

Robot de coulée - Corrigé

Q1- Fonction de transfert du système pignon-crémaillère

Le système pignon crémaillère permet une transformation du mouvement de rotation de la roue ($\omega_R(t)$) en translation de l'écrou ($v(t)$) avec la relation : $v(t) = R_d \cdot \omega_R(t)$.

D'autre part $x(t)$ étant la position de l'écrou on a : $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ D'où : $\frac{dx(t)}{dt} = R_d \cdot \omega_R(t)$

Donc avec des conditions initiales nulles on a dans le domaine de Laplace : $p \cdot X(p) = R_d \cdot \Omega_R(p)$

D'où la fonction de transfert : $H_C(p) = \frac{\Omega_R(p)}{X(p)} = \frac{R_d}{p}$ Soit : $H_V(p) = \frac{0,1}{p} \text{ m.s.rad}^{-1}$

Q2- FTBF pour un correcteur proportionnel K_P .

A partir du schéma bloc en utilisant la formule de Black on obtient la FTBF de l'asservissement :

$$H_{BF}(p) = K_A \cdot \frac{C(p) \cdot H_m(p) \cdot H_C(p)}{1 + C(p) \cdot H_m(p) \cdot H_C(p) \cdot K_C}$$

Soit pour : $C(p) = K_P$ $H_V(p) = \frac{0,1}{p}$ $H_m(p) = \frac{0,3}{1 + 0,6 \cdot p}$ $K_A = K_C = 2$

$$H_{BF}(p) = \frac{\frac{2 \times 0,3 \times 0,1 \times K_P}{p \cdot (1 + 0,6 \cdot p)}}{1 + \frac{2 \times 0,3 \times 0,1 \times K_P}{p \cdot (1 + 0,6 \cdot p)}} = \frac{0,06 \cdot K_P}{0,06 \cdot K_P + p + 0,6 \cdot p^2}$$

Donc sous sa forme canonique :

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{16,7}{K_P} \cdot p + \frac{10}{K_P} \cdot p^2}$$

Q3- Caractéristiques de la FTBF avec un correcteur proportionnel K_P et précision du système

Avec ce correcteur la FTBF de l'asservissement est un second ordre simple de classe 0 pour lequel :

Le gain statique est : $K_{BF} = 1$,

La pulsation propre du système non amorti est de : $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_P}{10}}$

Le facteur d'amortissement est : $\xi = \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{16,7}{K_P} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{K_P}{10}} \cdot \frac{16,7}{K_P} \Rightarrow \xi = \frac{2,64}{\sqrt{K_P}}$

Le gain statique de la FTBF étant de 1 le critère de précision est respecté $\forall K_P$: $\varepsilon_S = 0$

Q4- Performances de l'asservissement avec un correcteur proportionnel K_P .

Pour avoir le système le plus rapide il faut une valeur du facteur d'amortissement : $\xi = 0,69$

Soit : $\frac{1,86}{\sqrt{K_P}} = 0,69 \Rightarrow K_P = \frac{2,64^2}{0,69^2} = 14,6$

Pour cette valeur de K_P la pulsation propre est de : $\omega_0 = \sqrt{\frac{14,6}{10}} = 1,21 \text{ rad.s}^{-1}$

D'autre part pour $\xi = 0,69$ l'abaque des temps de réponses à 5% donne $t_{5\%} \cdot \omega_0 = 2,9$.

Soit : $t_{5\%} = \frac{2,9}{1,21} \approx 2,4 \text{ s}$ Soit : $t_{5\%} > 1 \text{ s}$

Cette valeur de K_P donnant le système le plus rapide, on en déduit qu'il est impossible avec un correcteur proportionnel de respecter le critère de rapidité du cahier des charges.