PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 05

PSI 1 2023-2024 **du lundi 16/10 au vendredi 20/10**

1 Révisions d'algèbre linéaire :

- espaces et sous-espaces vectoriels, sous-espaces engendrés ;
- somme de deux sous-espaces, somme directe, sous-espaces supplémentaires ;
- applications linéaires, noyau et image, caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité ;
- projecteurs et symétries : passage de l'algébrique au géométrique ;
- famille libre, génératrice, base, propriétés de ces familles ;
- sous-espace stables par un endomorphismes et endomorphismes induits ;
- théorème du rang (isomorphisme entre un supplémentaire du noyau et l'image) ;
- application donnée par ses restrictions à des sous-espaces en somme directe ;
- familles libres, génératrices, liées, bases éventuellement infinies (hors programme néanmoins) ;
- définition des hyperplans (prog. en dimension finie) : supplémentaire droite ou dimension $\mathsf{dim}(E)-1$;
- les hyperplans sont les noyaux des formes linéaires non nulles ;
- les hyperplans n'ont qu'une seule équation à un coefficient multiplicatif près ;
- calcul matriciel : somme, produit, espace vectoriel, anneau, matrices élémentaires, dimension ;
- transposée, matrices symétriques, antisymétriques, diagonales, triangulaires, trace ;
- inverses de matrices, calcul de puissances, matrices de Gauss ;
- représentations matricielles : famille, matrice d'application linéaire, d'endomorphisme ;
- isomorphisme matrice-applications linéaires, relation avec le produit, l'inverse ;
- matriciellement : image d'un vecteur, changement de bases, matrices de passage entre bases ;
- changement de bases pour une application linéaire ;

QUESTIONS DE COURS :

1 énoncer la formule de Taylor reste intégral (th. 3.10)

2 prouver que si f et g sont continues sur I et si $\int_I f$ CV et $\int_I g$ DV, alors $\int_I (f+g)$ DV (th. 3.25)

3 prouver que si $a \in \mathbb{R}^*$ et $\alpha > 0$, alors $\int_1^{+\infty} \frac{e^{iat}}{t^\alpha} dt$ converge (exem. 3.36)

1 énoncer le théorème du rang (th. 4.13)

2 énoncer les propriétés d'une projection p sur F parallèlement à G (th. 4.15)

3 énoncer la caractérisation géométrique d'un projecteur (th. 4.16)

4 énoncer la dualité liant les hyperplans et les formes linéaires non nulles en dimension finie (th. 4.36)

5 prouver que $\mathsf{Ker}(f) \cap \mathsf{Ker}(g) \subset \mathsf{Ker}(f+g)$ et $\mathrm{Im}\,(f+g) \subset \mathrm{Im}\,(f) + \mathrm{Im}\,(g)$ (rem. 4.20)

6 prouver que $\mathcal{M}_n(\mathbb{K}) = \mathcal{S}_n(\mathbb{K}) \oplus \mathcal{A}_n(\mathbb{K})$ et donner les dimensions et bases de chaque sev (prop. 4.39)

Prévision pour la prochaine semaine : algèbre linéaire.