

# Utilisation des métaux, corrosion et contrôle non destructif

CCP PSI

2016

Chimie

## Structure cristallographique du fer et masse volumique

**Q1** – 8 atomes aux coins appartenant à 8 cubes et 1 atome au centre appartenant en propre au centre soit  $8/8 + 1 = 2$  atomes par maille. Les atomes se touchent le long de la grande diagonale, on a donc  $a\sqrt{3} = 4R_{\text{Fe}}$ .

**Q2** –  $\rho_{\text{Fe}} = \frac{m}{V} = \frac{2M_{\text{Fe}}}{N_A a^3}$ .  $n = 3$ .

## Vitesse de corrosion

**Q3** –

—  $m(t) = \rho_X S e(t)$

— loi de Faraday :  $I_{\text{cor}} = 2\mathcal{F} \frac{d\xi}{dt} = 2\mathcal{F} \frac{1}{M_X} \frac{dm}{dt}$  soit  $m(t) = \frac{I_{\text{cor}} M_X}{2\mathcal{F}} t$

—  $v_{\text{cor}} = \frac{e(t)}{t} = \frac{j M_X}{\rho_X \mathcal{F}}$

$K = \frac{v_{\text{cor}}}{j} = \frac{M_X}{\rho_X \mathcal{F}} = 7,4 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ A}^{-1}$  soit

$7,4 \cdot 10^{-11} 24 \times 365,25 \times 3600 \times 1000 = 2,33 \text{ mm an}^{-1} \text{ A}^{-1} \text{ m}^2$

$v_{\text{cor}} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ mm/an} = 10 \mu\text{m an}^{-1}$ , 10 fois plus grand que ce qui est tolérable.

## Protection des canalisations en fonte par anode sacrificielle

### Diagramme E-pH du magnésium

**Q4** –  $\text{Mg}^{2+} + 2\text{HO}^- = \text{Mg}(\text{OH})_2$  avec à l'équilibre, donc en présence de solide,  $K_s = (\text{Mg}^{2+})(\text{HO}^-)^2$ . À la limite de précipitation,  $(\text{Mg}^{2+}) = 1 \cdot 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$ . Soit  $pK_s = p\text{Mg} + 2p\text{OH}$  et donc  $pH = 9,65$ .

**Q5** –  $\text{no}(\text{Mg})=0$ ;  $\text{no}(\text{Mg}^{2+})=+II$ ;  $\text{no}(\text{Mg}(\text{OH})_2)=+II$ . Le nombre d'oxydation le plus faible est en bas :  $D_1 = \text{Mg}$ . On a vu, dans la question précédente, que  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  est la base, donc à droite et  $D_3 = \text{Mg}(\text{OH})_2$  et donc  $D_2 = \text{Mg}^{2+}$ .

**Q6** –

**corrosion:** le métal est oxydé et se dissout sous forme ionique :  $D_2 = \text{Mg}^{2+}$

**passivation:** le métal se recouvre d'oxyde ou d'hydroxyde solide, il n'y a plus d'oxydation ultérieure :  $D_3 = \text{Mg}(\text{OH})_2$

**immunité:** le métal est thermodynamiquement stable :  $D_1 = \text{Mg}$

### Application à la protection d'une canalisation

**Q7** – L'anode est l'électrode de Mg,  $\text{Mg} \longrightarrow \text{Mg}^{2+} + 2e^-$ , la cathode la canalisation en fonte. Les électrons quittent donc l'électrode pour se diriger vers la canalisation. Le courant est en sens inverse. Le circuit électrique se referme dans le sol par l'intermédiaire de la circulation des ions. L'oxygène est réduit à la cathode :  $\text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 4e^- \longrightarrow 4\text{HO}^-$ . Réaction globale pour un pH voisin de 7 et donc en absence de précipité  $2\text{Mg} + 2\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2 \longrightarrow 2\text{Mg}^{2+} + 4\text{HO}^-$ .

