PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 11

PSI 1 2023-2024 **du lundi 11/12 au vendredi 15/12**

1 Éléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice : voir programme précédent

2 Polynôme caractéristique : voir programme précédent

3 Diagonalisation en dimension finie : voir programme précédent +

- si u diagonalisable, caractérisation de son polynôme minimal (hors programme) ;
- si F stable par u et u diagonalisable alors u_F l'est aussi ;
- trigonalisation : définition et caractérisation par χ_u scindé ;

4 Codiagonalisation (hors programme mais bon...) :

- si u diagonalisable, $v \circ u = u \circ v \Longleftrightarrow \forall \lambda \in \mathrm{Sp}(u),\ E_\lambda(u)$ stable par v ;
- si u et v diagonalisable et commutent, ils codiagonalisent ;

5 Dénombrement :

- révision sur les ensembles finis : définition et cardinaux, parties d'un ensemble fini, applications entre ensembles finis, fonctions caractéristiques et relation avec les cardinaux ;
- "révision" sur le dénombrement : cardinal d'une réunion disjointe, d'un produit cartésien, de l'ensemble des applications (injections) entre deux ensembles, des p-listes, des p-listes d'éléments distincts deux à deux, de l'ensemble des parties, de l'ensemble des parties de cardinal fixé, coefficient binomiaux et relations associées, formules du crible et du multinôme hors programme mais évoquées ;
- ensembles dénombrables : propriétés, quelques exemples et contre-exemples ;

6 Sommabilité : seulement dans le cadre des probabilités d'après le programme officiel (que des exercices d'applications, rien de théorique)

- définition de l'ordre et des lois $+$ et $\times$ dans $[0;+\infty]$;
- existence de borne supérieure pour toute partie de $[0;+\infty]$;
- définition de la somme $\sum\limits_{i\in I} x_i$ d'une famille quelconque d'éléments de $[0;+\infty]$ par la borne supérieure dans $[0;+\infty]$ des sommes $\sum\limits_{i\in J} x_i$ quand J parcourt les parties finies de I ;
- restriction, linéarité, croissance, sommation par paquets, commutativité de la somme, relation de FUBINI, relations sur les familles produits dans le cas de somme de familles d'éléments de $[0;+\infty]$;
- définition d'une famille sommable de complexes ; somme de la famille dans ce cas ;
- comparaison, restriction, linéarité, croissance, sommation par paquets, commutativité de la somme, relation de FUBINI, relations sur les familles produits pour les familles sommables complexes ;

QUESTIONS DE COURS :

1 énoncer le théorème concernant certains coefficients de χ_u (th. 6.7)
2 énoncer le théorème sur $\mathrm{Tr}\,(u)$ et $\det(u)$ en fonction des valeurs propres si χ_u est scindé (th. 6.13)
3 énoncer la CNS de diagonalisabilité par l'existence d'un polynôme annulateur SARS (th. 6.22)
4 énoncer la CNS de diagonalisabilité par le fait que $\prod\limits_{\lambda\in \mathrm{Sp}(u)} (X-\lambda)$ annule u (th. 6.23)
5 énoncer la CNS de trigonalisabilité d'un endomorphisme (th. 6.26)
6 prouver que si u et v commutent, les $E_\lambda(u)$ sont stables par v (prop. 6.3)
7 prouver que λ est valeur propre de u si et seulement si $\chi_u(\lambda) = 0$ (th. 6.8)
8 prouver que les valeurs propres sont racines de tout polynôme annulateur de u (prop. 6.21)
9 prouver que si u diagonalisable et F stable par u, alors u_F est diagonalisable (prop. 6.24)

Prévision pour la prochaine semaine : révision de la réduction et probabilités.