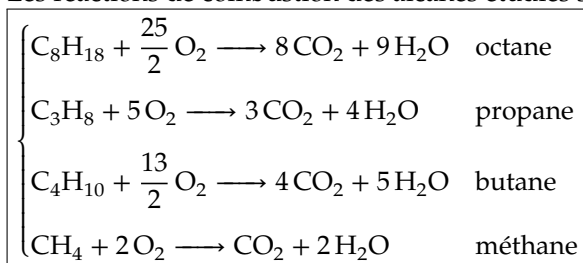


I Véhicule automobile thermique

Étude comparative des différents carburants

1. Les réactions de combustion des alcanes étudiés sont :



2. À 298 K, il se forme de l'eau liquide selon : $\text{CH}_{4(g)} + 2 \text{O}_{2(g)} \longrightarrow \text{CO}_{2(g)} + 2 \text{H}_2\text{O}_{(l)}$.

Toutefois, la liquéfaction de l'eau n'a pas lieu dans le moteur et ne participe donc pas à l'énergie thermique libérée par la combustion utilisable pour le propulsion du véhicule.

On étudie donc la réaction : $\text{CH}_{4(g)} + 2 \text{O}_{2(g)} \longrightarrow \text{CO}_{2(g)} + 2 \text{H}_2\text{O}_{(g)}$.

La loi de Hess pour cette réaction : $\Delta_r H_1^0 = 2\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}_{(g)}) + \Delta_f H^0(\text{CO}_{2(g)}) - \Delta_f H^0(\text{CH}_{4(g)})$

Donc $\Delta_r H_1^0 = -802,3 \text{ kJ/mol}$

$\Delta_r H_1^0 < 0$: La réaction est exothermique.

3. On note :

- $\Delta_r H_i^0$ l'enthalpie standard de réaction de la réaction de combustion étudiée ;
- n_i le coefficient stœchiométrique du dioxyde de carbone ;
- E_m l'énergie libérée par mole de dioxyde de carbone formée.

$$E_{mi} = -\frac{\Delta_r H_i^0}{n_i}.$$

$$\text{Donc } \left\{ \begin{array}{l} E_{m1} = 802 \text{ kJ/mol} \quad \text{GNV} \\ E_{m2} = 672 \text{ kJ/mol} \quad \text{GPL} \\ E_{m3} = 634 \text{ kJ/mol} \quad \text{essence} \end{array} \right.$$

4. • L'énoncé n'indique pas les rendements des moteurs utilisant les différents carburants. Il n'indique pas non plus les rejets de dioxyde de carbone dus à l'extraction, au transport et au raffinage des différents carburants. Il est donc impossible avec les données fournies de comparer les rejets de dioxyde de carbone des véhicules utilisant des carburants différents.
- Les constructeurs automobiles annoncent en général des rejets de dioxyde de carbone plus faible de 10% pour des voitures utilisant du GPL, comparées à un modèle de puissance maximale équivalente fonctionnant à l'essence.
 - Les rejets de monoxyde de carbone et de particules fines sont beaucoup plus faibles pour un moteur utilisant du GPL que pour un moteur essence. Les rejets d'oxyde d'azote sont comparables pour les deux types de carburant.
 - Une taxation plus faible pour le carburant et les véhicules fonctionnant au GPL est donc justifiée.

Étude thermodynamique du moteur PSA EB2

5. Les notations de l'énoncé pour V_1 et V_2 sont incohérentes : V_1 désigne le volume du cylindre au point mort bas sur le schéma et V_1 désigne le volume au point mort haut dans le texte.

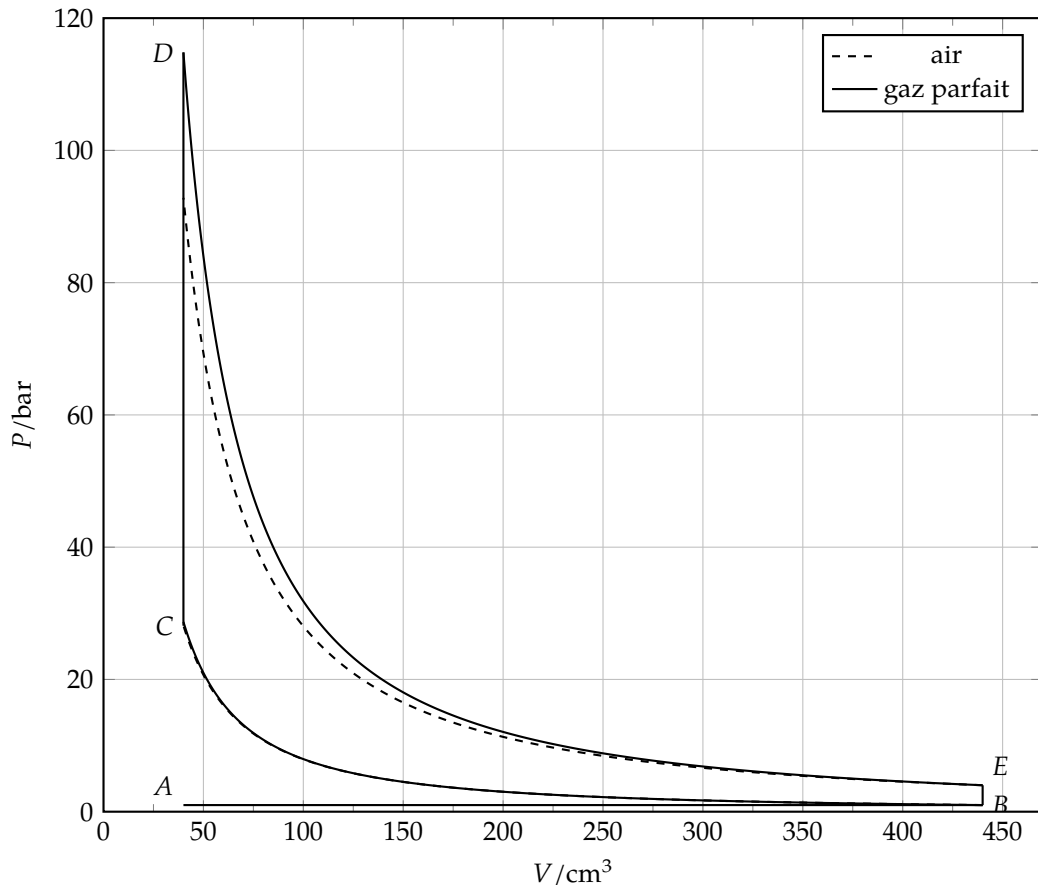
On note :

