PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 04

PSI 1 2025-2026 **du lundi 06/10 au vendredi 10/10**

1 Révisions d'algèbre linéaire : voir programme précédent +

- déterminant de VANDERMONDE, orientation d'un espace réel de dimension finie ;
- définition et terminologie sur les systèmes, système homogène associé, rang, déterminant si système "carré", compatibilité, interprétations avec les hyperplans, les formes linéaires, les vecteurs ;
- résolution avec le pivot de GAUSS, inconnues auxiliaires et principales ;
- systèmes de CRAMER et résolution avec les déterminants (HP) ;

2 Algèbre linéaire : voir programme précédent +
- déterminant des matrices diagonales ou triangulaires par blocs ;
- polynôme d'interpolation de LAGRANGE et lien avec les déterminants de VANDERMONDE ;

3 Révisions d'analyse de sup. : continuité, dérivabilité,....

4 Intégrales sur un segment : révisions
- révisions de sup sur l'intégrale sur un segment des fonctions continues, égalité et inégalités classiques ;
- relations entre intégrales et primitives, théorème fondamental de l'intégration ;
- intégration par parties, TAYLOR reste intégral, changement de variable, sommes de RIEMANN ;
- définition des fonctions continues par morceaux sur un segment ;

QUESTIONS DE COURS :

1 énoncer la caractérisation géométrique d'un projecteur (th. 2.16)
2 énoncer la dualité liant les hyperplans et les formes linéaires non nulles en dimension finie (th. 2.36)
3 énoncer la formule de changement de bases dans sa forme "endomorphisme" (th. 2.53)
4 énoncer la caractérisation d'une somme directe par les dimensions en dimension finie (th. 2.75)
5 énoncer le lien entre stabilité d'un sous-espace par un endomorphisme f et existence d'une base adaptée dans laquelle la matrice de f est triangulaire supérieure par blocs (prop. 2.78)
6 prouver que si $u \circ v = v \circ u$, alors $\mathrm{Ker}(u)$ et $\mathrm{Im}\,(u)$ sont stables par v (prop. 2.80)
7 prouver la formule des déterminants de VANDERMONDE (prop. 2.86)
8 prouver que si $f \in \mathcal{L}(E)$ et E de dimension finie, il existe un $P \neq 0$ annulateur de f (prop. 2.89)
9 définir ce qu'est une fonction continue par morceaux sur un intervalle (déf. 3.3 et 3.4)
10 énoncer l'inégalité de CAUCHY-SCHWARZ sur les intégrales (prop. 3.2, th. 3.3)

Prévision pour la prochaine semaine : intégrales