

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 12

PSI 1 2023-2024

du lundi 18/12 au vendredi 22/12

1 Dénombrement :

- révision sur les ensembles finis : définition et cardinaux, parties d'un ensemble fini, applications entre ensembles finis, fonctions caractéristiques et relation avec les cardinaux ;
- "révision" sur le dénombrement : cardinal d'une réunion disjointe, d'un produit cartésien, de l'ensemble des applications (injections) entre deux ensembles, des p -listes, des p -listes d'éléments distincts deux à deux, de l'ensemble des parties, de l'ensemble des parties de cardinal fixé, coefficient binomiaux et relations associées, formules du crible et du multinôme hors programme mais évoquées ;
- ensembles dénombrables : propriétés, quelques exemples et contre-exemples ;

2 Sommabilité : voir programme précédent

3 Probabilités :

- définition d'une tribu : l'univers Ω est, et stabilité "par complémentaire" et réunion dénombrable ;
- exemples de tribus classiques, stabilité par différence et intersection dénombrable ;
- terminologie sur les événements : contraire, certain, impossible, ou, et, incompatibles, élémentaire ;
- probabilité : définition, relations simples, croissance, réunion de deux événements, du complémentaire ;
- exemples de probabilités classiques ; terminologie : presque sûr, négligeable ;
- continuité croissante, décroissante, sous-additivité ;
- probabilité conditionnelle $P_B(A)$ si $P(B) > 0$; la fonction P_B est une probabilité ;
- formule des probabilités composées, exemples d'applications ;
- système complet au plus dénombrable d'événements, formule des probabilités totales ;
- formule de BAYES : formulation avec ou sans la formule des probabilités totales ;
- définition de deux événements indépendants, indépendance mutuelle ;

4 Théorème de domination :

- théorème de convergence dominée - exemples ;
- théorème d'intégration terme à terme - exemples ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir ce qu'est une tribu d'un univers Ω (déf. 7.11)
- 2 définir ce qu'est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{A})$ (déf. 7.12)
- 3 définir ce qu'est une famille d'événements indépendants (déf. 7.15)
- 4 énoncer les relations dites de continuité croissante et décroissante (th. 7.24)
- 5 prouver la sous-additivité finie (prop. 7.22)
- 6 prouver la sous-additivité dénombrable (th. 7.24)
- 7 prouver que P_B est une probabilité si $B \in \mathcal{A}$ et $P(B) > 0$ (prop. 7.26)
- 8 prouver la formule des probabilités totales (cas SCE) (th. 7.28)
- 9 prouver que si A et B sont indépendants, alors A et $\bar{B}$ le sont aussi (rem. 7.36)
- 1 énoncer le théorème de convergence dominée (th. 8.1)
- 2 énoncer le théorème d'intégration terme à terme (th. 8.2)

Prévision pour la prochaine semaine : révisions et intégrales à paramètre.