

TD*-1 : Actionneur piézoélectrique : Corrigé

1- Du schéma bloc on a : $C_h(p) = K_i \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right) = K_i \frac{T_i \cdot p + 1}{T_i \cdot p}$ $C(p) = \frac{K_i}{T_i} \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{p}$

2- Posons : $H_{BONC}(p) = \frac{N(p)}{p^\alpha \cdot D(p)}$ où $N(p)$ et $D(p)$ sont des polynômes de degré n_N et n_D .

$\varphi_{BONC}(\omega)$ la phase de $H_{BONC}(\omega)$ pour $\omega \rightarrow 0$ est de -90° . $H_{BONC}(p)$ est donc de classe 1 : $\alpha = 1$.

$\varphi_{BONC}(\omega)$ la phase de $H_{BONC}(\omega)$ pour $\omega \rightarrow \infty$ est de -180° . On a donc $-90 \cdot (\alpha + n_D - n_N) = -180$

On en déduit que : $n_D - n_N = 1$.

Etant donné le phénomène de résonnance au environ $2 \cdot 10^4$ et la non monotonie de la courbe de phase, on peut supposer que $n_N = 1$ et $n_D = 2$.

D'où la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte : $H_{BONC}(p) = \frac{K_{BONC} \cdot (1 + \tau \cdot p)}{p \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$

Sachant que : $H_{BONC}(p) = C_h(p) \cdot A_m \cdot M(p) \cdot K_C$ avec : $C_h(p) = \frac{1}{T_i} \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{p}$ (car $K_i = 1$)

On a donc pour $M(p)$: $M(p) = \frac{K_M}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ avec : $K_M = \frac{T_i \cdot K_{BONC}}{A_m \cdot K_C}$ et : $\tau = T_i$

Etant donné la forme de la courbe de phase (variation rapide de presque -180° entre $1 \cdot 10^4$ et $3 \cdot 10^4$ rad/s) on peut supposer que $1 \cdot 10^4 < \omega_0 < 3 \cdot 10^4$ et que pour $\omega < 10^4$ rad/s la phase de $M(p)$ est nulle.

Donc pour $\omega < 10^4$ rad/s la phase du correcteur : $C_h(p) = \frac{1}{T_i} \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{p}$ est proche celle de $H_{BONC}(p)$.

Sachant que cette phase est de -45° pour $\omega = 3,2 \cdot 10^3$ rad.s⁻¹ on en déduit que :

$$\frac{1}{T_i} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1} \quad \text{Soit :} \quad T_i = \frac{1}{3,2 \cdot 10^3} = 3,125 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

On trace l'asymptote à la courbe de gain pour $\omega \rightarrow 0$ (de pente -20 dB/dec)

Sachant que cette asymptote a pour équation : $y = 20 \cdot \log K_{BONC} - 20 \cdot \log \omega$ et qu'elle coupe la verticale d'abscisse 10^3 à l'ordonnée 10 dB on a :

$$10 = 20 \cdot \log K_{BONC} - 20 \cdot \log 10^3 \quad \text{Soit :} \quad K_{BONC} = 10^{70/20} = 3 \ 160$$

Sachant que : $K_M = \frac{K_{BONC} \cdot T_i}{A_m \cdot K_C}$ on obtient : $K_M = \frac{3 \ 160 \times 3,1 \cdot 10^{-4}}{20 \times 3,75 \cdot 10^5} = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ m.V}^{-1}$

On peut tracer la deuxième asymptote (horizontale) qui coupe la première à la pulsation $\frac{1}{T_i}$. On obtient ainsi une droite horizontale d'ordonnée environ 0dB.

La courbe de phase coupe l'ordonnée -90° à la pulsation $16 \ 000 \text{ rad.s}^{-1}$. La phase de la fonction de transfert du correcteur $\frac{1 + T_i \cdot p}{p}$ est à cette pulsation de $-90^\circ + \arctan(16 \ 000 \cdot T_i) = -11^\circ$.

La phase du correcteur variant elle beaucoup lentement la FTBO non corrigé a une phase très proche de : $-90^\circ - 11^\circ = -101^\circ$ à la pulsation ω_0 .

Une lecture sur le graphique permet donc d'obtenir la pulsation : $\omega_0 = 17 \ 000 \text{ rad.s}^{-1}$.

On peut enfin tracer la troisième asymptote (de pente -40 dB/dec) qui coupe la seconde (horizontale d'ordonnée 0dB) à la pulsation $\omega_0 = 17 \ 000 \text{ rad.s}^{-1}$.

Etant donné l'expression de la FTBO non corrigée : $H_{\text{BONC}}(p) = \frac{K_{\text{BONC}} \cdot (1 + T_i \cdot p)}{p \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$, le gain

dynamique pour ω_0 est de : $G_{\text{dBBONC}}(\omega_0) = 20 \cdot \log K_{\text{BONC}} - 20 \cdot \log 2 \cdot \xi + 10 \cdot \log(1 + T_i^2 \cdot \omega_0^2) - 20 \cdot \log \omega_0$

Or on lit sur la courbe de gain que : $G_{\text{dBBONC}}(\omega_0) = 14 \text{ dB}$

Donc : $-20 \cdot \log 2 \cdot \xi = 14 - 20 \cdot \log 3160 - 10 \cdot \log(1 + (3,125 \cdot 10^{-4} \cdot 17\,000)^2) + 20 \cdot \log 17\,000 = 13,96 \text{ dB}$

On en déduit le facteur d'amortissement : $\xi = \frac{1}{2} \cdot 10^{-13,96/20} = 0,1$

D'où :
$$M(p) = \frac{1,321 \cdot 10^{-7}}{1 + \frac{2 \times 0,1}{1,7 \cdot 10^4} \cdot p + \frac{1}{(1,7 \cdot 10^4)^2} \cdot p^2} \quad M(p) = \frac{1,325 \cdot 10^{-7}}{1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot p + 3,5 \cdot 10^{-9} \cdot p^2}$$

3- En multipliant par K_i : **On ne modifie pas le diagramme de phase.**

On translate verticalement le diagramme de gain de $20 \cdot \log K_i$.

Une lecture sur les diagrammes de phase et de gain permet d'obtenir :

$\varphi_{\text{BO}}(\omega_\varphi) = -135^\circ$ pour : $\omega_\varphi = 1,8 \cdot 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$ A cette pulsation : $G_{\text{dBBO}}(\omega_\varphi) = 11 \text{ dB}$

La marge de phase sera obtenue à la pulsation pour laquelle la phase de la boucle ouverte est de : $45 - 180 = -135^\circ$ soit à la pulsation ω_φ pour laquelle le gain est de $+11 \text{ dB}$.

Il faut donc traduire la courbe de gain du document DR2 de -11 dB .

Il faut donc que : $20 \cdot \log K_i = -11$ Soit : $K_i = 10^{-11/20} = 0,28$

Document réponse DR2

