

TD*-2 - Unité dentaire : Corrigé

Question 1- Transmittance F(p)

Sachant que : $H(p) = \frac{K \cdot p}{(1 + T_1 \cdot p) \cdot (1 + T_2 \cdot p)}$ et que : $H(p) = p \cdot F(p)$ on a :

$$F(p) = \frac{K}{(1 + T_1 \cdot p) \cdot (1 + T_2 \cdot p)} = \frac{K}{1 + (T_1 + T_2) \cdot p + T_1 \cdot T_2 \cdot p^2}$$

F(p) est donc une fonction de transfert du second ordre avec une pulsation propre ω_0 et un facteur d'amortissement m tels que : $\frac{1}{\omega_0^2} = T_1 \cdot T_2$ et $\frac{2 \cdot m}{\omega_0} = T_1 + T_2$

On en déduit donc : ☞ Le gain statique K

☞ Une pulsation propre : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{T_1 \cdot T_2}}$

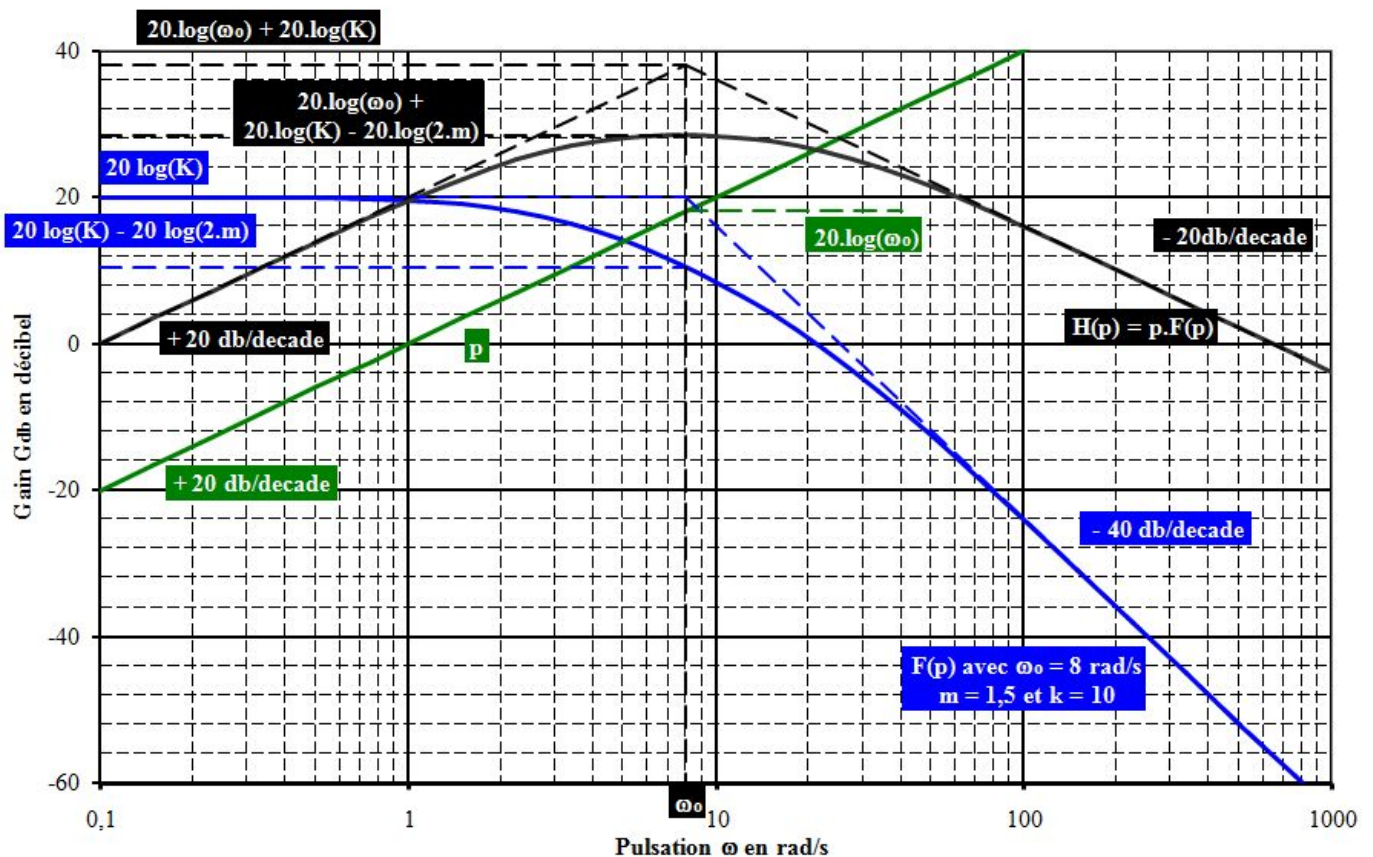
☞ Un facteur d'amortissement : $m = \frac{T_1 + T_2}{2 \cdot \sqrt{T_1 T_2}}$

