

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 07

PSI 1 2025-2026

du lundi 10/11 au vendredi 14/11

1 Dénombrement :

- révision sur les ensembles finis : définition et cardinaux, parties d'un ensemble fini, applications entre ensembles finis, fonctions caractéristiques et relation avec les cardinaux ;
- "révision" sur le dénombrement : cardinal d'une réunion disjointe, d'un produit cartésien, de l'ensemble des applications (injections) entre deux ensembles, des p -listes, des p -listes d'éléments distincts deux à deux, de l'ensemble des parties, de l'ensemble des parties de cardinal fixé, coefficient binomiaux et relations associées, formules du crible et du multinôme hors programme mais évoquées ;
- ensembles dénombrables : propriétés, quelques exemples et contre-exemples ;

2 Sommabilité : que des exercices d'applications, rien de théorique

- définition de l'ordre, de $+$ et $\times$ dans $[0; +\infty]$, existence de borne supérieure $A \subset [0; +\infty]$;
- définition de la somme $\sum_{i \in I} x_i$ d'une famille quelconque d'éléments de $[0; +\infty]$ par la borne supérieure dans $[0; +\infty]$ des sommes $\sum_{i \in J} x_i$ quand J parcourt les parties finies de I ;
- restriction, linéarité, croissance, sommation par paquets, commutativité de la somme, relation de FUBINI, relations sur les familles produits dans le cas de somme de familles d'éléments de $[0; +\infty]$;
- définition d'une famille sommable de complexes ; somme de la famille dans ce cas ;
- comparaison, restriction, linéarité, croissance, sommation par paquets, commutativité de la somme, relation de FUBINI, relations sur les familles produits pour les familles sommables complexes ;

3 Probabilités :

- définition d'une tribu : l'univers Ω est, et stabilité "par complémentaire" et réunion dénombrable ;
- exemples de tribus classiques, stabilité par différence et intersection dénombrable ;
- terminologie sur les évènements : contraire, certain, impossible, ou, et, incompatibles, élémentaire ;
- probabilité : définition, relations simples, croissance, réunion de deux évènements, du complémentaire ;
- exemples de probabilités classiques ; terminologie : presque sûr, négligeable ;
- continuité croissante, décroissante, sous-additivité ;
- probabilité conditionnelle $\mathbb{P}_B(A)$ si $\mathbb{P}(B) > 0$; la fonction $\mathbb{P}_B$ est une probabilité ;
- formule des probabilités composées, exemples d'applications ;
- système complet au plus dénombrable d'évènements, formule des probabilités totales ;
- formule de BAYES : formulation avec ou sans la formule des probabilités totales ;
- définition de deux évènements indépendants, indépendance mutuelle ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir ce qu'est une tribu d'un univers Ω (déf. 4.11)
- 2 définir ce qu'est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{A})$ (déf. 4.12)
- 3 définir ce qu'est la probabilité conditionnelle (déf. 4.14)
- 4 définir ce qu'est un système complet d'évènements (déf. 4.15)
- 5 énoncer les relations dites de continuité croissante et décroissante (th. 4.24)
- 6 énoncer les relations sur la probabilité d'une réunion ou d'une intersection dénombrable (prop. 4.25)
- 7 énoncer la formule des probabilités composées (prop. 4.28)
- 8 prouver la sous-additivité finie (prop. 4.22)
- 9 prouver la sous-additivité dénombrable (th. 4.26)
- 10 prouver que $\mathbb{P}_B$ est une probabilité si $B \in \mathcal{A}$ et $\mathbb{P}(B) > 0$ (prop. 4.27)

Prévision pour la prochaine semaine : révision sur les probabilités et début de la réduction