

TD4 : Robot de coulée

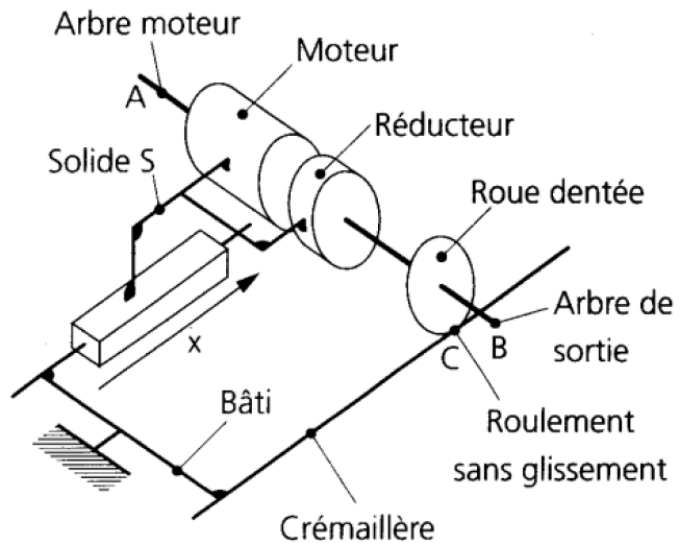
Présentation du système

A- Mise en situation

Dans une fonderie industrielle, le métal en fusion est à la sortie du four versé dans un creuset. Ensuite ce creuset est déplacé pour verser le métal en fusion.

Le robot de coulée étudié assure ce déplacement du creuset au dessus des moules. Il assure ainsi un asservissement en position du creuset.

Le schéma ci-contre représente le mécanisme assurant le déplacement du solide S (auquel est lié le creuset) par rapport au bâti.



B- Système pignon crémaillère

Le moto réducteur (Moteur + réducteur) de tension nominale 24V actionne en rotation une roue dentée qui est en liaison pivot par rapport au solide S à déplacer. La vitesse de rotation de cette roue est notée $\omega_R(t)$. Cette roue dentée dont le rayon est de $R_d = 0,1 \text{ m}$ roule sans glisser sur une crémaillère qui est fixée sur le bâti de la machine. Cela permet la translation du solide S qui est en liaison glissière d'axe $\vec{x}$ avec le bâti. La position du solide S est notée $x(t)$.

La machine est équipée d'un capteur incrémental qui après traitement du signal délivre une tension $u_m(t)$ proportionnelle à la position $x(t)$ du chariot. Ce capteur a un gain K_C . La tension ainsi mesurée est comparée à la tension $u_C(t)$ donnée par l'adaptateur qui délivre une tension proportionnelle de gain K_A à partir de la position de consigne $x_C(t)$ donnée par l'unité centrale du robot. Puis l'écart $\varepsilon(t)$ entre la mesure $u_m(t)$ et la consigne $u_C(t)$ est amplifié par un correcteur proportionnel qui est un gain pur K_P pour délivrer une tension $u(t)$ d'alimentation du moteur.

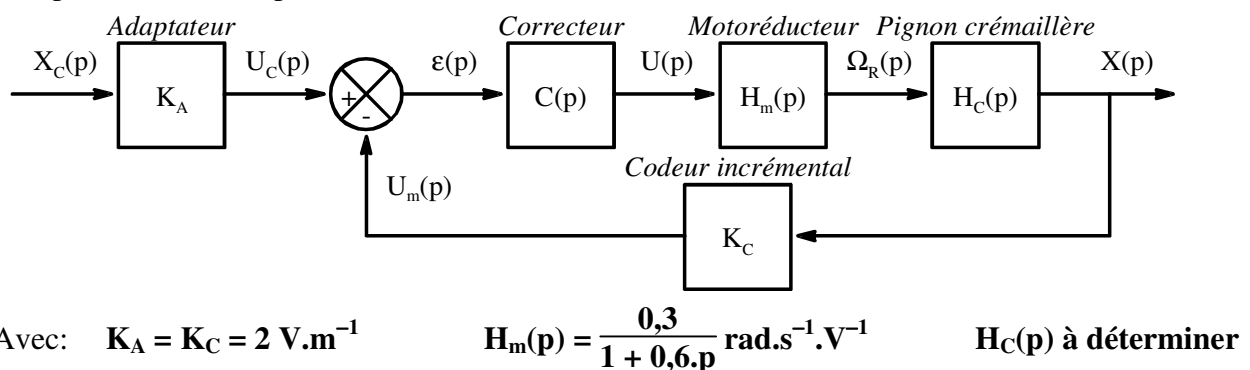
C- Objectif de l'étude : Cahier des charges