- $V_c = 1199 \text{ cm}^3$ la cylindrée du moteur ;
- $\delta = 11$ le rapport de compression ;
- V_1 le volume au point mort haut ;

- V_2 le volume au point mort bas.

$$\text{Alors } \begin{cases} V_c = 3(V_2 - V_1) \\ \delta = \frac{V_2}{V_1} \end{cases} \cdot \text{Donc } \begin{cases} V_1 = \frac{V_c}{3(\delta - 1)} \\ V_2 = \frac{\delta V_c}{3(\delta - 1)} \end{cases} \cdot \text{Donc } \begin{cases} V_1 = 40 \text{ cm}^3 \\ V_2 = 440 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

6. Le diagramme de WATT du cycle de BEAU DE ROCHAS est :



Le diagramme a été tracé pour un gaz parfait avec $\gamma = 1,40$ et pour de l'air en utilisant un logiciel de simulation numérique. On constate que l'air n'est pas assimilable à un gaz parfait pour la transformation DE .

- Pour un moteur réel, le gaz n'est pas à l'équilibre thermodynamique, la pression n'est donc pas définie. On peut toutefois mesurer la force que le gaz exerce sur un capteur situé dans le cylindre.
 - Pendant les phases d'admission et d'échappement, la pression du gaz n'est pas égale à la pression atmosphérique. Il faut créer une dépression à l'admission et une surpression à l'échappement.
 - La combustion n'est pas instantanée et ne peut pas être modélisée par une transformation isochore ($C \rightarrow D$), elle se fait pendant le début de la descente du piston.
 - Il en est de même pour l'ouverture des soupapes d'échappement en $E \rightarrow B$.
 - Il y a des échanges thermiques entre le gaz et les parois du cylindre; les transformations $B \rightarrow C$ et $D \rightarrow E$ ne sont pas adiabatiques.
 - L'air et les gaz brûlés ne se comportent pas comme un gaz parfait avec γ constant dans la plage de température et de pression considérée. La loi de LAPLACE utilisée pour représenter les transformations adiabatiques réversibles ne s'applique pas.
7. Si on assimile le gaz présent dans le cylindre à un gaz parfait dont le coefficient γ est constant, la loi de LAPLACE peut être utilisée pour les deux transformations adiabatiques réversibles :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma \\ T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \\ P_D V_D^\gamma = P_E V_E^\gamma \end{array} \right. , \text{ d'où } \left\{ \begin{array}{l} P_B V_2^\gamma = P_C V_1^\gamma \\ T_B V_2^{\gamma-1} = T_C V_1^{\gamma-1} \\ P_D V_1^\gamma = P_E V_2^\gamma \end{array} \right. . \text{ Donc } \left\{ \begin{array}{l} P_C = P_B \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \\ T_C = T_B \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \\ P_D = P_E \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \end{array} \right. \text{ Donc } \left\{ \begin{array}{l} P_C = 29 \text{ bar} \\ T_C = 783 \text{ K} \\ P_D = 115 \text{ bar} \end{array} \right.$$

8. Le premier principe appliqué à la transformation $B \rightarrow C$ est : $\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC}$.

Or la transformation $B \rightarrow C$ est adiabatique : $Q_{BC} = 0$ et pour un gaz parfait $\Delta U_{BC} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_B)$.

Donc $W_{BC} = \frac{V_1 P_C - V_2 P_B}{\gamma - 1}$. Donc $W_{BC} = 177 \text{ J}$

9. Le premier principe appliqué à la transformation $C \rightarrow D$ est : $\Delta U_{CD} = W_{CD} + Q_{CD}$.

Or la transformation $C \rightarrow D$ est isochore : $W_{CD} = 0$ et pour un gaz parfait $\Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_D - T_C)$.

