

PROGRAMME DE KHÖLLE SEMAINE 12

PSI 1 2025-2026

du lundi 15/12 au vendredi 19/12

1 Suites et séries de fonctions : voir programme précédent

2 Intégration et dérivation des suites et séries de fonctions : voir programme précédent

3 Convergence uniforme et régularité : voir programme précédent

4 Intégration et dérivation des suites et séries de fonctions : voir programme précédent

5 Espaces préhilbertiens réels :

- définition d'une forme bilinéaire symétrique définie positive ;
- forme quadratique associée, identités de polarisation, du parallélogramme ;
- inégalité de CAUCHY-SCHWARZ, de MINKOWSKI, cas d'égalité ;
- produit scalaire et norme associée dans un espace préhilbertien réel ;
- angle non orienté entre deux vecteurs non nuls ;

6 Orthogonalité :

- vecteurs unitaires et orthogonaux dans un espace préhilbertien réel ;
- famille libre de vecteurs orthogonaux non nuls, relation de PYTHAGORE ;
- sous-espaces orthogonaux, orthogonal d'un sous-espace (en somme directe) ;
- relation entre les orthogonaux et la somme, l'intersection ;

7 En dimension finie :

- espaces euclidiens, bases orthonormales ;
- procédé d'orthonormalisation de GRAM-SCHMIDT, existence de bases orthonormales ;
- relations entre les coordonnées et le produit scalaire, la norme dans une B.O.N. ;
- supplémentaire orthogonal d'un sous-espace de dimension finie d'un espace préhilbertien ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir la convergence normale d'une série de fonctions sur une partie (déf. 6.6)
- 2 énoncer le théorème d'intégration terme à terme par convergence uniforme sur un segment (th. 6.9)
- 3 énoncer le théorème d'interversion série/dérivée pour les séries de fonctions (th. 6.13)
- 4 définir ce qu'est un produit scalaire et la norme euclidienne associée dans un espace réel (déf. 7.3)
- 5 énoncer le théorème sur l'orthonormalisation de GRAM-SCHMIDT (th. 7.8)
- 6 énoncer les relations entre les coordonnées des vecteurs et le produit scalaire, la norme (th. 7.10)
- 7 énoncer le résultat sur la projection orthogonale sur F de dimension finie dans E préhilb. (prop. 7.14)
- 8 prouver l'inégalité de CAUCHY-SCHWARZ dans un espace préhilbertien réel (prop. 7.1 et th. 7.4)
- 9 prouver l'inégalité de MINKOWSKI (triangulaire) dans un espace préhilbertien (prop. 7.2 et th. 7.3)
- 10 prouver que si B et B' sont deux bases orthonormées, $P_{B,B'}^{-1} = P_{B,B'}^T$ (rem. 7.16)

Prévision pour la prochaine semaine : tout sur les espaces préhilbertiens et intégrales à paramètre