

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 20

PSI 1 2022-2023

du lundi 13/03 au vendredi 17/03

1 Variables aléatoires : voir programme précédent

2 Espérance et variance : voir programme précédent

3 Fonctions génératrices :

- définition de $G_X(t) = E(t^X)$ si X est une variable aléatoire discrète à valeurs dans \mathbb{N} ;
- son rayon de convergence est au moins égal à 1, continuité sur $[-1; 1]$;
- fonction génératrice des 4 lois usuelles et rayons de convergence associés ;
- X admet une espérance finie ssi G_X est dérivable en 1 et $G'_X(1) = E(X)$;
- X admet une variance ssi G_X est dérivable deux fois en 1 et $G''_X(1) = E(X(X-1))$;
- Si X et Y sont indépendantes : $G_{X+Y} = G_X \times G_Y$;

4 Topologie des evn :

- définition des parties ouvertes, des parties fermées, relation avec les intersections et les réunions ;
- les boules ouvertes sont ouvertes, les boules fermées sont fermées ;
- définition des vecteurs adhérents, des vecteurs intérieurs ;
- caractérisation séquentielle des vecteurs adhérents et des parties fermées ;
- définition de l'adhérence, d'une partie dense ;

5 Limites et applications continues :

- définition de la limite d'une fonction en un vecteur adhérent dépendant des normes choisies, exemples ;
- passage par les coordonnées (à l'arrivée) en dimension finie, caractérisation séquentielle ;
- opérations sur les limites : combinaison linéaire, composition, produit par une fonction scalaire ;
- continuité "ponctuelle" : adaptation des propriétés sur les limites ;
- continuité globale : adaptation des propriétés locales ;
- fonctions lipschitziennes : elles sont continues, stables par combinaison linéaire et composition ;
- image réciproque d'ouvert ou de fermé par une application continue de E dans \mathbb{R} ;
- fonction continue définie sur un fermé borné à valeurs dans \mathbb{R} est bornée et atteint ses bornes ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir la fonction génératrice d'une variable aléatoire à valeurs entières (déf. 12.23)
- 2 énoncer le théorème donnant une autre expression de l'espérance (th. 12.15)
- 3 énoncer la loi faible des grands nombres (th. 12.29)
- 4 énoncer la formule sur la relation entre G_X et $E(X)$ (th. 12.33)
- 5 prouver l'inégalité de MARKOV (prop. 12.27)
- 6 prouver l'inégalité de BIENAYMÉ-TCHEBYCHEV (th. 12.28)
- 7 définir un vecteur intérieur et un vecteur adhérent à une partie (déf 13.1 et 13.2)
- 8 énoncer le théorème de caractérisation séquentielle des fermés (th. 13.3)
- 9 énoncer le théorème de caractérisation de continuité par les fonctions coordonnées (th. 8.20)
- 10 énoncer le théorème des bornes atteintes pour f continue sur un fermé borné (th. 13.12)
- 11 prouver qu'une boule ouverte est ouverte (prop. 13.1)
- 12 prouver que l'intersection d'un nombre fini d'ouverts est un ouvert (prop. 13.1)
- 13 prouver la caractérisation séquentielle des vecteurs adhérents (th. 13.3)

Prévision pour la prochaine et dernière semaine : repos, en attente de la préparation aux oraux ;