Donc $Q_{CD} = \frac{V_1(P_D - P_C)}{\gamma - 1}$. Donc $Q_{CD} = 860 \text{ J}$

10. Le rendement du cycle est $R_{dt} = -\frac{W_{BC} + W_{DE}}{Q_{CD}}$ et $W_{DE} = -596 \text{ J}$. $R_{dt} = 0,49$

11. On considère un cycle de CARNOT entre deux sources de température T_f et T_c qui fournissent des transferts thermiques Q_f et Q_c . Les deux principes s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f \quad \text{premier principe pour un cycle} \\ \Delta S = 0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \quad \text{second principe pour un cycle} \end{array} \right.$$

Le rendement du moteur est $R_C = -\frac{W}{Q_c}$. Donc $R_C = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$, d'où $R_C = 1 - \frac{T_f}{T_c}$ Donc $R_C = 0,89$

Le moteur étudié n'a pas un fonctionnement réversible, son rendement est donc inférieur au rendement de CARNOT entre les mêmes températures extrêmes.

12. On note :

- $f = \frac{5750}{60}$ Hz la fréquence de rotation du moteur ;
- $\tau = \frac{2}{f}$ la durée d'un cycle moteur ;
- $P_0 = 1 \cdot 10^5$ Pa la pression de l'air admis dans les cylindres ;
- $T_0 = 300$ K la température de l'air admis ;
- $V_c = 1199 \text{ cm}^3$ la cylindrée du moteur ;
- $\Delta_r H_2^0 = -2351 \text{ kJ/mol}$ l'enthalpie standard de réaction associée à la combustion de l'octane ;
- n_{O_2} la quantité de matière en oxygène admise lors d'un cycle ;
- n_e la quantité de matière en octane admise lors d'un cycle ;
- P_c la puissance thermique due à la combustion de l'essence ;
- P_m la puissance mécanique fournie par le moteur.

On fait les hypothèses suivantes :

- L'air est assimilable à un gaz parfait pendant la phase d'admission ;
- La variation d'enthalpie lors de la combustion est égale à $\Delta_r H_2^0$;
- le carburant est admis en proportion stœchiométrique lorsque la puissance fournie par le moteur est maximale ;
- la réaction de combustion est complète ;
- il ne se produit pas d'autres réactions chimiques ayant un effet thermique comparable à la combustion.

Les équations sont :

$$\begin{cases} n_{O_2} = \frac{1}{5} \frac{P_0 V_c}{RT_0} & \text{l'air est un gaz parfait contenant 20\% d'oxygène} \\ n_e = \frac{2}{25} n_{O_2} & \text{stœchiométrie de la réaction de combustion} \\ P_c = -\frac{n_e \Delta_r H_2^0}{\tau} & \text{puissance thermique} \\ P_m = R_{dt} P_c & \text{rendement du moteur} \end{cases}$$

$$\text{Donc } P_m = -R_{dt} \frac{2}{75} \frac{\Delta_r H_2^0}{\tau} \frac{P_0 V_c}{RT_0}$$

$$\text{Donc } P_m = -R_{dt} \frac{1}{75} f \Delta_r H_2^0 \frac{P_0 V_c}{RT_0} \cdot \text{Soit } P_m = 152 \text{ kW}$$

$$P_m = (0,49) \frac{1}{75} (95,83 \text{ Hz}) (5,07 \cdot 10^6 \text{ J/mol}) \frac{(1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}) (1,20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/K/mol}) (300 \text{ K})}$$

La puissance maximale mesurée de la voiture est $P_m = 60 \text{ kW}$. Le modèle proposé donne un rendement environ double du rendement réel. Le modèle étudié est très grossier.

13. Lorsqu'une voiture roule à vitesse constante sur autoroute, la quantité d'essence admise dans les cylindres ne correspond pas aux proportions stœchiométriques. Pour évaluer la consommation de la voiture, il faudrait connaître la quantité d'essence admise à chaque cycle.

Approvisionnement en carburant

14. On note :

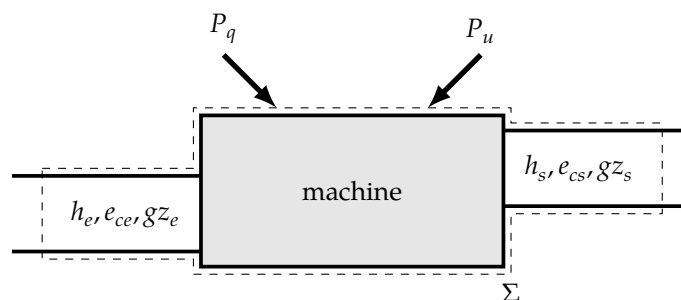
- $D_v = 100 \text{ L/h} = 2,78 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ le débit volumique d'essence ;
- $d = 6 \text{ mm}$ le diamètre d'une durite ;
- $\rho = 720 \text{ kg/m}^3$ la masse volumique de l'essence ;
- $\mu = 0,65 \cdot 10^{-3} \text{ Pl}$ la viscosité du carburant.
- v la vitesse débitante ;
- R_e le nombre de REYNOLDS de l'écoulement.

Le nombre de REYNOLDS est $R_e = \frac{\rho v d}{\mu}$. Et la vitesse débitante est $v = \frac{4D_v}{\pi d^2}$.

$$\text{Donc } R_e = \frac{4\rho D_v}{\pi \mu d} \cdot \text{Donc } R_e = 6,5 \cdot 10^3 \quad \left(R_e = \frac{4(720 \text{ kg/m}^3)(2,78 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})}{3,14(6,50 \cdot 10^{-4} \text{ Pl})(6 \cdot 10^{-3} \text{ m})} \right)$$

L'écoulement est turbulent dans la durite.