Pour les mouvements d'approche en avance rapide, on donne une consigne de position du chariot en échelon. On souhaite que le déplacement se fasse en un temps court avec peu de dépassement de la consigne. On impose donc que la réponse à une consigne de position se fasse avec une erreur nulle $\varepsilon_S = 0$, un temps de réponse à 5% de $t_{5\%} < 1 \text{ s}$ et un dépassement de la valeur finale de $D\% < 5\%$.

Le but de l'exercice est de déterminer les paramètres du correcteur permettant de répondre à ces critères du cahier des charges.

D- Modélisation

Une première étude a permis d'établir le schéma bloc de cet asservissement :



Travail demandé

A- Correction proportionnelle

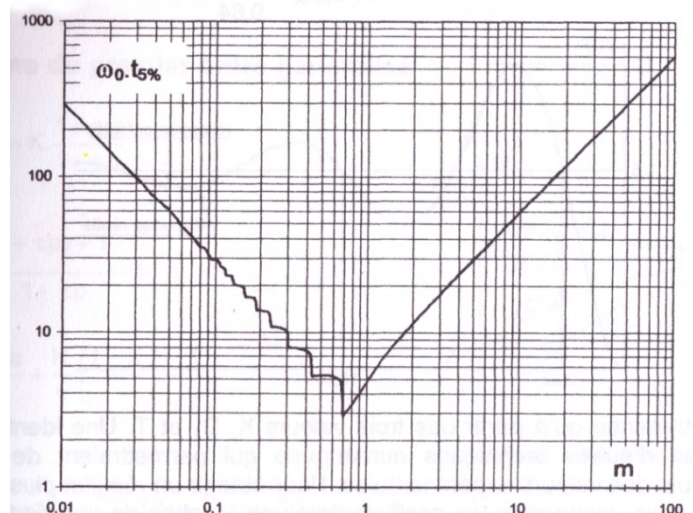
Q1 - Déterminer numériquement avec les unités du système international l'expression numérique de la fonction de transfert $H_C(p)$.

Q2 - On choisit un correcteur proportionnel de gain K_P : $C(p) = K_P$. Déterminer en fonction de K_P , l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle fermée : $H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_C(p)}$.

