

TD2 : Manipulateur de CD

Mise en situation et description du système

On étudie un manipulateur d'automatisme industriel permettant de transférer des compacts disques de leur zone de stockage à la verticale (axe du disque horizontal) au poste de gravage où les disques sont déposés à l'horizontale (axe du disque vertical).

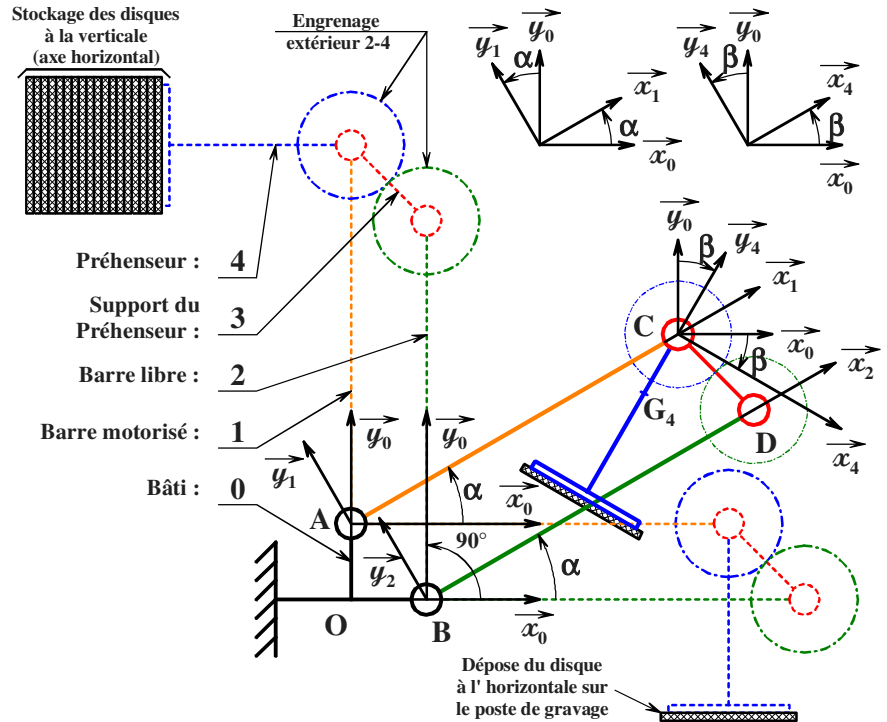
Pour cela on a un préhenseur 4 en liaison pivot sur le support de préhenseur 3. Ce support 3 est déplacé en translation circulaire grâce à deux barres 1 et 2 qui sont en liaison pivot avec le bâti 0 du manipulateur.

Deux roues d'engrenage de même diamètre, l'une liée au préhenseur 4 et l'autre à la barre 2 permettent d'orienter le préhenseur 4 en fonction de la position des barres 1 et 2.

Ainsi lorsque les barres 1 et 2 sont à l'horizontale l'axe du disque sur le préhenseur est vertical et inversement.

La liaison pivot entre la barre 1 et le bâti 0 est motorisée.

L'objectif du problème est de déterminer l'expression, en fonction des données du mécanisme, du couple moteur nécessaire pour réaliser le mouvement du préhenseur de la zone de stockage à la zone de dépose des compacts disques.



Modélisation et paramétrage du mécanisme

Le mécanisme est constitué des 5 solides indéformables 0, 1, 2, 3 et 4. On note $\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ les bases liées au solides i (pour i de 0 à 4). Tous les mouvements étant plans toutes ces bases ont le même vecteur $\vec{z}_0$ en commun : $\forall i, \vec{z}_i = \vec{z}_0$.

Lorsque les barres 1 et 2 sont à l'horizontale, toutes les bases $\mathcal{B}_i$ sont confondues.

La modélisation cinématique du mécanisme est la suivante :

- ☞ Les barres 1 et 2 sont respectivement en liaisons pivot d'axes $(A, \vec{z}_0)$ et $(B, \vec{z}_0)$ avec le bâti 0. Ces points A et B sont tels que : $\vec{AB} = e. \vec{x}_0 - e. \vec{y}_0$.
- ☞ Le support 3 est respectivement lié aux barres 1 et 2 par des liaisons pivot d'axes $(C, \vec{z}_0)$ et $(D, \vec{z}_0)$. Ces points C et D sont tels que $\vec{CD} = e. \vec{x}_0 - e. \vec{y}_0$. D'autre part : $\vec{AC} = l. \vec{x}_1$ et $\vec{BD} = l. \vec{x}_2$.
- ☞ Le préhenseur 4 est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_0)$ avec le support de préhenseur 3.
- ☞ L'engrenage 2-4 est constituée de deux roues dentées de même diamètre primitif (même nombre de dents) dont les axes sont $(C, \vec{z}_0)$ pour la roue de 4 et $(D, \vec{z}_0)$ pour la roue de 2.

