

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 13

PSI 1 2023-2024

du lundi 08/01 au vendredi 12/01

1 Théorème de domination :

- théorème de convergence dominée - exemples ;
- théorème d'intégration terme à terme - exemples ;

2 Intégration à paramètre :

- théorème de convergence dominée (retour) - exemples ;
- théorème de continuité sous le signe somme + version "sur tout segment" ;
- théorème de dérivation sous le signe somme + version "sur tout segment" ;
- théorème de convergence dominée à paramètre continu (nouveau dans le programme) ;
- récurrence pour montrer qu'une fonction définie comme une intégrale à paramètre est de classe C^∞ ;
- exemple de la fonction Γ d'EULER ; valeurs particulières de cette fonction ;

3 Rayon de convergence d'une série entière :

- définition des séries entières de la variable complexe ou de la variable réelle ;
- opération sur les séries entières : multiplication par un scalaire, somme, produit de CAUCHY ;
- lemme d'ABEL ; intervalle des $r > 0$ tels que $(a_n r^n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée ;
- définition du rayon de convergence R d'une série entière, disques ouverts et fermés de convergence ;
- comportement de la série $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$ si $|z| < R$ (CVA) et si $|z| > R$ (divergence grossière) ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir la fonction Γ et en donner quelques propriétés (exem. 8.17)
- 2 énoncer le théorème de convergence dominée (th. 8.1)
- 3 énoncer le théorème d'intégration terme à terme (th. 8.2)
- 4 énoncer le théorème de continuité sous le signe somme (th. 8.3)
- 5 énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme (th. 8.6)
- 1 définir le rayon de convergence d'une série entière (déf. 9.2)
- 2 prouver le lemme d'ABEL (prop. 9.1)
- 3 prouver le résultat sur la convergence de $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$ si $|z| < R$ ou $|z| > R$ (th. 9.2)
- 4 prouver le théorème de comparaison sur les rayons des séries (th. 9.3)

Prévision pour la prochaine semaine : intégrales à paramètre et séries entières.