15. On considère un système ouvert Σ qui englobe la pompe :



On note :

- P_u la puissance mécanique utile ;
- P_q la puissance thermique reçue par le fluide ;
- h_e (resp. h_s) l'enthalpie massique du fluide à l'entrée (resp. à la sortie) ;
- e_{ce} (resp. e_{cs}) l'énergie cinétique massique du fluide à l'entrée (resp. à la sortie) ;
- z_e (resp. z_s) la cote du fluide à l'entrée (resp. à la sortie) ;
- P_e (resp. P_s) la pression du fluide à l'entrée (resp. à la sortie) ;

- $D_m = \rho D_v$ le débit massique du fluide.

Le premier principe de la thermodynamique appliqué au système ouvert s'écrit :

$$D_m [(h_s - h_e) + (e_{cs} - e_{ce}) + g(z_s - z_e)] = P_u + P_q.$$

Les approximations suivantes seront faites :

- L'évolution du fluide dans la pompe est adiabatique : $P_q = 0$;
- La variation d'énergie potentielle de pesanteur est négligeable devant la variation d'enthalpie ;
- L'essence est assimilée à un liquide incompressible : $h_s - h_e = \frac{\Delta P}{\rho}$;
- L'énergie cinétique massique du fluide en entrée de pompe est négligeable devant celle en sortie.

$$\text{Alors : } \begin{cases} h_s - h_e = \frac{\Delta P}{\rho} = 417 \text{ J/kg} & \text{variation d'enthalpie massique} \\ e_{cs} - e_{ce} = \frac{1}{2} \left(\frac{4D_v}{\pi d^2} \right)^2 = 0,48 \text{ J/kg} & \text{variation d'énergie cinétique massique} \end{cases}$$

On constate que la variation d'énergie cinétique est négligeable devant la variation d'enthalpie du fluide. Le premier principe s'écrit alors : $\rho D_v \frac{\Delta P}{\rho} = P_u$

$$\text{Donc } \boxed{P_u = D_v \Delta P}. \text{ Donc } \boxed{P_u = 8,3 \text{ W}} \quad (P_u = (2,78 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})(3,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}))$$

II Traction ferroviaire

16. On note :

- $v = 500 \text{ km/h} = 139 \text{ m/s}$ la vitesse du train ;
- $\rho = 9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ la masse volumique du cuivre ;
- $S = 150 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ la section de la caténaire ;
- μ la masse linéique de la caténaire ;
- T_0 la tension de la caténaire ;
- c la vitesse des ondes dans la caténaire.

Alors, en supposant que les ondes dans la caténaire sont de même nature que celle de la corde vibrante de

$$\text{D'ALEMBERT : } \begin{cases} \mu = \rho S & \text{masse linéique} \\ c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}} & \text{vitesse des ondes} \end{cases}$$

$$\text{Donc } T_0 = c^2 \rho S.$$

Le train ne peut circuler que si la vitesse des ondes progressives dans la caténaire est supérieure à celle du train : $c > v$.

$$\text{La tension doit donc vérifier : } \boxed{T_0 > v^2 \rho S}. \text{ Donc } \boxed{T_0 > 26 \text{ kN}}.$$

$$(T_0 > (139 \text{ m/s})^2 (9,00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) (1,50 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2))$$

Il faut donc utiliser des contre-poids pour tendre la caténaire. L'étude précédente laisse penser qu'il faut utiliser des contre-poids dont la masse est de $2,6 \cdot 10^3 \text{ kg}$ environ. En pratique, des mouffles sont utilisées pour tendre la caténaire, ce qui permet d'utiliser une masse 5 fois plus faible.

17. On note :

- $L_0 = 1500 \text{ m}$ la longueur d'un tronçon de caténaire lorsque la température est -5°C ;
- $\alpha = 16 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ le coefficient de dilatation thermique linéique du cuivre ;
- $\ell = 5,10 \text{ m}$ la hauteur d'une caténaire ;
- $\Delta T = 50 \text{ K}$ la variation de température de la caténaire.

Le centre du tronçon de la caténaire est équipé d'un dispositif d'anti-cheminement pour éviter que la caténaire ne soit emportée par le train ou par les contre-poids aux deux extrémités si ils ne sont pas équilibrés.

On considère un morceau de caténaire dont la longueur passe de $\frac{L_0}{2}$ à $\frac{L_0}{2}(1 + \alpha \Delta T)$ lorsque la température passe de -5°C à 45°C .

$$\text{En l'absence de mouffles, le contre-poids descend donc d'une hauteur } h = \frac{L_0}{2} \alpha \Delta T = 0,60 \text{ m}.$$

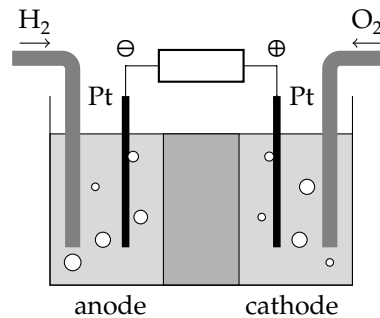
Avec les mouffles utilisées, la variation d'altitude des contre-poids est $h' = 5h = 3,0 \text{ m}$.

