

1. Convergence des k -moyenne vers une solution non optimale

On considère l'ensemble d'entiers $X = \{1, 2, 9, 12, 19\}$.

1. Déterminer la partition de X en 2 ensembles obtenue par l'algorithme des k -moyennes avec $k = 2$ en partant de la partition $\{1, 2, 9, 12\}, \{19\}$
2. Recommencer avec $k = 2$ et la partition initiale $\{1\}, \{2, 9, 12, 19\}$
3. Vérifier que la partition fournie n'est pas toujours d'inertie minimale

2. Éviter les sous ensembles vides

On s'intéresse dans cette partie à un des défauts de l'algorithme des k -moyennes vu en cours : il peut ne pas fonctionner dans le cas où un des sous ensemble créé est vide (la fonction `barycentre` renvoie alors une erreur). Même si ce problème arrive rarement dans le cas où les points peuvent effectivement se répartir en k sous ensembles, dans le cas où on ne connaît pas la valeur de k permettant de partitionner l'ensemble, on peut être amené à devoir corriger ce problème.

La méthode utilisée dans ce TD est la suivante : si après la création d'une nouvelle partition de X , on se rend compte qu'un des sous ensemble est vide,

- on cherche, parmi les points de X appartenant à un sous ensemble de cardinal ≥ 2 , le point x de X tel que $\|x - b_x\|$ est maximal (avec b_x le barycentre du sous ensemble auquel appartient x)
- on place alors x dans un des sous ensembles initialement vide
- on recommence jusqu'à ne plus avoir de sous ensemble vide.

1. Écrire une fonction `vide(part:list)->list` qui prend en argument une liste de listes représentant une partition de X et qui renvoie la liste des indices correspondant aux sous ensembles vides de `part`.
2. Écrire une fonction `distMax(part:list)->tuple` qui prend en argument une liste de liste représentant une partition de X et qui renvoie un couple `(indPart, indPoint)` pour lequel `part[indPart][indPoint]` correspond au point x de X tel que $\|x - b_x\|$ est maximal parmi les points de X appartenant à un sous ensemble de cardinal ≥ 2 .
3. En déduire une modification de la fonction `kMoy` vue en cours qui ne renvoie plus d'erreur en créant un sous ensemble vide.