## Physique

### Paramètres électriques d'une bobine et courants de Foucault

**Q8** –  $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ . Le champ magnétique variable crée un champ électrique qui crée un courant d'après la loi d'Ohm. Soit un plan contenant l'axe Oz et le point courant M, ce plan est un plan de symétrie pour  $\vec{B}$ , vecteur axial, et donc d'antisymétrie pour  $\vec{j}$ , vecteur polaire.  $\vec{j}$  est donc perpendiculaire à ce plan donc orthoradial et porté par  $\vec{e}_\theta$ .

**Q9** – D'après  $I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S}$ , l'unité de  $j$  est  $\text{A}/\text{m}^2$ .

Équation de Maxwell-Faraday  $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ . Soit  $\mathcal{C}$ , un cercle dans un plan perpendiculaire

à l'axe Oz, de centre sur l'axe, parcouru dans le sens trigonométrique,  $\oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\iint_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{\Sigma}$ ,  $d\vec{\Sigma}$  a comme direction Oz d'après la règle du tire-bouchon.  $\vec{E} = E\vec{e}_\theta$  et  $E$  est indépendant de  $\theta$  par symétrie de révolution autour de l'axe Oz. On a donc  $E2\pi r = -\frac{dB}{dt}\pi r^2$  et

$$E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}, \vec{j}_e = -\frac{\gamma r}{2} \frac{dB}{dt} \vec{e}_\theta$$

**Q10** – La puissance volumique est  $\frac{j^2}{\gamma}$  et donc  $P_{\text{c.F.}}(t) = \frac{j^2}{\gamma} 2\pi R_t H_t e = \frac{\pi R_t^3 H_t e \gamma}{2} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2$  en

grandeur instantanée.  $P_{\text{c.F.}} = \frac{\pi R_t^3 H_t e \gamma}{2} (\mu_0 n \omega I_{\text{eff}})^2$  en grandeur moyenne, par définition

d'une valeur efficace, qui est bien de la forme attendue avec  $C = \frac{\pi R_t^3 H_t e \gamma}{2} (\mu_0 n)^2$ .

$P = R'_\Omega I_{\text{eff}}^2$ , soit  $R'_\Omega = R_\Omega + C\omega^2$ . On a  $R'_\Omega > R_\Omega$  et  $R'_\Omega = f(\omega)$ .

**Q11** – Dans le cas a) la distribution n'est pas modifiée (fissure parallèle à  $\vec{j}$ ), la puissance est quasiment inchangée, sur une coupe radiale du tube, la surface utile de passage du courant est diminuée de la section droite de la fissure. Dans le cas b) la fissure est perpendiculaire à  $\vec{j}$ , elle va modifier la structure du courant. En « oubliant » cette modification de structure, sur une coupe radiale du tube, la surface utile de passage du courant est diminuée de la section latérale de la fissure nettement plus importante. La fissure empêchant le courant de circuler, la puissance va diminuer.

**Q12** – Loi de Lenz : « l'induction produit des effets qui s'opposent aux causes qui lui ont donné naissance ». Dans le cas présent, les courants induits sont tels qu'ils créent un champ magnétique qui s'oppose à la variation du champ magnétique imposé; la variation du champ va donc diminuer et donc  $L'_H < L_H$ .

## Diffusion d'un champ magnétique dans un matériau conducteur semi-infini

**Q13** – cours ... En partant de l'équation de Maxwell-Ampère  $\vec{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{j}$ , en remplaçant  $\vec{j}$  par  $\gamma \vec{E}$  (loi d'Ohm locale), en tenant compte de  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ , en prenant le rotationnel à l'aide de  $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}}(\vec{B})) = \vec{\text{grad}}(\text{div}(\vec{B})) - \Delta \vec{B}$ , et en tenant compte de  $\text{div}(\vec{B}) = 0$ , on obtient  $\Delta \vec{B} = \mu \gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  qui est une équation de diffusion avec un coefficient de diffusion  $D = \frac{1}{\mu \gamma}$  de dimension  $L^2 T^{-1}$ . On rencontre le même type d'équation dans le cadre de la diffusion de particules ou de l'énergie (conduction thermique).

