

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 19

PSI 1 2025-2026

du lundi 02/03 au vendredi 06/03

- 1 Variables aléatoires** : voir programme précédent
- 2 Espérance et variance** : voir programme précédent
- 3 Fonctions génératrices** : voir programme précédent
- 4 Topologie des evn** :
 - définition des parties ouvertes, des parties fermées, relation avec les intersections et les réunions ;
 - les boules ouvertes sont ouvertes, les boules fermées sont fermées ;
 - définition des vecteurs adhérents, des vecteurs intérieurs ;
 - caractérisation séquentielle des vecteurs adhérents et des parties fermées ;
 - définition de l'adhérence, d'une partie dense ;
- 5 Limites et applications continues** :
 - définition de la limite d'une fonction en un vecteur adhérent dépendant des normes choisies, exemples ;
 - passage par les coordonnées (à l'arrivée) en dimension finie, caractérisation séquentielle ;
 - opérations sur les limites : combinaison linéaire, composition, produit par une fonction scalaire ;
 - continuité "ponctuelle" : adaptation des propriétés sur les limites ;
 - continuité globale : adaptation des propriétés locales ;
 - fonctions lipschitziennes : elles sont continues, stables par combinaison linéaire et composition ;
 - image réciproque d'ouvert ou de fermé par une application continue de E dans $\mathbb{R}$;
 - fonction continue définie sur un fermé borné à valeurs dans $\mathbb{R}$ est bornée et atteint ses bornes ;
- 6 Applications linéaires, bilinéaires et polynomiales** :
 - hors programme : en dimension quelconque, caractérisation d'une application linéaire continue (bornée sur la sphère unité $S(0,1)$ ou la boule unité fermée $B_f(0,1)$) ;
 - hors programme : définition de la norme subordonnée d'une application linéaire continue, exemples ;
 - toute application linéaire en dimension finie est continue car lipschitzienne ;
 - hors programme : la norme $||| \cdot |||$ est une norme d'algèbre dans $\mathcal{L}(E)$ en dimension finie ;
 - toute application bilinéaire en dimensions finies est continue ($||B(x,y)|| \leq k||x|| \times ||y||$), exemples ;
 - toute application multilinéaire en dimensions finies est aussi continue ;
 - définition des fonctions polynomiales sur $\mathbb{K}^p$ et continuité ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir la fonction génératrice d'une variable aléatoire à valeurs entières (déf. 11.23)
- 2 énoncer la loi faible des grands nombres (th. 11.28)
- 3 définir un vecteur intérieur et un vecteur adhérent à une partie (déf 12.12 et 12.13)
- 4 énoncer le théorème de caractérisation séquentielle des fermés (th. 12.13)
- 5 énoncer le théorème de caractérisation séquentielle des limites et de la continuité (th. 12.16)
- 6 énoncer le théorème de caractérisation de continuité par les fonctions coordonnées (th. 12.17)
- 7 énoncer le th. des bornes atteintes pour f continue sur un fermé borné en dimension finie (th. 12.25)
- 8 prouver qu'une boule ouverte est ouverte (prop. 12.11)
- 9 prouver que l'intersection d'un nombre fini d'ouverts est ouverte (prop. 12.11)
- 10 prouver la théorème de continuité de $f \in \mathcal{L}(E, F)$ si E de dimension finie (th. 12.28)

Prévision pour la prochaine semaine : topologie des espaces vectoriels normés et début des endomorphismes des espaces euclidiens