Il est alors possible que le contre-poids touche le sol et ne permette plus de tendre la caténaire : celle-ci peut être arrachée par le train.

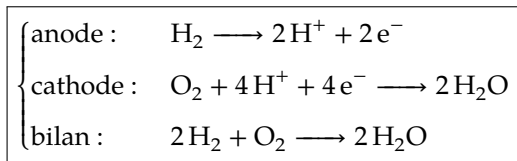
III Véhicule électrique et pile à hydrogène

Conception d'une pile à hydrogène au laboratoire

18. Le schéma de la pile est :



19. Les réactions chimiques qui ont lieu dans la pile sont :



Utilisation par un véhicule électrique

20. On note :

- $U = 150 \text{ V}$ la tension aux bornes de l'association série ;
- U_1 la tension aux bornes d'une pile élémentaire ;
- N le nombre de piles élémentaires ;
- $E_c^0 = 1,23 \text{ V}$ le potentiel standard de la cathode ;
- $E_a^0 = 0 \text{ V}$ le potentiel standard de l'anode ;
- $T = 343 \text{ K}$ la température de la pile ;
- $P_{\text{H}_2} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ la pression en hydrogène ;
- $P_{\text{O}_2} = 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ la pression en oxygène ;
- $P^0 = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ la pression de référence ;
- $[\text{H}^+]_c$ la concentration en ions H^+ à la cathode ;
- $[\text{H}^+]_a$ la concentration en ions H^+ à l'anode ;
- $c_0 = 1 \text{ mol/L}$ la concentration de référence ;

La formule de NERNST pour une pile élémentaire s'écrit :

$$U_1 = \left[E_c^0 + \frac{RT}{4F} \ln \left(\frac{P_{\text{O}_2} [\text{H}^+]_c^4}{P^0 c_0^4} \right) \right] - \left[E_a^0 + \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{P^0 [\text{H}^+]_a^2}{P_{\text{H}_2} c_0^2} \right) \right]$$

En tenant compte de $P_{\text{H}_2} = P^0$: $U_1 = E_c^0 - E_a^0 - \frac{RT}{4F} \ln \frac{P_{\text{O}_2}}{P^0} - \frac{RT}{F} \ln \frac{[\text{H}^+]_c}{[\text{H}^+]_a}$

Si on suppose en outre que $[\text{H}^+]_c = [\text{H}^+]_a$: $U_1 = E_c^0 - E_a^0 - \frac{RT}{4F} \ln \frac{P_{\text{O}_2}}{P^0}$

Le nombre de cellules est tel que $U = NU_1$, donc $N = \frac{U}{E_c^0 - E_a^0 - \frac{RT}{4F} \ln \frac{P_{\text{O}_2}}{P^0}}$ donc $N = 123$

$$\left(N = \frac{150 \text{ V}}{1,23 \text{ V} - \frac{(8,31 \text{ J/K/mol})(343 \text{ K})}{4(9,65 \cdot 10^4 \text{ C/mol})} \ln \frac{2,00 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}}} \right)$$

On note :

- $P_m = 60 \text{ kW}$ la puissance maximale fournie ;
- I_m l'intensité maximale qui circule dans la pile ;

- D_m le débit molaire maximale en hydrogène dans la pile.

Lorsque la puissance fournie par la pile est maximale : $UI_m = P_m$.

La vitesse de réaction dans une pile est alors : $v = \frac{dn_{H_2}}{dt} = \frac{I_m}{2F} = \frac{P_m}{2FU}$.

Le débit molaire d'hydrogène est alors : $D_m = \frac{NP_m}{2FU}$. Donc $D_m = 0,26 \text{ mol/s}$

$$\left(D_m = \frac{123(6,00 \cdot 10^4 \text{ W})}{2(9,65 \cdot 10^4 \text{ C/mol})(150 \text{ V})} \right)$$

21. On note :

- $T = 300 \text{ K}$ la température ;
- $P = 350 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ la pression dans le réservoir ;
- $\tau = 6 \text{ h} = 21\,600 \text{ s}$ la durée d'utilisation ;
- $P = \frac{P_m}{2}$ la puissance de la pile ;
- V le volume du réservoir ;
- n_{H_2} la quantité de matière en hydrogène stockée.