**Q14** – Réécrit en complexe, on obtient  $\frac{d^2 \underline{B}}{dx^2} = \mu_0 \gamma j \omega \underline{B}$ . On pose, en cohérence avec l'analyse dimensionnelle,  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$  (la présence du 2 permet de simplifier la suite). L'équation caractéristique est alors  $r^2 = 2j \frac{1}{\delta^2}$ , soit  $r = \pm \sqrt{2} e^{j\pi/4} \frac{1}{\delta}$  ou encore  $r = \pm \frac{1+j}{\delta}$ . La solution est donc  $\underline{B} = \underline{A}_1 \exp(-jx/\delta) \exp(-x/\delta) + \underline{A}_2 \exp(+jx/\delta) \exp(x/\delta)$ .

En absence de courants surfaciques, on a conservation de  $H$  tangentielle. On a donc  $H_y(x=0^+) = H_0 \cos(\omega t)$ . Remarque : le programme dit « Utiliser les relations de passage fournies ».

On peut utiliser l'approximation matériau semi-infini, si l'épaisseur  $e$  du matériau est suffisamment grande :  $e \gg \delta$ . Dans ce cas  $H(e)$  fini impose  $\underline{A}_2 = 0$ . On a donc, en  $x = 0^+$ ,  $\mu H_0 = \underline{A}_1$ . Soit  $\underline{B}(x) = \mu H_0 \exp(-j \frac{x}{\delta}) \exp(-\frac{x}{\delta})$ ,  $\vec{B}(x, t) = \mu H_0 \exp(-j \frac{x}{\delta}) \exp(-\frac{x}{\delta}) \exp(j\omega t) \vec{e}_y$  et enfin  $\vec{B}(x, t) = \mu H_0 \cos(\omega t - \frac{x}{\delta}) \exp(-\frac{x}{\delta}) \vec{e}_y$

**Q15** – La puissance volumique moyenne vaut  $\gamma E_{eff}^2 = \gamma \frac{\mu \omega}{2\gamma} H_0^2 \exp(-2 \frac{x}{\delta})$ . On intègre sur le volume du matériau  $P = \int_0^\infty \frac{\mu \omega}{2} H_0^2 \exp(-2 \frac{x}{\delta}) S dx = -\frac{\mu \omega \delta}{2 \times 2} S H_0^2 \left[ \exp(-2 \frac{x}{\delta}) \right]_0^\infty = \frac{\mu \omega \delta}{2 \times 2} S H_0^2$ , soit en remplaçant  $\delta$  :  $P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu \omega}{2\gamma}} S H_0^2$

**Q16** – La dépendance en fréquence est en  $\sqrt{f}$ , ce que l'on peut vérifier avec le cuivre :  $\frac{1,5}{0,2} = 7,5$ ,  $\frac{41}{5,7} = 7,2$  et  $\sqrt{\frac{100}{2}} = 7,1$  valeurs égales au vu de la précision des données. On a donc  $x = 5 \times 7,1 = 35 \mu\text{m}$  et  $y = 5,1 \cdot 10^{-5} / 7,1 = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{WA}^{-2}$ .

# Mesure des parties réelle et imaginaire de l'impédance d'une bobine à l'aide d'une détection synchrone

## Étude du convertisseur courant-tension

**Q17** – Loi des nœuds à l'entrée - de l'ALI :  $R_1$  est parcourue par  $i$  car le courant d'entrée de l'ALI est nul. Loi d'Ohm aux bornes de  $R_1$  :  $-\varepsilon - u_A = R_1 i$ . Fonction de transfert de l'ALI :  $\frac{u_A}{i} = K \underline{\varepsilon}$ . Soit  $\frac{u_A}{i} = -\frac{R_1 K_0}{1 + K_0} \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{(1+K_0)\omega_0}}$ . En identifiant,  $\omega_c = \omega_0(1 + K_0)$  et  $G_0 = -\frac{R_1 K_0}{1 + K_0}$ .

