PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 04

PSI 1 2024-2025 **du lundi 07/10 au vendredi 11/10**

$\boxed{1}$ **Intégrales sur un segment** : voir programme précédent

$\boxed{2}$ **Comparaison locale des fonctions** : voir programme précédent

$\boxed{3}$ **Intégrales convergentes et divergentes** : voir programme précédent

$\boxed{4}$ **Fonctions intégrables** : voir programme précédent

$\boxed{5}$ **Révisions d'algèbre linéaire** : voir le programme précédent +

- déterminant des matrices carrées, relations associées, $\mathtt{det}(A) = \mathtt{det}(A^T)$;
- déterminant d'une famille de n vecteurs dans une base, caractérisation des bases ;
- déterminant des endomorphismes, relations associées, caractérisation des automorphismes ;
- développement par rapport à une rangée ;
- matrices des opérations de Gauss, conservation du déterminant par transvection, algorithme ;
- définition et terminologie sur les systèmes, système homogène associé, rang, déterminant si système "carré", compatibilité, interprétations avec les hyperplans, les formes linéaires, les vecteurs ;
- résolution avec le pivot de Gauss, inconnues auxiliaires et principales ;
- systèmes de Cramer et résolution avec les déterminants (HP) ;

$\boxed{6}$ **Algèbre linéaire** : ce qui est nouveau !

- espaces produits de plusieurs espaces : définition et dimension ;
- somme de plusieurs sous-espaces vectoriels dans un espace ;
- somme directe de plusieurs sous-espaces et caractérisations ; projecteurs associés ;
- caractérisation de sous-espaces en somme directe sur les dimensions ;
- produit matriciel par blocs et stabilité ;
- stabilité des noyaux et images si les endomorphismes commutent ;
- déterminant des matrices diagonales ou triangulaires par blocs ;
- trace d'une matrice carrée et d'un endomorphisme, trace d'un projecteur ;

QUESTIONS DE COURS :

1 définir ce qu'est une somme directe de plusieurs sous-espaces (déf. 2.41)

2 énoncer la dualité liant les hyperplans et les formes linéaires non nulles en dimension finie (th. 2.36)

3 énoncer la formule de changement de bases dans sa forme "endomorphisme" (th. 2.53)

4 énoncer la caractérisation d'une somme directe par les dimensions en dimension finie (th. 2.75)

5 énoncer le lien entre stabilité d'un sous-espace par un endomorphisme f et existence d'une base adaptée dans laquelle la matrice de f est triangulaire supérieure par blocs (prop. 2.78)

6 prouver que rang $(g \circ f) \leqslant \mathrm{Min}(\text{rang}\,(f), \text{rang}\,(g))$ (prop. 2.35)

7 prouver que $\mathcal{M}_n(\mathbb{K}) = \mathcal{S}_n(\mathbb{K}) \oplus \mathcal{A}_n(\mathbb{K})$ et donner les dimensions et bases de chaque sev (prop. 2.39)

8 prouver que si $u \circ v = v \circ u$, alors $\mathrm{Ker}(u)$ et $\mathrm{Im}\,(u)$ sont stables par v (prop. 2.80)

Prévision pour la prochaine semaine : tout sur l'algèbre linéaire et début des séries numériques