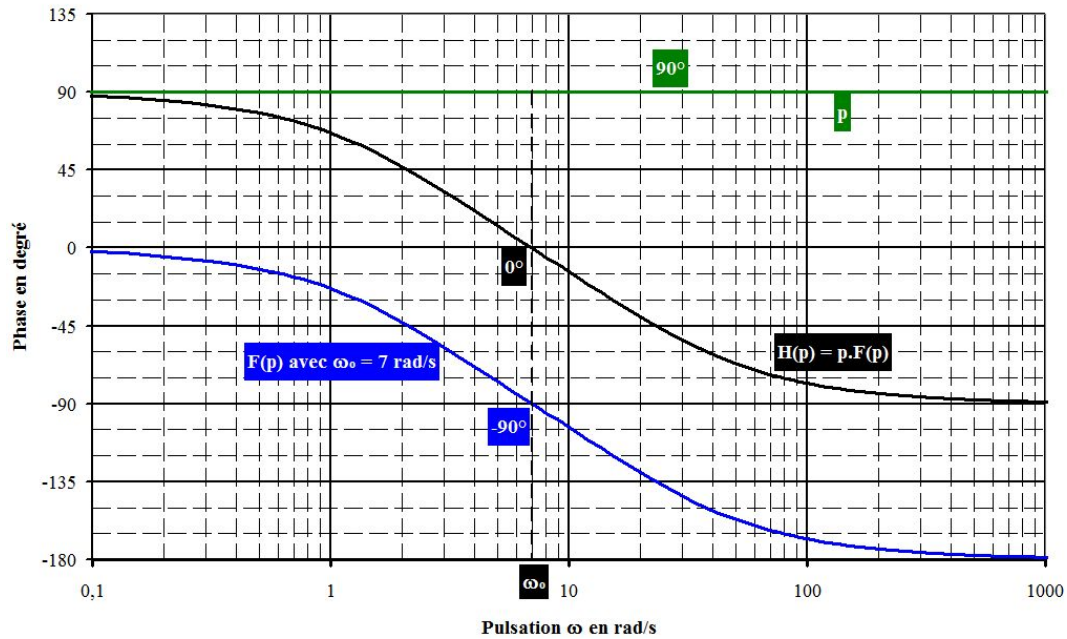
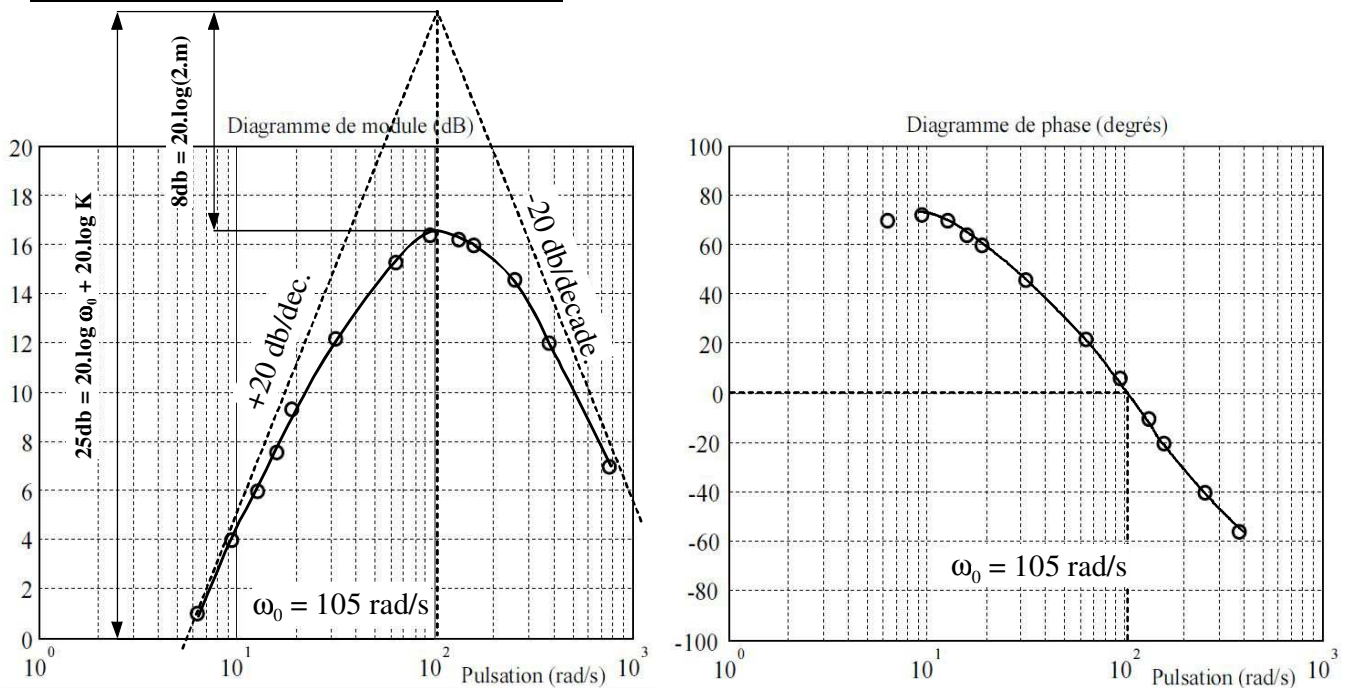
On en déduit donc : $f(t) = \frac{t^2}{T_1 \cdot T_2} - \frac{T_1 + T_2}{T_1 \cdot T_2} \cdot t + 1 = \frac{t^2 - (T_1 + T_2) \cdot t + T_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot T_2}$