Avec  $K_0 = 10^6$ ,  $G_0 \approx -R_1$ ,  $\omega_c = 2 \cdot 10^8 \text{ rad s}^{-1}$ , soit  $f_0 = 32 \text{ MHz}$ , donc  $f \ll f_0$  et  $u_A(t) \approx -R_1 i(t)$ .

**Q18** – Intervertir les bornes revient à remplacer  $K_0$  par  $-K_0$ . Sous l'hypothèse  $K_0 \gg 1$ , cela donne  $\frac{u_A}{i} = -R_1 \frac{1}{1 - j \frac{\omega}{K_0 \omega_0}}$ . L'équation différentielle associée est  $u_A(t) - \frac{1}{K_0 \omega_0} \frac{du_A}{dt} = -R_1 i(t)$ .

La solution générale de l'équation homogène est  $u_A(t) = A \exp(K_0 \omega_0 t)$ , donc une solution qui diverge : le système n'est pas stable.

## Étude du circuit déphaseur

**Q19** –  $\left| \frac{1 - jx}{1 + jx} \right| = \sqrt{\frac{1 + x^2}{1 + x^2}} = 1$ , la tension de sortie a même amplitude que celle d'entrée, la grandeur variable est donc la phase.

$\text{Arg}\left(\frac{1 - jx}{1 + jx}\right) = \text{Arg}(1 - jx) - \text{Arg}(1 + jx)$ . Ces deux arguments sont opposés et donc

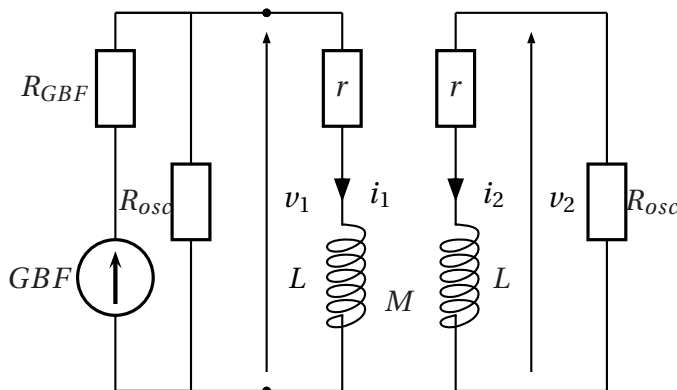
$\text{Arg}\left(\frac{u_D}{u_A}\right) = 2\text{Arg}(1 - jR_a C \omega) = \pm \frac{\pi}{2}$ . On a donc  $R_a C \omega = 1$  et la phase est de  $-\frac{\pi}{2}$ .

A.N.  $R_a = 36 \text{ k}\Omega$ .

$u_D = -R_1 I_0 \cos(\omega t - \varphi - \pi/2) = -R_1 I_0 \sin(\omega t - \varphi)$

## Validation du concept de la sonde à fonctions séparées

**Q20** – La bobine de gauche est alimentée par le GBF, c'est donc la bobine de génération, le courant qui traverse cette bobine est donc proportionnel au champ magnétique d'excitation. La bobine de droite n'est pas alimentée, c'est donc la bobine de détection.



**Q21** –

**Q22** – Loi d'Ohm généralisée dans les deux circuits,

$\underline{v}_1 = jL\omega i_1 + r i_1 + jM\omega i_2$  et  $\underline{v}_2 = jL\omega i_2 + r i_2 + jM\omega i_1$

soit en tenant compte du fait que  $R_{osc} \gg r$  et donc  $i_2 \ll i_1$ ,  $\underline{v}_1 = jL\omega i_1 + r i_1$  et  $\underline{v}_2 = jM\omega i_1$   
 $\frac{\underline{v}_2}{\underline{v}_1} = \frac{jM\omega}{jL\omega + r} = \frac{jM\omega/r}{1 + jL\omega/r}$ , soit en identifiant  $\omega_0 = \frac{r}{L}$  et  $F_0 = \frac{M}{L}$

**Q23** – Jusqu'à  $10^4$  Hz, on a bien affaire à un passe-haut d'ordre 1 : de 1 Hz (et non 0 comme sur le graphe) à 100 Hz, soit deux décades, on a bien une variation de 40 dB. À haute fréquence, par contre, cela ne convient plus : on note deux résonances.