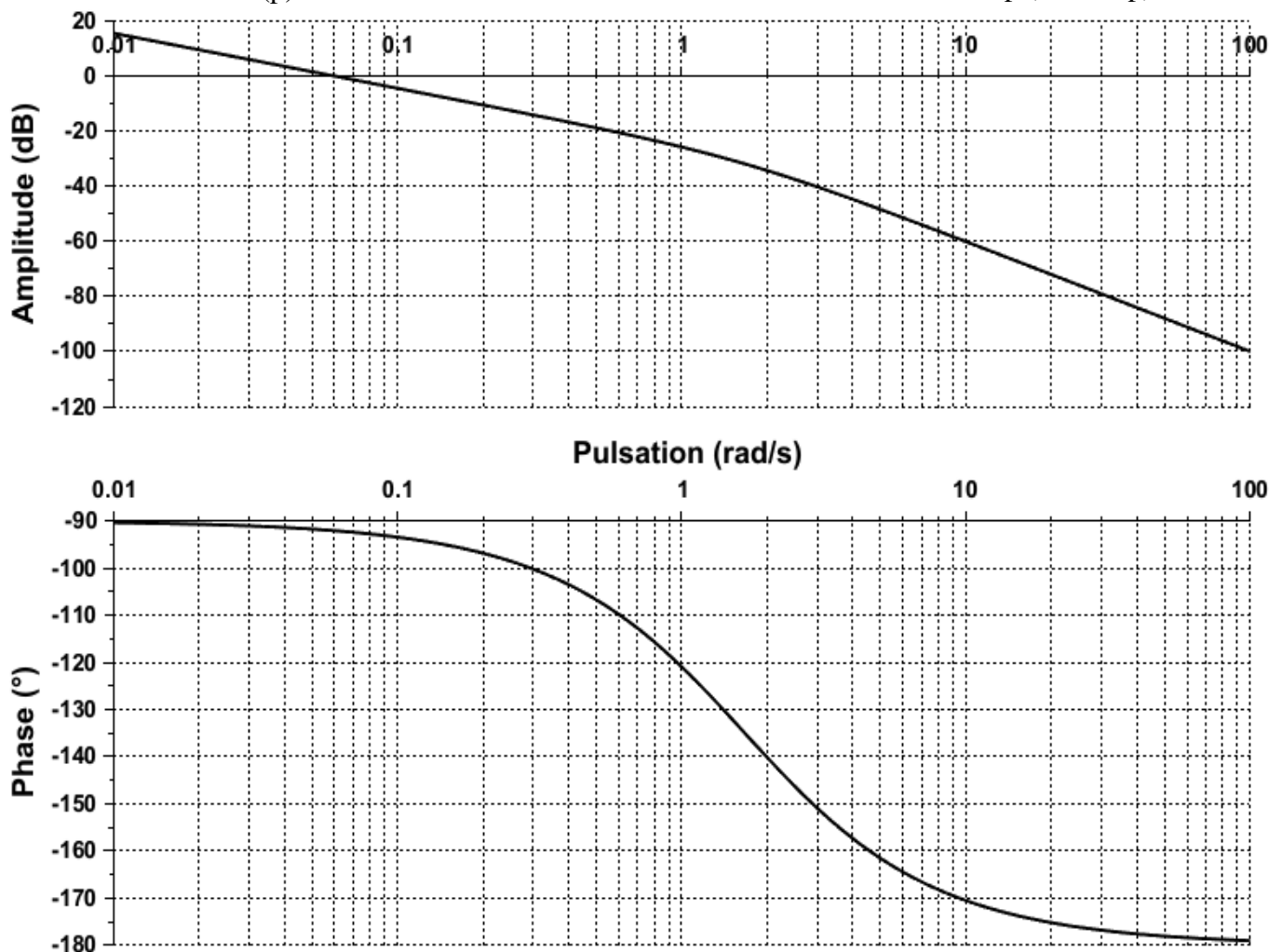
Q3 - En déduire le type de fonction de transfert et ses éléments caractéristiques en fonction de K_P . Le critère de précision, est-il vérifié ? Justifier la réponse.

Q4 - Déterminer le gain K_P du correcteur permettant le système le plus rapide ? Puis, en vous aidant de l'abaque ci-contre, conclure sur la possibilité de répondre au critère de rapidité avec un correcteur proportionnel.