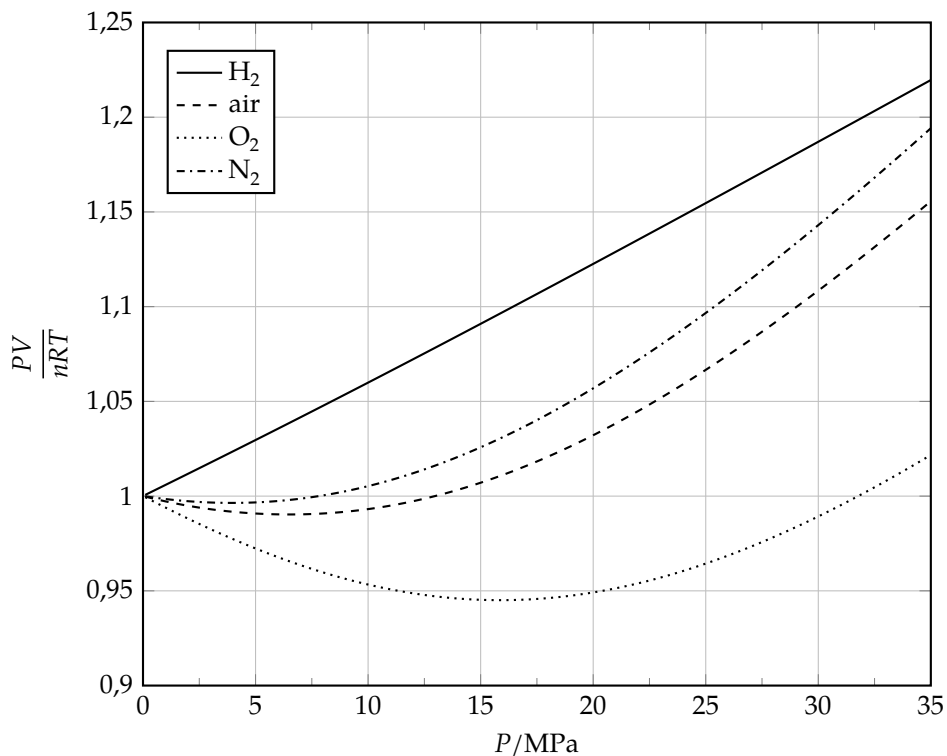
En supposant que l'hydrogène se comporte comme un gaz parfait dans la plage de pression étudié : $PV = n_{H_2}RT$.

Et la quantité d'hydrogène nécessaire est $n_{H_2} = \frac{D_m}{2} \tau$.

Donc $V = \frac{D_m RT \tau}{2P}$. $V = 0,20 \text{ m}^3$. $\left(V = \frac{(2,55 \cdot 10^{-1} \text{ mol/s})(8,31 \text{ J/K/mol})(300 \text{ K})(2,16 \cdot 10^4 \text{ s})}{2(3,50 \cdot 10^7 \text{ Pa})} \right)$

Le réservoir nécessaire a un volume de 200 L. C'est environ quatre fois plus que le volume du réservoir d'essence d'une voiture habituelle.

La courbe ci-dessous donne $\frac{PV}{nRT}$ en fonction de la pression P pour une température $T = 300 \text{ K}$.



On constate que l'équation d'état des gaz parfaits n'est pas adaptée pour l'hydrogène dans les conditions $\begin{cases} T = 300 \text{ K} \\ P = 35 \text{ MPa} \end{cases}$. L'erreur relative commise sur le détermination du volume précédent est de l'ordre de 20%.

Production industrielle de dihydrogène

22. On considère la réaction chimique : $\text{CH}_4(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g}) \longrightarrow \text{CO}(\text{g}) + 3 \text{H}_2(\text{g})$ réalisée à partir des réactifs seuls.

Avec les notations usuelles :

$$\begin{cases} X = 6 & (T, P, x_{\text{CH}_4}, x_{\text{H}_2\text{O}}, x_{\text{CO}}, x_{\text{H}_2}) \\ Y = 3 & (K^0 = Q, \sum_i x_i = 1, 3x_{\text{CO}} = x_{\text{H}_2}) \end{cases}$$

La variance est $v = X - Y$, donc la variance du système est 3.

La réaction peut être optimisée en choisissant la pression, la température et la fraction molaire en méthane.

23. • La courbe donnée permet de voir que la fonction $K^0(T)$ est croissante dans la plage de température étudiée.

Une augmentation isobare de température permet d'augmenter le rendement de la réaction.

• D'après le principe de LE CHATELIER, une augmentation isotherme de pression déplace l'équilibre dans le sens où la quantité de matière en gaz diminue, c'est-à-dire le sens indirect pour la réaction considérée.

Une augmentation isobare de pression entraîne une diminution du rendement.

• La réaction est réalisée à la température de 1273 K ce qui permet d'avoir un rendement élevé.

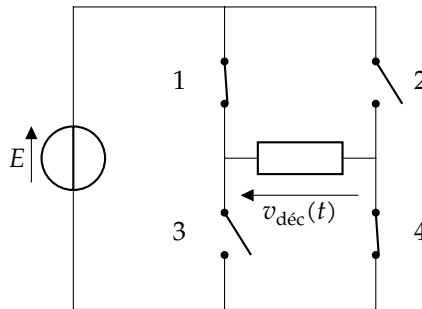
La pression est de $35 \cdot 10^5 \text{ Pa}$: le rendement est plus faible que pour une réaction faite à la pression atmosphérique, mais cela permet d'avoir des quantités de matière plus importantes dans le réacteur.

• Le nickel est un catalyseur, il ne permet pas de modifier le rendement de la réaction mais il permet à cette réaction de se faire plus rapidement.