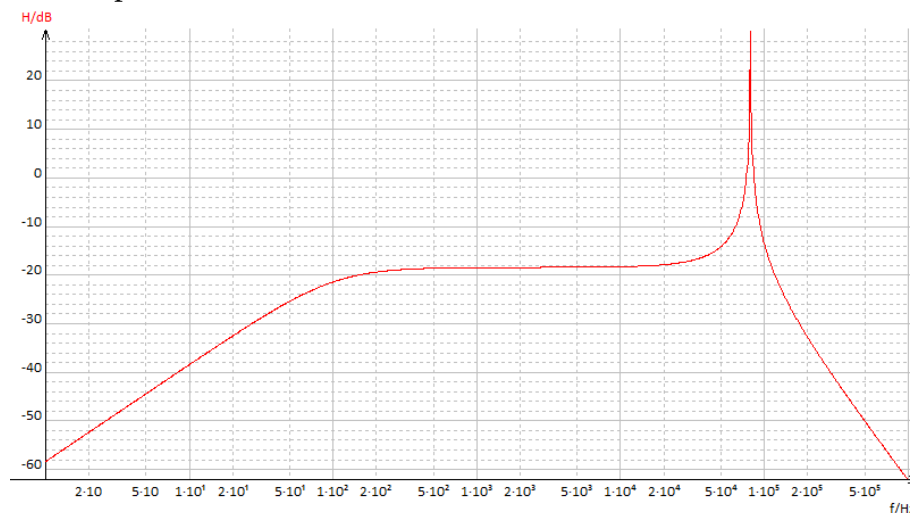
À haute fréquence, les capacités parasites, celle entre spires de la bobine et celle de l'oscilloscope, placées en parallèle sur  $\{r, L\}$  font que le « secondaire » est parcouru par un courant, ce qui change l'équation et rend possible une résonance d'un circuit LC. Par contre, je n'ai pas d'explication simple pour la deuxième résonance.

Non demandé : on reprend les équations initiales avec en plus la loi de maille au secondaire

$$0 = jL\omega i_2 + r i_2 + jM\omega i_1 + \frac{i_2}{jC\omega}, \text{ soit } \frac{i_1}{i_2} = -\frac{\left(r + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}\right)}{jM\omega} = \alpha.$$

$$\begin{aligned} \frac{\underline{v}_2}{\underline{v}_1} &= \frac{-\frac{i_2}{jC\omega}}{jL\omega i_1 + r i_1 + jM\omega i_2} \\ &= \frac{-1}{jC\omega (jL\omega \alpha + r \alpha + jM\omega)} \\ &= \frac{-jM\omega}{jC\omega \left( -(jL\omega + r) \left( r + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} \right) + (jM\omega)^2 \right)} \\ &= \frac{jM\omega}{jC\omega (jL\omega + r)^2 + (r + jL\omega) - (j\omega)^3 M^2 C} \end{aligned}$$

Si  $C = 0$ , on retrouve la formule initiale (ouf!). On retrouve bien la courbe du texte avec  $L = 40$  mH,  $M = 5$  mH,  $C = 100$  pF (donc plutôt la bobine que l'oscilloscope d'ordre de grandeur 10 pF),  $r = 25 \Omega$



**Q24** – On modifie la mutuelle, ce qui modifie  $F_0$ . On mesure un gain dans la bande passante de  $-24$  dB soit  $F_0 = 10^{-24/20} = 0,06$ .

