

# PROGRAMME DE KHÖLLE SEMAINE 14

PSI 1 2025-2026

du lundi 12/01 au vendredi 16/01

## 1 Intégration à paramètre :

- théorème de convergence dominée (retour) - exemples ;
- théorème de continuité sous le signe somme + version “sur tout segment” ;
- théorème de dérivation sous le signe somme + version “sur tout segment” ;
- théorème de convergence dominée à paramètre continu ;
- récurrence pour montrer qu’une fonction définie comme une intégrale à paramètre est de classe  $C^\infty$  ;
- exemple de la fonction  $\Gamma$  d’EULER ; valeurs particulières de cette fonction ;

## 2 Normes d’un espace vectoriel :

- définition des normes, distance associée, normes classiques sur les espaces de vecteurs de  $\mathbb{K}^n$ , de polynômes, de matrices, de fonctions, de suites, ... ;
- boules ouvertes, fermées, sphères, vecteurs unitaires, fonctions bornées,  $\| \cdot \|_\infty$  ;
- parties et suites bornées ; parties convexes ;

## 3 Suites dans un espace vectoriel normé (evn) :

- convergence et divergence des suites, unicité de la limite ;
- opérations sur les suites convergentes, suites extraites ;

## 4 Équivalence des normes :

- définition d’une norme qui en domine une autre ; de l’équivalence de deux normes ;
- nombreux exemples en géométrie, sur les polynômes, les matrices, les fonctions, les suites ;
- relations de l’équivalence avec les suites bornées, les suites convergentes, les parties bornées ;
- en dimension finie, toutes les normes sont équivalentes (admis) ;
- en dimension finie, passage par les coordonnées dans une base pour la convergence d’une suite ;

## 5 Fonctions continues et dérivables de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ : révision de sup.

- différentes notions de limites, opérations sur les limites et calcul ;
- continuité locale et globale, opérations ;
- théorème des valeurs intermédiaires, de la limite monotone, d’encadrement ;
- une fonction réelle continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes ;
- dérivée, tangente, opérations sur les dérivées ;
- dérivées successives, formule de LEIBNIZ, classe d’une fonction ;
- théorèmes de ROLLE, des accroissements finis, variation des fonctions (sur des intervalles) ;
- formule de TAYLOR reste intégral et applications ;

## QUESTIONS DE COURS :

pas cette semaine

**Prévision pour la prochaine semaine :** normes, équivalence, suites dans un espace vectoriel normé et début des séries entières