Conversion de puissance et alimentation d'un véhicule électrique

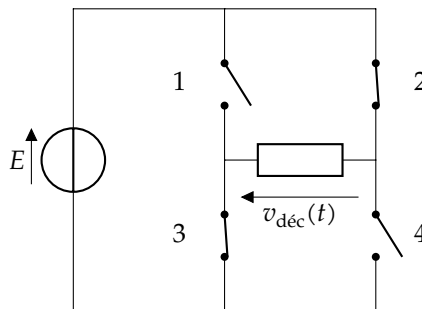
24. La période de la tension $v_{\text{red}}(t)$ est très grande devant la période de hachage $T_{\text{déc}} = 0,10 \text{ ms}$. C'est pour cela que l'on ne voit pas évoluer v_{red} sur le graphique.

25. Si $v_{\text{red}}(t) > \Delta(t)$, le montage est :

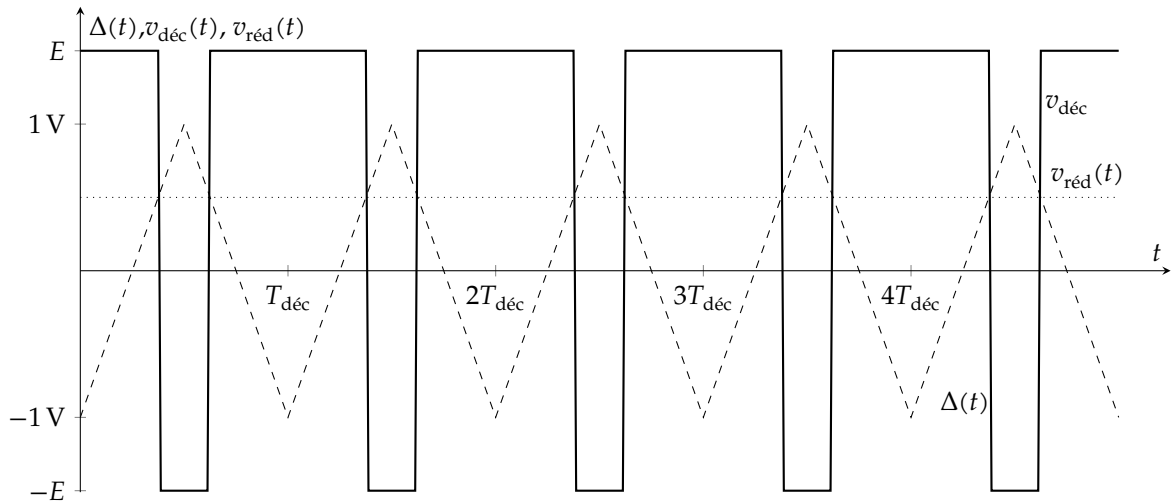


Dans ce cas $v_{\text{déc}}(t) = E$.

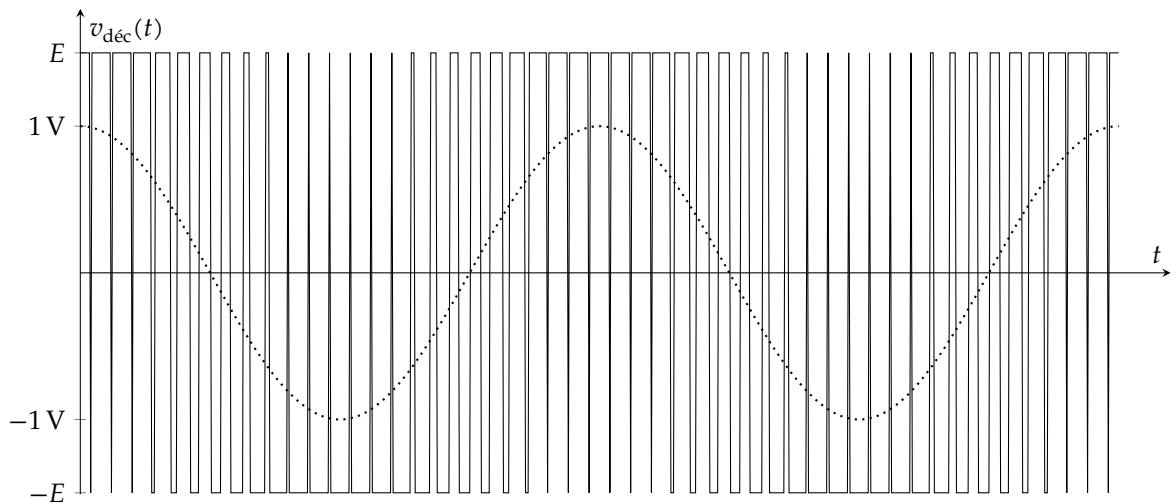
Si $v_{\text{red}}(t) < \Delta(t)$, le montage est :



Dans ce cas $v_{\text{déc}} = -E$.