Temps de réponse à 5 % d'un système du second ordre

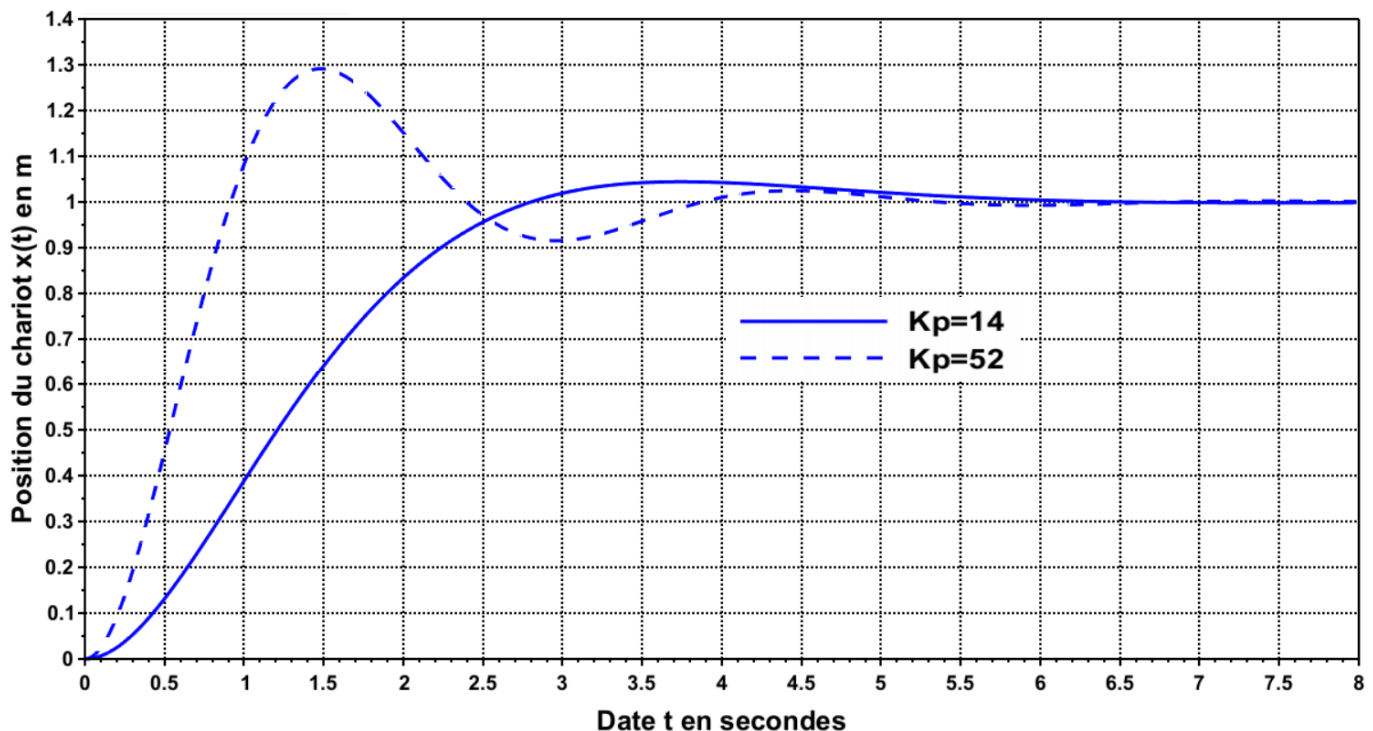


On donne ci-dessous les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle ouverte (FTBO) : $H_{BO}(p) = \frac{U_m(p)}{\varepsilon(p)}$ non corrigée $H_{BO}(p)$ pour $C(p) = 1$. Dans ce cas $H_{BO}(p) = \frac{0,06}{p(1 + 0,6.p)}$



- Q5 -** Tracer de manière précise les diagrammes asymptotiques de gain et de phase de cette FTBO non corrigée. Chaque droite tracée le sera en trouvant au moins un point pour cette droite et sa pente.
- Q6 -** Déterminer, par la lecture du diagramme de Bode, avec une précision de $0,01 \text{ rad.s}^{-1}$ la pulsation de coupure à 0 dB de cette FTBO non corrigée : $\omega_{0\text{dB}}$, ainsi qu'avec une précision de 1° la marge de phase de cette FTBO non corrigée : M_ϕ .
- Q7 -** Comment seront modifiés ces 2 diagrammes si on utilise un correcteur de gain K_P : $C(p) = K_P$? Comment seront modifiés $\omega_{0\text{dB}}$ et M_ϕ (Augmentation/diminution) si le gain du correcteur K_P est supérieur à 1 ? Comment seront modifiés $\omega_{0\text{dB}}$ et M_ϕ si le gain du correcteur K_P est inférieur à 1 ?
- Q8 -** Déterminer, par une lecture du diagramme de phase de la FTBO non corrigée, la pulsation de coupure à 0 dB ($\omega_{0\text{dB}}$) de la FTBO qui permettra d'obtenir une marge de phase de 65° avec un correcteur proportionnel de gain K_P . En déduire, par une lecture du diagramme de gain de la FTBO non corrigée, la valeur de K_P permettant d'obtenir cette marge de phase de 65° .
- Q9 -** Déterminer, par une lecture du diagramme de gain de la FTBO non corrigée, la valeur de K_P permettant d'obtenir une pulsation de coupure de 2 rad.s^{-1} : $\omega_{0\text{dB}} = 2 \text{ rad.s}^{-1}$. En déduire dans ce cas, par une lecture du diagramme de phase de la FTBO non corrigée, la valeur de la marge de phase.

On réalise une simulation de la réponse de la FTBF à un échelon de consigne unitaire pour deux valeurs du gain du correcteur : $K_P = 14$ et $K_P = 52$. On obtient les réponses temporelles ci-dessous :



Le temps d'établissement t_e d'une réponse temporelle est, dans le cas où il y a un dépassement de la valeur finale, le temps nécessaire pour que la réponse temporelle atteigne son premier maximum.

