

PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 04

PSI 1 2026-2027

du lundi 05/10 au vendredi 09/10

1 **Intégration** : voir les programmes précédents

2 **Révisions d'algèbre linéaire** : voir le programme précédent

3 **Algèbre linéaire** : ce qui est nouveau !

- espaces produits de plusieurs espaces : définition et dimension ;
- somme de plusieurs sous-espaces vectoriels dans un espace ;
- somme directe de plusieurs sous-espaces et caractérisations ; projecteurs associés ;
- caractérisation de sous-espaces en somme directe sur les dimensions ;
- produit matriciel par blocs et stabilité ;
- stabilité des noyaux et images si les endomorphismes commutent ;
- déterminant des matrices diagonales ou triangulaires par blocs ;
- trace d'une matrice carrée et d'un endomorphisme, trace d'un projecteur ;
- polynôme d'interpolation de LAGRANGE et lien avec les déterminants de VANDERMONDE ;
- définition des polynômes d'endomorphismes, "morphisme d'algèbres" si on fixe f ;
- structure de sous-algèbre commutative des polynômes en f , sous-espaces stables, commutant ;

QUESTIONS DE COURS :

- 1 définir ce qu'est une somme directe de plusieurs sous-espaces (déf. 2.41)
- 2 définir ce qu'est un polynôme d'endomorphisme (déf. 2.44)
- 3 énoncer la caractérisation géométrique d'un projecteur (th. 2.16)
- 4 énoncer la dualité liant les hyperplans et les formes linéaires non nulles en dimension finie (th. 2.36)
- 5 énoncer la formule de changement de bases dans sa forme "endomorphisme" (th. 2.53)
- 6 énoncer la caractérisation d'une somme directe par les dimensions en dimension finie (th. 2.75)
- 7 énoncer le lien entre stabilité d'un sous-espace par un endomorphisme f et existence d'une base adaptée dans laquelle la matrice de f est triangulaire supérieure par blocs (prop. 2.78)
- 8 prouver que $\text{rang}(g \circ f) \leq \min(\text{rang}(f), \text{rang}(g))$ (prop. 2.35)
- 9 prouver que si $u \circ v = v \circ u$, alors $\text{Ker}(u)$ et $\text{Im}(u)$ sont stables par v (prop. 2.80)
- 10 prouver la formule des déterminants de VANDERMONDE (prop. 2.86)

Prévision pour la prochaine semaine : fin de algèbre linéaire et début des séries numériques