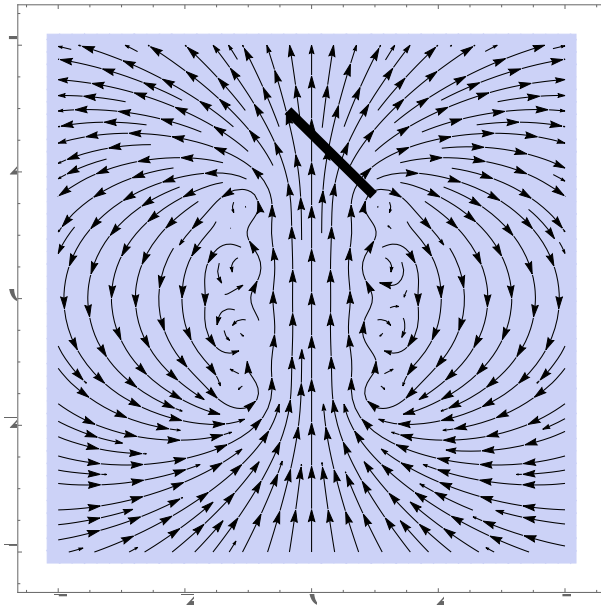
Remarque : sur le graphe, pour  $\cos(25^\circ) = 0,9$ , on note 0,11 ; on note par contre que pour  $\cos(90 - 25) = 0,42$ , on note 0,06. Pour  $0^\circ$ , on trouve  $-18$  dB, soit 0,13 de l'ordre de grandeur du 0,12 du graphe.

**Q25** – En considérant le champ magnétique de la bobine excitatrice uniforme de direction l'axe de la bobine (extrapolation du champ intérieur), le flux  $\Phi$  de  $\vec{B}$  dans la bobine détec-

trice est en  $\cos(\theta)$ , et comme la mutuelle est défini par  $\Phi = Mi_1$ ,  $M$ , sous l'approximation précédente, est en  $\cos(\theta)$ .

Au faibles angles (trois premiers points), cela convient. La mutuelle a ensuite (trois points suivants) tendance à être plus élevée que prévu. Les deux derniers points donnent, quant à eux, une mutuelle constante.

Cela tient au fait que sur les bords la direction des lignes de champ s'écartent de l'axe et conduisent à un produit scalaire plus élevé lorsqu'on incline la bobine détectrice.



## Analyse des phénomènes physiques et chimiques

**Q26** – L'argent et l'or ont un potentiel redox plus élevé que celui de l'oxygène au contraire du fer. (20)

**Q27** – L'aluminium se passive facilement contrairement au fer. (8)

**Q28** – Le cuivre est un bon conducteur thermique. (7) Les plaques de cuisson nécessitent un champ magnétique élevé et donc une grande perméabilité magnétique, ce qui n'est pas le cas du cuivre. (24)

**Q29** – La rouille est un oxyde fragile, poreux qui ne permet pas une passivation correcte contrairement à l'alumine ou à l'oxyde de zinc. (25)

**Q30** – Le milieu marin est plus conducteur à cause du sel, ce qui permet un courant de corrosion plus élevée. (20)

L'ion  $\text{Cl}^-$  est d'autre part responsable de corrosion par piqûres, il empêche une repassivation en se substituant aux groupes -OH de la couche passive. (24 H.P.)

**Q31** – Si  $I_{cor} = j_{cor}S$  est fixé, la densité de courant, et donc la vitesse de corrosion selon Faraday, est d'autant plus grande que la surface est faible. (28)

**Q32** – La profondeur de peau est  $\propto \frac{1}{\sqrt{\mu}}$ , donc faible dans le cas de l'acier de perméabilité magnétique élevée. Le champ détecteur ne peut donc pénétrer en profondeur. (30)

**Q33** – Ces piqûres n'empêchent pas le courant de circuler : il tourne autour de celles-ci. cf. **Q11**. (16)

---

**Q34** –  $|\underline{Z}| = \sqrt{(r + \delta r)^2 + (L + \delta L)^2} \omega$ . Or  $\delta r > 0$  et  $\delta L < 0$ , ces variations opposées font que la variation  $|\underline{Z}|$  est plus faible que celle de  $r$  ou  $L$ . (21)

**Q35** – La sonde détecte la présence de défauts par la variation du flux  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$ . Pour avoir une sensibilité maximale, il faut donc que l'angle  $(\vec{B}, \vec{S})$  soit faible et constant. cf. **Q25**. (30)