PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 08

PSI 1 2024-2025 **du lundi 18/11 au vendredi 22/11**

1 **Normes d'un espace vectoriel** : voir programme précédent

2 **Suites réelles ou complexes** : voir programme précédent

3 **Suites dans un espace vectoriel normé (evn)** : voir programme précédent

4 **Équivalence des normes** : voir programme précédent

5 **Fonctions continues et dérivables de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$** : voir programme précédent

6 **Suites et séries de fonctions** :

- convergence simple d'une suite de fonctions : limite simple ;
- convergence uniforme d'une suite de fonctions, exemples et contre-exemples ;
- convergence uniforme sur tout segment et implications entre ces trois notions ;
- convergence simple d'une série de fonctions : fonction somme $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$, fonction R_n reste d'ordre n ;
- convergence uniforme de la série de fonctions si $(R_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge uniformément vers la fonction nulle ; convergence uniforme de la série de fonctions sur tout segment ;
- convergence normale de la série de fonctions et convergence normale sur tout segment ; exemples et contre-exemples ; implications entre ces cinq notions ;
- conservation de propriétés par convergence simple : parité, croissance, périodicité ;

7 **Convergence uniforme et régularité** :

- convergence uniforme d'une suite de fonctions continues vers une fonction continue ;
- théorème de la double limite pour une suite de fonctions convergeant uniformément ;
- convergence uniforme (ou normale) d'une série de fonctions continues vers une fonction continue ;
- théorème de la double limite pour série de fonctions si convergence uniforme ;

QUESTIONS DE COURS :

1 définir la convergence d'une suite dans un espace vectoriel normé (déf. 4.8)
2 énoncer le théorème sur la caractérisation de la convergence par les coordonnées (th. 4.10)
3 prouver qu'une boule fermée est convexe (prop. 4.2)
1 définir la convergence simple d'une série de fonctions sur une partie (déf. 5.4)
2 définir la convergence uniforme d'une série de fonctions sur une partie (déf. 5.5)
3 définir la convergence normale d'une série de fonctions sur une partie (déf. 5.6)
4 énoncer les implications entre les différents modes de convergence pour les séries de fonctions (th. 5.2)
5 énoncer le théorème de continuité de la somme d'une série de fonctions (th. 5.4)
6 prouver que si $(f_n)_{n\geqslant 0}$ CVU sur I et $J \subset I$, alors $(f_n)_{n\geqslant 0}$ CVU sur J (rem. 5.2)
7 prouver que si les f_n sont paires et que $\sum_{n\geqslant 0} f_n$ CVS sur $\mathbb{R}$, alors $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$ est paire (rem. 5.4)

Prévision pour la prochaine semaine : suites et séries de fonctions en entier