

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 22

PSI 1 2025-2026

du lundi 23/03 au jeudi 26/03

- 1 Groupes orthogonaux : voir programme précédent
- 2 Isométries du plan et de l'espace : voir programme précédent
- 3 Réduction des endomorphismes autoadjoints : voir programme précédent
- 4 Systèmes différentiels du premier ordre :
 - systèmes (E) : $X'(t) = A(t)X(t) + B(t)$ où $A : I \rightarrow M_n(\mathbb{K})$ et $B : I \rightarrow M_{n,1}(\mathbb{K})$ continues sur I ;
 - structure affine de l'ensemble S_E des solutions et théorème de CAUCHY-LIPSCHITZ linéaire (admis) ;
 - équation homogène (E_0) : $X'(t) = A(t)X(t)$, structure vectorielle des solutions S_{E_0} de (E_0), dimension ;
 - systèmes à coefficients constants, méthode par diagonalisation ou trigonalisation de A , passage par les complexes si A est réelle pour trouver des solutions réelles ;
- 5 Équations linéaires scalaires :
 - équation linéaire scalaire d'ordre 1 : mise sous forme résolue $y' = ay + b$ sur certains intervalles, expression des solutions de (E_0) de la forme $y = \lambda e^{\Lambda}$ et recherche des solutions de (E) par variation de la constante, existence et unicité de la solution au problème de CAUCHY ;
 - équation linéaire scalaire d'ordre 1 : raccords éventuels aux points singuliers et recherche de la dimension de l'espace affine des solutions sur des intervalles généraux ;
 - équation linéaire scalaire d'ordre 2 : forme résolue $y'' = ay' + by + c$ sur certains intervalles, recherche d'une base de S_{E_0} connaissant $y_1 \neq 0 \in S_{E_0}$ par variation de la constante (méthode de LAGRANGE) ;
 - équation linéaire scalaire d'ordre 2 : recherche de solutions DSE ;
 - la méthode de double variation des constantes est maintenant hors programme ;
 - équation linéaire scalaire d'ordre 2 : existence et unicité de la solution au problème de CAUCHY ;
 - équation linéaire scalaire d'ordre 2 à coefficients constants : rappel de sup. sur les solutions de l'équation homogène (cas réel et cas complexe) et l'existence de solutions particulières sous une certaine forme si second membre exponentielle-polynôme (idem) ;
 - (HP) équations non linéaires : à variables séparables, équations de BERNOULLI, de RICATTI.

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir un système différentiel linéaire du premier ordre (déf. 14.1) ;
- 2 définir les équations de BERNOULLI et de RICATTI (rem. 14.20 et 14.21) ;
- 3 énoncer le théorème de CAUCHY-LIPSCHITZ linéaire (th. 14.1) ;
- 4 énoncer la méthode de résolution d'un système différentiel diagonalisable (prop. 14.4) ;
- 5 énoncer le théorème sur la résolution d'une équation différentielle linéaire scalaire du premier ordre avec second membre (th. 14.8) ;
- 6 énoncer le théorème sur la résolution d'une équation différentielle linéaire scalaire complexe du second ordre à coefficients constants sans second membre (th. 14.13) ;
- 7 prouver la structure affine de l'ensemble des solutions d'un système différentiel (prop. 14.2 (iv)) ;
- 8 prouver la proposition sur la structure et la forme des solutions d'une équation différentielle linéaire scalaire du premier ordre sans second membre (prop. 14.7) ;
- 9 prouver si y_0 est solution de (E) : $y'' - ay' - by = 0$ sur I , si $\alpha : I \rightarrow \mathbb{K}$ est deux fois dérivable sur I , αy_0 est solution de (E) ssi α' est solution d'une équation linéaire du premier ordre (prop. 14.12) ;