

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 10

PSI 1 2025-2026

du lundi 01/12 au vendredi 05/12

- 1 Éléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice : voir programme précédent
- 2 Polynôme caractéristique : voir programme précédent
- 3 Diagonalisation en dimension finie : voir programme précédent
- 4 Codiagonalisation (hors programme mais bon...) : voir programme précédent
- 5 Modes de convergence des suites et séries de fonctions :
 - convergence simple d'une suite de fonctions : limite simple ;
 - convergence uniforme d'une suite de fonctions, exemples et contre-exemples ;
 - convergence uniforme sur tout segment et implications entre ces trois notions ;
 - convergence simple d'une série de fonctions : fonction somme $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$, fonction R_n reste d'ordre n ;
 - convergence uniforme de la série de fonctions si $(R_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge uniformément vers la fonction nulle ; convergence uniforme de la série de fonctions sur tout segment ;
 - convergence normale de la série de fonctions et convergence normale sur tout segment ; exemples et contre-exemples ; implications entre ces cinq notions ;
 - conservation de propriétés par convergence simple : parité, croissance, périodicité ;
- 6 Intégration et dérivation des suites et séries de fonctions :
 - théorème de convergence dominée - exemples ;
 - théorème d'intégration terme à terme classique ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir la convergence simple d'une série de fonctions sur une partie (déf. 6.4)
- 2 définir la convergence uniforme d'une série de fonctions sur une partie (déf. 6.5)
- 3 définir la convergence normale d'une série de fonctions sur une partie (déf. 6.6)
- 4 énoncer les implications entre les différents modes de convergence pour les séries de fonctions (th. 6.2)
- 5 énoncer le théorème d'intégration terme à terme classique (th. 6.4)
- 6 prouver que si $(f_n)_{n \geq 0}$ CVU sur I et $J \subset I$, alors $(f_n)_{n \geq 0}$ CVU sur J (rem. 6.2)
- 7 prouver que si les f_n sont paires et que $\sum_{n \geq 0} f_n$ CVS sur $\mathbb{R}$, alors $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$ est paire (rem. 6.4)
- 8 prouver que la convergence normale de $\sum_{n \geq 0} f_n$ sur I implique sa convergence uniforme sur I (th. 6.2)

Prévision pour la prochaine semaine : suites et séries de fonctions