

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 12

PSI 1 2024-2025

du lundi 16/12 au vendredi 20/12

- 1 **Éléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice** : voir programme précédent
- 2 **Polynôme caractéristique** : voir programme précédent
- 3 **(Co-)Diagonalisation et trigonalisation en dimension finie** : voir programme précédent
- 4 **Dénombrément** :
 - révision sur les ensembles finis : définition et cardinaux, parties d'un ensemble fini, applications entre ensembles finis, fonctions caractéristiques et relation avec les cardinaux ;
 - "révision" sur le dénombrement : cardinal d'une réunion disjointe, d'un produit cartésien, de l'ensemble des applications (injections) entre deux ensembles, des p -listes, des p -listes d'éléments distincts deux à deux, de l'ensemble des parties, de l'ensemble des parties de cardinal fixé, coefficient binomiaux et relations associées, formules du crible et du multinôme hors programme mais évoquées ;
 - ensembles dénombrables : propriétés, quelques exemples et contre-exemples ;
- 5 **Sommabilité** : seulement dans le cadre des probabilités d'après le programme officiel (que des exercices d'applications, rien de théorique)
 - définition de l'ordre et des lois $+$ et \times dans $[0; +\infty]$;
 - existence de borne supérieure pour toute partie de $[0; +\infty]$;
 - définition de la somme $\sum_{i \in I} x_i$ d'une famille quelconque d'éléments de $[0; +\infty]$ par la borne supérieure dans $[0; +\infty]$ des sommes $\sum_{i \in J} x_i$ quand J parcourt les parties finies de I ;
 - restriction, linéarité, croissance, sommation par paquets, commutativité de la somme, relation de FUBINI, relations sur les familles produits dans le cas de somme de familles d'éléments de $[0; +\infty]$;
 - définition d'une famille sommable de complexes ; somme de la famille dans ce cas ;
 - comparaison, restriction, linéarité, croissance, sommation par paquets, commutativité de la somme, relation de FUBINI, relations sur les familles produits pour les familles sommables complexes ;
- 6 **Probabilités** :
 - définition d'une tribu : l'univers Ω est, et stabilité "par complémentaire" et réunion dénombrable ;
 - exemples de tribus classiques, stabilité par différence et intersection dénombrable ;
 - terminologie sur les évènements : contraire, certain, impossible, ou, et, incompatibles, élémentaire ;
 - probabilité : définition, relations simples, croissance, réunion de deux évènements, du complémentaire ;
 - exemples de probabilités classiques ; terminologie : presque sûr, négligeable ;
 - continuité croissante, décroissante, sous-additivité ;
 - probabilité conditionnelle $\mathbb{P}_B(A)$ si $\mathbb{P}(B) > 0$; la fonction \mathbb{P}_B est une probabilité ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir ce qu'est une tribu d'un univers Ω (déf. 7.11)
- 2 définir ce qu'est une probabilité sur (Ω, \mathcal{A}) (déf. 7.12)
- 3 définir ce qu'est la probabilité conditionnelle (déf. 7.14)
- 4 énoncer les relations dites de continuité croissante et décroissante (th. 7.24)
- 5 énoncer les relations sur la probabilité d'une réunion ou d'une intersection dénombrable (prop. 7.25)
- 6 prouver la sous-additivité finie (prop. 7.22)
- 7 prouver la sous-additivité dénombrable (th. 7.26)
- 8 prouver que \mathbb{P}_B est une probabilité si $B \in \mathcal{A}$ et $\mathbb{P}(B) > 0$ (prop. 7.27)

Prévision pour la prochaine semaine : toutes les probabilités et le théorème de convergence dominée