- Q10 -** Déterminer, pour chacune des deux valeurs de du gain du correcteur, le temps d'établissement t_e ainsi que le dépassement relatif $D\%$. Rappeler également la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO et la marge de phase résultante
- Q11 -** Comment, à priori, varie le temps d'établissement (t_e) de la réponse temporelle de la FTBF en fonction de la pulsation de coupure à 0 dB ($\omega_{0\text{dB}}$) de la réponse fréquentielle de la FTBO ?
- Q12 -** Comment, à priori, varie le dépassement relatif ($D\%$) de la réponse temporelle de la FTBF en fonction de la marge de phase (M_ϕ) de la réponse fréquentielle de la FTBO ?

B- Dimensionnement d'un correcteur à avance de phase (premier ordre généralisé)

Nous allons donc choisir et dimensionner un correcteur qui permettra d'avoir pour la FTBO :

- ☞ **Une marge de phase de la FTBO de $M_\phi = 65^\circ$** , ainsi on est en mesure d'espérer que le dépassement relatif de la réponse temporelle de la FTBF sera tel que : $D\% \leq 5\%$
- ☞ **Une pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO de $\omega_{0dB} = 2 \text{ rad.s}^{-1}$** , ainsi on est en mesure d'espérer que le temps d'établissement de la réponse temporelle de la FTBF sera tel que : $t_e \leq 1,5 \text{ s}$ et à la condition que $D\% \leq 5\%$ on aura un temps de réponse à 5% tel que : $t_{5\%} \leq 1 \text{ s}$.

On rappelle l'expression de la FTBO non corrigée :
$$H_{BONC}(p) = \frac{0,06}{p.(1 + 0,6.p)}$$

Q13 - Par le calcul, déterminer avec une précision de 0,1 dB et de $0,1^\circ$ le gain dynamique $G_{dBONC}(2)$ et la phase $\phi_{BONC}(2)$ de la FTBO non corrigée à la pulsation $\omega = 2 \text{ rad.s}^{-1}$. Vérifier votre calcul par une lecture du diagramme de Bode de la FTBO non corrigé donné en page 2.

Q14 - Quel doit être la phase et le gain dynamique du correcteur à la pulsation $\omega = 2 \text{ rad.s}^{-1}$, pour que la pulsation de coupure de la FTBO à 0 dB soit de $\omega_{0dB} = 2 \text{ rad.s}^{-1}$ et la marge de phase de $M_\phi = 65^\circ$.

On choisit un correcteur à avance de fonction de transfert :
$$C(p) = K. \frac{1 + c.T.p}{1 + T.p}$$

Q15 - Le correcteur à avance de phase est dimensionné de telle sorte que le surplus de phase qu'il apporte corresponde à sa phase maximale et que ce surplus de phase soit apporté à la pulsation de coupure visée pour la FTBO : $\omega_{0dB} = 2 \text{ rad.s}^{-1}$. Déterminer pour cela le facteur c puis la constante de temps T du correcteur à avance de phase.

Obtenir pour la FTBO corrigée ($H_{BO}(p) = C(p).H_{BONC}(p)$) une phase de -115° à la pulsation de 2 rad.s^{-1} n'est bien sûr pas suffisant. Il faut maintenant s'assurer que le gain dynamique de cette FTBO corrigée soit nul à cette pulsation de 2 rad.s^{-1} .

Q16 - Déterminer le gain Statique K du correcteur permettant d'obtenir (pour les valeurs de c et T précédemment déterminées) une pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO corrigée de $\omega_{0dB} = 2 \text{ rad.s}^{-1}$.

C- Analyse des performances du système corrigé

On choisit un correcteur à avance de phase tel que : $K = 33$; $T = 0,32 \text{ s}$ et $c = 2,5$.

