

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 07

PSI 1 2024-2025

du lundi 11/11 au vendredi 15/11

1 **Séries numériques** : voir programme précédent

2 **Normes d'un espace vectoriel** :

- définition des normes, distance associée, normes classiques sur les espaces de vecteurs de \mathbb{K}^n , de polynômes, de matrices, de fonctions, de suites,...
- boules ouvertes, fermées, sphères, vecteurs unitaires, fonctions bornées, $\|\cdot\|_\infty$;
- parties et suites bornées ; parties convexes ;

3 **Suites réelles ou complexes** : révision de sup.

- suites récurrentes d'ordre 1 du type $u_{n+1} = f(u_n)$: étude des points fixes de f , du signe de $f(x) - x$, cas particulier où f est croissante, où f est décroissante ;
- suites récurrentes linéaires d'ordre 2 du type $u_{n+1} = au_{n+1} + bu_n$: cas complexe et cas réel ;

4 **Suites dans un espace vectoriel normé (evn)** :

- convergence et divergence des suites, unicité de la limite ;
- opérations sur les suites convergentes, suites extraites ;

5 **Équivalence des normes** :

- définition d'une norme qui en domine une autre ; de l'équivalence de deux normes ;
- nombreux exemples en géométrie, sur les polynômes, les matrices, les fonctions, les suites ;
- relations de l'équivalence avec les suites bornées, les suites convergentes, les parties bornées ;
- en dimension finie, toutes les normes sont équivalentes (admis) ;
- en dimension finie, passage par les coordonnées dans une base pour la convergence d'une suite ;

6 **Fonctions continues et dérivables de \mathbb{R} dans \mathbb{R}** : révision de sup.

- différentes notions de limites, opérations sur les limites et calcul ;
- continuité locale et globale, opérations ;
- théorème des valeurs intermédiaires, de la limite monotone, d'encadrement ;
- une fonction réelle continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes ;
- dérivée, tangente, opérations, dérivées successives, formule de LEIBNIZ, classe d'une fonction ;
- théorèmes de ROLLE, des accroissements finis, variation des fonctions (sur des intervalles) ;
- formule de TAYLOR reste intégral et applications ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir le produit de CAUCHY de deux séries (déf. 3.6)
- 2 énoncer les résultats sur le développement de H_n et l'équivalent de STIRLING (rem. 3.23 et th. 3.16)
- 3 énoncer le théorème sur la relation entre les produits de CAUCHY et les séries (th. 3.20)
- 4 prouver la règle de D'ALEMBERT (th. 3.17)
- 1 définir une norme dans un espace vectoriel (déf. 4.1)
- 2 définir la convergence d'une suite dans un espace vectoriel normé (déf. 4.8)
- 3 énoncer le théorème sur le rapport des normes en dimension finie (th. 4.9)
- 4 énoncer le théorème sur la caractérisation de la convergence par les coordonnées (th. 4.10)
- 5 prouver qu'une boule fermée est convexe (prop. 4.2)
- 6 prouver l'homogénéité de la norme infinie (prop. 4.1 et 4.3)

Prévision pour la prochaine semaine : révision sur espaces vectoriels normés et début des suites et séries de fonctions