PROGRAMME DE KHÔLLE SEMAINE 09

PSI 1 2026-2027 **du lundi 23/11 au vendredi 27/11**

1 **Éléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice** : voir programme précédent

2 **Polynôme caractéristique** : voir programme précédent

3 **Diagonalisation en dimension finie** :

- définition d'un endomorphisme diagonalisable, propriétés équivalentes ;
- projecteurs (spectraux) associés à la décomposition de l'espace avec les sous-espaces propres ;
- équivalence entre u diagonalisable et χ_u scindé dans $\mathbb{K}[X]$ et $\forall \lambda \in Sp(u),\ \dim(E_\lambda(u)) = m_\lambda(u)$;
- cas particulier pratique où il y a $\dim(E)$ racines distinctes de χ_u;
- matrices A diagonalisables et relations avec un endomorphisme de matrice A ;
- polynômes en u et relations avec les valeurs propres de u ; racines des polynômes annulateurs ;
- u diagonalisable si et seulement s'il existe un polynôme annulateur simplement scindé de u ;
- si u diagonalisable, caractérisation de son polynôme minimal (hors programme) ;
- si F stable par u et u diagonalisable alors u_F l'est aussi ;
- trigonalisation : définition et caractérisation par χ_u scindé ;

4 **Codiagonalisation (hors programme mais bon...)** : voir programme précédent

5 **Suites et séries de fonctions** :

- convergence simple d'une suite de fonctions : limite simple ;
- convergence uniforme d'une suite de fonctions, exemples et contre-exemples ;
- convergence uniforme sur tout segment et implications entre ces trois notions ;
- convergence simple d'une série de fonctions : fonction somme $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$, fonction R_n reste d'ordre n ;
- convergence uniforme de la série de fonctions si $(R_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge uniformément vers la fonction nulle ; convergence uniforme de la série de fonctions sur tout segment ;
- convergence normale de la série de fonctions et convergence normale sur tout segment ; exemples et contre-exemples ; implications entre ces cinq notions ;
- conservation de propriétés par convergence simple : parité, croissance, périodicité ;

6 **Théorèmes de domination** :

- théorème d'intégration terme à terme classique et théorème de convergence dominée - exemples ;

QUESTIONS DE COURS :

1 énoncer la CNS de diagonalisabilité de u par les ordres de multiplicité (th. 4.19)
2 énoncer la CNS de diagonalisabilité par l'existence d'un polynôme annulateur SARS (th. 4.22)
3 énoncer la CNS de diagonalisabilité par le fait que $\prod_{\lambda\in Sp(u)} (X-\lambda)$ annule u (th. 4.23)
4 prouver que si u diagonalisable et F stable par u, alors u_F est diagonalisable (prop. 4.24)
5 définir la convergence simple d'une série de fonctions sur une partie (déf. 5.4)
6 définir la convergence uniforme d'une série de fonctions sur une partie (déf. 5.5)
7 énoncer les implications entre les différents modes de convergence pour les séries de fonctions (th. 5.2)
8 énoncer le théorème de continuité de la somme d'une série de fonctions (th. 5.4)
9 prouver que si $(f_n)_{n\geqslant 0}$ CVU sur I et $J \subset I$, alors $(f_n)_{n\geqslant 0}$ CVU sur J (rem. 5.2)
10 prouver que si les f_n sont paires et que $\sum_{n\geqslant 0} f_n$ CVS sur $\mathbb{R}$, alors $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$ est paire (rem. 5.4)

Prévision pour la prochaine semaine : tout sur les séries de fonctions