On pose les paramètres angulaires : $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ et $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_4)$

La géométrie du mécanisme en parallélogramme déformable (car $AB = CD$ et $AC = BD$ donc $ABDC$ est un parallélogramme) permet un mouvement de translation circulaire du support 3 par rapport au bâti 0. Le taux de rotation de 3 par rapport à 0 est donc nul. On en déduit :

$$\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) \quad \Omega_{3/0} = \vec{0} \quad \Omega_{1/0} = \Omega_{2/0} = \dot{\alpha}. \vec{z}_0$$

Données et hypothèses

Toutes les liaisons sont parfaites (la liaison engrenage est assimilée à une liaison sphère plan).

Le problème se ramène à un problème plan $(0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

La verticale vers le haut est $\vec{y}_0$. Donc l'accélération gravitationnelle est le vecteur $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$.

Le moto réducteur utilisé (fixé sur le bâti 0) exerce sur la barre 1 un couple moteur $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{z}_0$.

Les données massiques et inertielles des solides 1 à 4 sont les suivantes :

- ☞ Les masses des quatre solides i (pour i de 1 à 4) sont notées m_i .
- ☞ Les centres d'inertie des quatre solides i (pour i de 1 à 4) sont notées G_i .
- ☞ Les barres 1 et 2 sont assimilées à des barres homogènes de section négligeable devant leur longueur ℓ .
Leurs centres d'inertie G_1 et G_2 sont donc tels que : $\vec{AG}_1 = \frac{\ell}{2} \cdot \vec{x}_1$ et $\vec{AG}_2 = \frac{\ell}{2} \cdot \vec{x}_2$ avec $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ car on a $(\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_1}) = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_2})$. Les moments d'inertie de 1 et 2 par rapport aux axes $(G_1, \vec{z}_0)$ et $(G_2, \vec{z}_0)$ notés $I_{G_1}(1)$ et $I_{G_2}(2)$ sont donc tel que : $I_{G_1}(1) = \frac{m_1 \cdot \ell^2}{12}$ et $I_{G_2}(2) = \frac{m_2 \cdot \ell^2}{12}$
- ☞ Le moment d'inertie du préhenseur 4 par rapport à l'axe $(G_4, \vec{z}_0)$ est noté $I_{G_4}(4)$.
- ☞ Le centre d'inertie du préhenseur 4 est tel que : $\vec{CG}_4 = -d \cdot \vec{y}_4$.

Travail demandé

Q.1- Montrer que : $\beta = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_4}) = -\alpha$. Pour cela vous établirez que $\vec{\Omega}_{4/0} = -\vec{\Omega}_{2/0}$ à partir de la cinématique de l'engrenage entre les roues de 2 et 4 qui sont en liaison pivot sur 3.

Q.2- Déterminer les expressions en fonction de ℓ , d , α , $\vec{y}_1$ et $\vec{x}_4$, des vitesses des centres d'inertie des quatre solides de 1 à 4 par rapport au bâti 0 : $\vec{V}_{G_i \in i/0}$.

Q.3- Déterminer l'expression en fonction de ℓ , d , α , $\dot{\alpha}$, m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , et $I_{G_4}(4)$, de $E_C(S/0)$ l'énergie cinétique du système S constitué de l'ensemble des pièces en mouvement : $S = \{1, 2, 3, 4\}$.

Q.4- En appliquant un TEC au système S , déterminer l'expression en fonction de g , ℓ , d , α , $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$, m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , et $I_{G_4}(4)$, du couple moteur C_m .

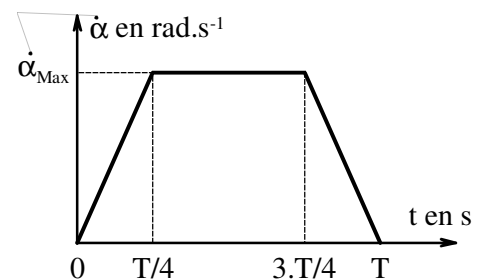
Pour saisir et relâcher le disque, le préhenseur doit être muni d'un petit actionneur. Cet actionneur est placé sur le préhenseur de sorte à ramener le centre d'inertie du préhenseur (avec l'actionneur) sur son axe de rotation $(C, \vec{z}_0)$ C'est-à-dire qu'il est placé de sorte que $d \approx 0$.

Q.5- Donner dans ce cas (pour $d = 0$) l'expression simplifiée du couple moteur C_m .

Pour déplacer le système de la position horizontale des barres à la position verticale, la course angulaire (celle de l'angle α) doit être de $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ rad.

Cette course angulaire est parcourue sur une durée T en suivant un diagramme des vitesses trapézoïdal avec des durées d'accélération et de décélération (1^{ière} et 3^{ième} phases) de $T/4$.

La vitesse angulaire maximale (2^{ième} phase) est notée $\dot{\alpha}_{Max}$.



Q.6- Déterminer les expressions en fonction de T , de $\dot{\alpha}_{Max}$ et des accélérations $\ddot{\alpha}$ sur les trois phases du déplacement. En déduire les trois expressions en fonction g , ℓ , α , T , m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , et $I_{G_4}(4)$, du couple moteur C_m sur chacune des trois du déplacement (avec $d = 0$). En déduire la valeur maximale de ce couple en fonction de T et des données du problème.