le couple peut s'écrire : $C_m = J_e \cdot \ddot{\alpha}$. C'est-à-dire que celui-ci ne dépend que de l'accélération angulaire et d'un moment d'inertie équivalent J_e constant. Ceci quelque soit la position angulaire α et la vitesse de rotation $\dot{\alpha}$. Déterminer les conditions sur les masses m_2 et m_3 pour que le système soit équilibré et donner dans ce cas l'expression de J_e uniquement en fonction de la masse m_3 de la distance d et du moment d'inertie I_1 .
- 7- Question à ne faire qu'après avoir vu le théorème de l'énergie cinétique. En reprenant les résultats des questions 1 et 2, retrouver l'expression du couple moteur C_m en appliquant un théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble des pièces en mouvement : $S = \{1, 2, 3\}$.