BAREME DS3
150 points

Sujet 1 (48 points)

Partie I (24 points)

1a	3	dire que phi est de classe C^(infini) (1) + expression dérivées (2)
1b	3	inégalité de Taylor-Lagrange ou Taylor reste intégral
	2	passage à la limite par majoration du reste
2a	2	o(1/k^2) ou o(1/2^k) (1) + signe ou ACV (1)
2b	2	séparation deux sommes car convergence (1) + changement indice (1)
	2	somme avec question 1b
3a	2	nom “CSSA” (1) + toutes les hypothèses (1)
3b	3	poser u_n=H_n-ln(n) (1) + convergence de la série des u_n (2)
	2	nom dualité suite-série (1) + convergence de (u_n) donc gamma (1)
3c	3	expression de S_(2n) en fonction de H_(2n) et H_n (2) + somme (1)

Partie II (24 points)

1a	2	calcul de U_n
1b	3	séparation en deux car CV (1) + changement d'indice (1) + relation (1)
1c	2	majoration de 1/(k+1) par 1/(n+2) (1) + majoration de R_n (1)
1d	2	R_n=1/(n+1)2^n+o(R_n) (1) + équivalent (1)
2a	2	relation par changement d'indice
2b	3	citer le CSSA (1) + décroissance (1) + majoration (1)
2c	2	S_n=(-1)^n/(2n+1)+ o(1/n) (1) + équivalent (1)
3	4	séparation en deux car CV (1) + changement d'indice (1) + relation (2)
	4	majoration série (2) + équivalent (2)

Sujet 2 (102 points)

Partie I (31 points)

1a	2	calcul avec les opérations de Gauss écrites
1b	2	si alpha pas dans {0,1,-1}, chi_A SARS donc A DZ
	6	cas a=0 DZ car rg(A)=1 (2) + cas a=1 non DZ (2) + cas a=-1 DZ (2)
2	1	calcul de det(A)<>0 par chi_A ou direct ou 0 pas dans Sp(A)
3a	2	A DZ d'après 1b et A semblable à diag(1,a,a^2) (1) d'où D=diag(1/a,1,a) (1)

3b	3	calcul de D^(-1) (1) + D et D^(-1) semblables (2)
3c	2	B s D donc B^(-1) s D^(-1) (1) + transitivité (1)
4a	6	conditions v1,v2(ker + im),v3 (2) + calcul v1,v2 (2) + v3 (1) + base + rel. (1)
4b	4	calcul T^(-1) (2) + T et T^(-1) semblables puis transitivité (2)
4c	1	calcul S_1^2=I_3
4d	2	calcul de S_2=S_1B (1) et vérification de S_2^2=I_3 (1)

Partie II (25 points)

1	3	sortir det(A) (1) + sortir (-1)^n (1) + sortir z^n (1)
2	3	det(A)=+-1 (2) + propriété (*) (1)
3a	3	det(B)=epsilon (-1)^n (2) + 0 n'est pas dans le spectre de B (1)
3b	2	factorisation avec (*)
3c	3	B inversible (1) + B semblabla à D (avec mêmes ordres) (2)
	4	D semblable à D^(-1) par blocs
4a	2	calcul de chi_B (1) + propriété (*) (1)
4b	2	B inversible (1) + dimension de E_2(B)) (1)
	3	dimension de E_2(B^(-1)) (2) + B et B^(-1) non semblables (1)

Partie III (9 points)

1a	2	MN=M(NM)M^(-1)
1b	2	A^(-1) (1) et A et A^(-1) semblables
2	3	calcul S_1^2 et S_2^2 (1) + CNS Q=Q^(-1) et PC=(QB)^(-1) (2)
3	2	B=PCP^(-1) et Q=P^(-1) (1) + vérification que A=S_1S_2 avec III2 (1)

Partie IV (24 points)

1	4	existence de x0 (1) + (g^(n-1)(x0),...,x_0) base (2) + semblable à N (1)
2	2	J_n inversible par le déterminant (1) + relation polynomiale (1)
	3	I_nN=NI_n (1) + expression de N' (2)
3	4	(N')^n=0 (trancheuse) (2) + (N')^(n-1)<>0 (1) + N semblable à N' (1)
4	2	s1^2 et s2^2 (1) et s_1 o s_2 = g + id (1)
5	4	si P constant deg(g(P)) = -infini (1) + deg(g(P)) = deg(P) – 1 sinon (3)
6	5	g^n=0 (2) + g^(n-1)<>0 (1) + N=S1S2-I_n avec IV.1 et IV.4 donc Jn(1) (2)

Partie V (13 points)

1	3	A^(-1)=diag(....) (1) + semblable à diag(...) en construisant P (2)
2	1	Les valeurs propres de A sont +-1 et des v et 1/v
	3	A' et A^(-1) semblables donc regroupement des blocs par unicité à ordre près
	1	les J_m(1) et J_m(-1) sont des produits de matrices de symétrie
	2	Comme J_m(v)^(-1) et J_m(1/v) sont semblables, produit par blocs III
	3	on recolle (1) et A semblable à PSS'P^(-1)=PSP^(-1)PS'P^(-1) (2)