

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 20

PSI 1 2023-2024

du lundi 11/03 au vendredi 15/03

- 1 Normes d'un espace vectoriel** : voir programme précédent
- 2 Suites réelles ou complexes** : voir programme précédent
- 3 Suites dans un espace vectoriel normé (evn)** : voir programme précédent
- 4 Équivalence des normes** : voir programme précédent
 - définition d'une norme qui en domine une autre ; de l'équivalence de deux normes ;
 - nombreux exemples en géométrie, sur les polynômes, les matrices, les fonctions, les suites ;
 - relations de l'équivalence avec les suites bornées, les suites convergentes, les parties bornées ;
 - en dimension finie, toutes les normes sont équivalentes (admis) ;
 - en dimension finie, passage par les coordonnées dans une base pour la convergence d'une suite ;
- 5 Fonctions continues et dérivables de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$** : révision de sup.
 - différentes notions de limites, opérations sur les limites et calcul ;
 - continuité locale et globale, opérations ;
 - théorème des valeurs intermédiaires, de la limite monotone, d'encadrement ;
 - une fonction réelle continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes ;
 - dérivée, tangente, opérations sur les dérivées ;
 - dérivées successives, formule de LEIBNIZ, classe d'une fonction ;
 - théorèmes de ROLLE, des accroissements finis, variation des fonctions (sur des intervalles) ;
 - formule de TAYLOR reste intégral et applications ;
- 6 Topologie des evn** :
 - définition des parties ouvertes, des parties fermées, relation avec les intersections et les réunions ;
 - les boules ouvertes sont ouvertes, les boules fermées sont fermées ;
 - définition des vecteurs adhérents, des vecteurs intérieurs ;
 - caractérisation séquentielle des vecteurs adhérents et des parties fermées ;
 - définition de l'adhérence, d'une partie dense ;
- 7 Limites et applications continues** :
 - définition de la limite d'une fonction en un vecteur adhérent dépendant des normes choisies, exemples ;
 - passage par les coordonnées (à l'arrivée) en dimension finie, caractérisation séquentielle ;
 - opérations sur les limites : combinaison linéaire, composition, produit par une fonction scalaire ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir un vecteur intérieur et un vecteur adhérent à une partie (déf 12.12 et 12.13)
- 2 énoncer le théorème de caractérisation séquentielle des fermés (th. 12.13)
- 3 énoncer le théorème sur le rapport des normes en dimension finie (th. 12.9)
- 4 énoncer le théorème sur la caractérisation de la convergence par les coordonnées (th. 12.10)
- 5 énoncer le théorème de caractérisation séquentielle des limites et de la continuité (th. 12.16)
- 6 prouver qu'une boule ouverte est ouverte (prop. 12.11)
- 7 prouver que l'intersection d'un nombre fini d'ouverts est ouverte (prop. 12.11)
- 8 prouver la caractérisation séquentielle des vecteurs adhérents (th. 12.13)

Prévision pour la prochaine semaine : repos.