Si la tension $v_{\text{réd}}(t)$ est sinusoïdale, la fonction de commande aura l'allure suivante :



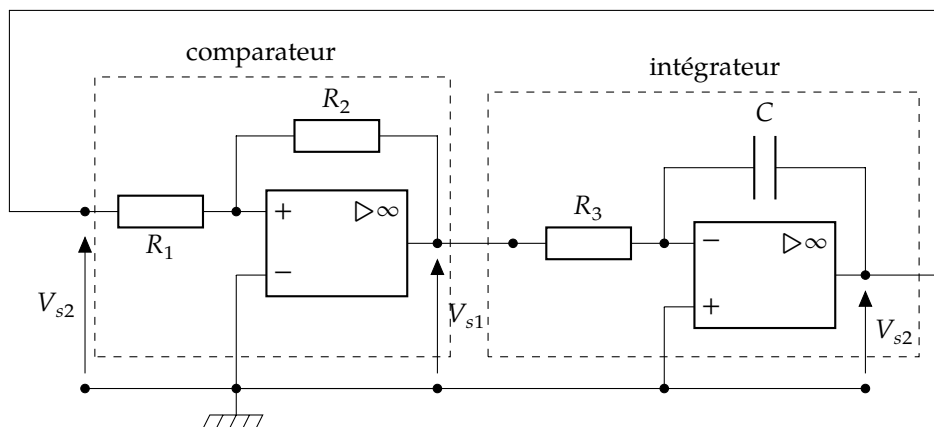
26. En utilisant le graphique précédent : $\langle v_{\text{déc}} \rangle = E \frac{v_{\text{réd}}(t_0)}{1 \text{ V}}$ et la constante K est définie par $v_{\text{réd}}(t_0) = K v_{\text{cons}}(t_0)$.

Donc $\langle v_{\text{déc}} \rangle = E \frac{K v_{\text{cons}}(t_0)}{1 \text{ V}}$.

On souhaite que $\langle v_{\text{déc}} \rangle = v_{\text{cons}}(t_0)$, il faut donc choisir : $K = \frac{1 \text{ V}}{E}$

Génération du signal $\Delta(t)$

27. Le montage proposé peut être redessiné ainsi :



V_{s2} est l'entrée du comparateur, V_{s1} est la sortie.

28. Quelque soit l'état du comparateur, la loi des nœuds en terme de potentiel en V_- s'écrit :

$$\frac{V_{s2} - V_+}{R_1} + \frac{V_{s1} - V_+}{R_2} = 0. \text{ Donc } V_{s2} = -\frac{R_1}{R_2}V_{s1} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_+$$

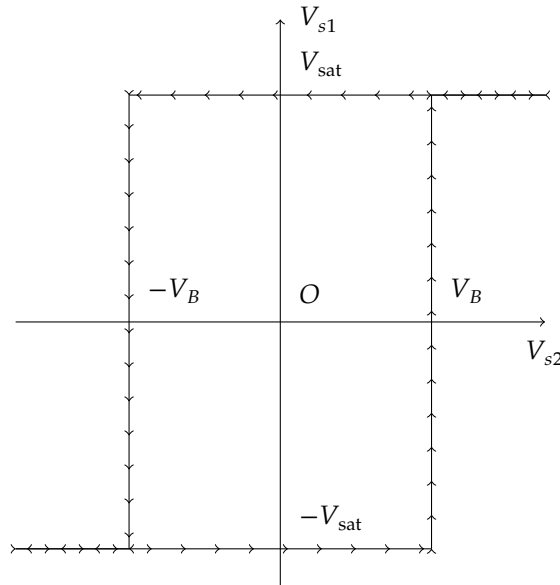
Et dans tous les cas : $V_- = 0$.

Si la sortie du comparateur est $V_{s1} = +V_{sat}$: $V_+ > 0$ Donc $V_{s1} > -\frac{R_1}{R_2}V_{sat}$.

Si la sortie du comparateur est $V_{s1} = -V_{sat}$: $V_+ < 0$ Donc $V_{s1} < \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$.

Les tensions de basculement sont $V_b = \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$ et $-V_b = -\frac{R_1}{R_2}V_{sat}$

Le cycle d'hystérésis est alors :



29. V_{s1} est l'entrée de l'intégrateur, V_{s2} est la sortie.

30. Les équations de l'intégrateur sont :

$$\begin{cases} \underline{V_-} = \underline{V_+} & \text{AO idéal de gain infini en fonctionnement linéaire} \\ \underline{V_+} = 0 & \text{lien à la masse} \\ \frac{V_{s1} - \underline{V_-}}{R_3} + Cj\omega(V_{s2} - \underline{V_-}) = 0 & \text{loi des nœuds en } V_- \end{cases}$$

Donc $\underline{V_{s2}} = -\frac{1}{R_3 C j\omega} \underline{V_{s1}}$. Donc $\frac{dV_{s2}}{dt} = -\frac{1}{R_3 C} V_{s1}(t)$

31. On note $V_0 = 1 \text{ V}$. La tension de basculement doit être égale à V_0 . Donc $V_0 = \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$.

Donc $\frac{R_1}{R_2} = \frac{V_0}{V_{sat}}$

On note $T = \frac{0.1}{ms}$ la période de $\Delta(t)$. Si, à la date $t = 0$ le comparateur bascule de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$, alors, tant que le comparateur reste à l'état $+V_{sat}$, $V_{s2}(t) = -\frac{V_{sat}}{R_3 C}t + V_b$.

Le premier basculement à lieu à la date $t = \frac{T}{2}$: $V_{s2}\left(\frac{T}{2}\right) = -\frac{V_{sat}}{R_3 C} \frac{T}{2} + V_b = -V_b$

Donc $R_3 C = \frac{T V_{sat}}{4 V_b}$.

Et, avec $V_b = V_0$: $R_3 C = \frac{T V_{sat}}{4 V_0}$

32. Les deux autres connexions de l'AO servent à le relier aux alimentations continues $\pm 15 \text{ V}$.