On vérifie que : $f(T_1) = f(T_2) = 0$. Donc T_1 et T_2 sont les deux solutions de l'équation $f(t) = 0$.

Question 2 et 3 – Diagrammes de Bode

Diagrammes de Gain



Diagrammes de phaseQuestion 4 et 5 – Identification de H(p)

Par lecture sur le diagramme de phase on a : $\omega_0 = 105 \text{ d.s}^{-1}$

Par lecture sur le diagramme de gain on a : $8 \text{ db} = 20 \cdot \log(2 \cdot m)$ et : $25 \text{ db} = 20 \cdot \log \omega_0 + 20 \cdot \log K$

On en déduit : $m = \frac{10^{(8/20)}}{2} = 1,26$ et : $K = 10^{(25/20 - \log 105)} = 0,169 \text{ A.s.V}^{-1}$

D'où la transmittance du moteur :
$$H(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{K \cdot p}{1 + \frac{2 \cdot m}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2} = \frac{0,169 \cdot p}{1 + 0,024 \cdot p + 9,07 \cdot 10^{-5} \cdot p^2}$$

D'autre part T_1 et T_2 sont les solutions de $\omega_0^2 \cdot t^2 - 2 \cdot m \cdot \omega_0 \cdot t + 1 = 0 \Leftrightarrow 105^2 \cdot t - 2 \times 1,26 \times 105 \cdot t + 1 = 0$

On en déduit donc :
$$\begin{cases} T_1 = 1,93 \cdot 10^{-2} \text{ s} \\ T_2 = 4,70 \cdot 10^{-3} \text{ s} \end{cases} \quad \text{Soit : } H(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{0,169 \cdot p}{(1 + 1,93 \cdot 10^{-2} \cdot p) \cdot (1 + 4,70 \cdot 10^{-3} \cdot p)}$$