

Correction TD5

1. On a $S = s_1 + s_2$ donc $|s_1 - s_2| = 2|s_1 - S/2|$
2. Il y a 2^n sous ensembles de E donc une complexité exponentielle.
3. À cause de la récursivité double, on a $C_n \geq 2C_{n-1}$ donc à nouveau une complexité exponentielle.
4. a) Il faut faire attention à avoir $j - E[i] \geq 0$

```
def tableau(E) :
    S = sum(E)
    T = [[False for _ in range(S+1)] for _ in range(len(E)+1)]
    T[0][0] = True
    for i in range(len(E)) :
        v = E[i]
        for j in range(S+1) :
            T[i+1][j] = T[i][j] or (j-v >= 0 and T[i][j-v])
    return T
```

- b) On ne peut pas obtenir la somme m avec les éléments de $E[:i]$ mais on peut l'obtenir avec ceux de $E[:i+1]$ donc en utilisant l'élément $E[i]$; les autres éléments sont à chercher dans $E[:i]$, afin d'obtenir ensuite la somme $m - E[i]$.

```
c) def partition(E) :
    T = tableau(E)
    L = []
    # détermination de m
    m = sum(E) // 2
    while not T[len(E)][m] :
        m -= 1
    # reconstruction de l'ensemble E1
    while m > 0 :
        # recherche du premier élément de E1
        i = 1
        while not T[i][m] :
            i += 1
        v = E[i-1]
        L.append(v)
        # on recommence avec la somme m-E[i]
        m -= v
    return L
```

- d) La complexité de la création du tableau est $O(n \times S)$, la première boucle **while** en $O(S)$ et la seconde (2 boucles imbriquées) en $O(n \times S)$ car $m \leq S/2$ et $i \leq n$. La complexité totale est donc $O(n \times S)$.
5. La fonction **p** utilise deux paramètres donc on utilise un dictionnaire dont les clés sont les couples (E, S) mais il faut faire attention qu'une liste n'est pas hachable (donc pour contourner le problème, on peut placer les listes dans une chaîne de caractère, même s'il y aurait plus efficace)

```
def partition2(E) :
    d = {}
    S = sum(E) // 2
    def part(E, S) :
        if (str(E), S) not in d :
            if len(E) == 1 :
                r = E
            else :
                E1 = part(E[1:], S)
                s1 = sum(E1)
                E2 = part(E[1:], S - E[0])
                s2 = sum(E2) + E[0]
                if abs(s1 - S) < abs(s2 - S) :
                    r = E1
                else :
                    r = [E[0]] + E2
            d[(str(E), S)] = r
        return d[(str(E), S)]
    return part(E, S)
```