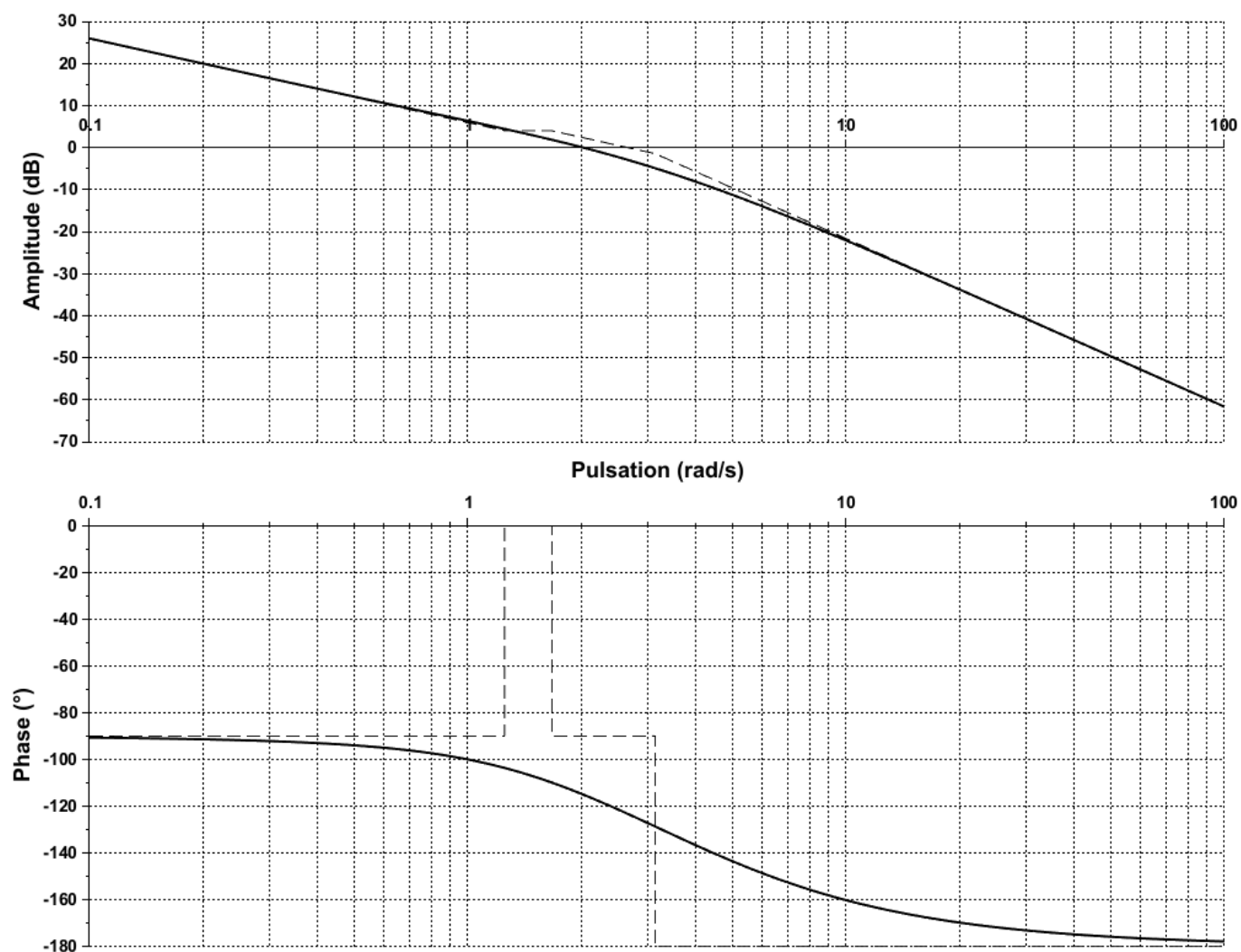
Une simulation numérique du système ainsi corrigé permet d'obtenir (voir page 5) les diagrammes de Bode (asymptotiques et réels) de la FTBO et la réponse temporelle de la FTBF à un échelon unitaire.

Q17 - Vérifier les critères de pulsations de coupure à 0 dB et de marge de phase de la FTBO. Puis indiquer sur le diagramme de Bode de la FTBO corrigée, les valeurs des différentes pulsations de cassure et ainsi que les pentes des différentes asymptotes au diagramme de gain.

Q18 - Le cahier des charges est-il satisfait ? Justifiez votre réponse pour chacun des trois critères du cahier des charges.

Q19 - Deux expériences sur la machine avec ce correcteur montrent que pour des consignes en échelon de 0,1 m et 1 m on obtient respectivement des temps de réponse d'environ 0,9 s et 2,3 s. Qu'est-ce qui explique une telle différence entre l'expérimentation et la simulation ? Pour justifier la réponse, on pourra déterminer la tension d'alimentation du moteur à la date de l'échelon : Soit $u(t)$ pour $t \rightarrow 0^+$, sachant que pour $t \rightarrow 0^+$, $u_m(t) \rightarrow 0$ car $x(t) \rightarrow 0$.

Diagramme de Bode de la FTBO corrigée avec le correcteur à avance de phase



Réponse temporelle de la FTBF avec un correcteur à avance de phase à un échelon de consigne de 1 m

