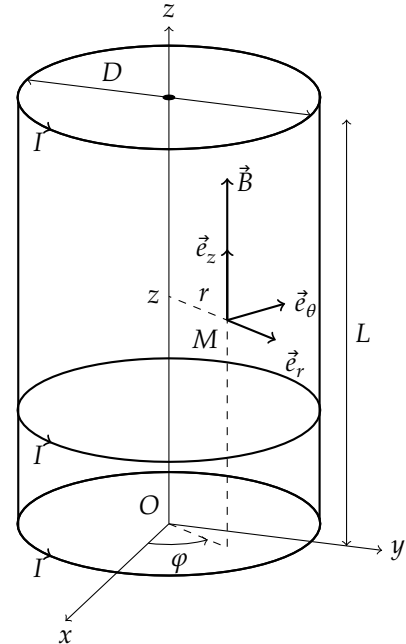


Centrale – PSI – 2018 – Physique-Chimie 1

I Réalisation d'un champ magnétique intense

1. On note :

- $B = 4 \text{ T}$ le champ magnétique souhaité;
- $N = 1,00 \cdot 10^4$ le nombre de spires;
- $D = 0,20 \text{ m}$ le diamètre du solénoïde;
- $L = 0,50 \text{ m}$ la longueur du solénoïde;
- $d = 2,00 \text{ mm}$ le diamètre du fil;
- $\rho = 1,68 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ la résistivité du cuivre;
- $c = 385 \text{ J/kg/K}$ la capacité thermique massique du cuivre;
- $T_f = 1356 \text{ K}$ la température de fusion du cuivre;
- $T_0 = 293 \text{ K}$ la température initiale de la bobine;
- I l'intensité du courant électrique dans la bobine;
- ℓ la longueur du fil électrique;
- R la résistance électrique du fil;
- P la puissance dissipée par effet JOULE dans le fil;
- τ la durée entre le début de l'expérience et la fusion du cuivre.



Pour déterminer la puissance dissipée par effet JOULE, on utilise les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} B = \mu_0 \frac{N}{L} I \quad \text{champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde} \\ \ell = N\pi D \quad \text{longueur du fil de cuivre} \\ R = \frac{\rho \ell}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad \text{résistance d'un fil cylindrique} \\ P = RI^2 \quad \text{puissance dissipée par effet JOULE} \end{array} \right.$$

La puissance dissipée est donc $P = \frac{4\rho ND}{d^2} \left(\frac{LB}{\mu_0 N} \right)^2$.

Donc $P = \frac{4\rho DL^2 B^2}{N\mu_0^2 d^2}$. Soit $P = 0,85 \text{ MW}$ $\left(P = \frac{4(1,68 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m})(0,2 \text{ m})(0,5 \text{ m})^2 (4 \text{ T})^2}{1,0 \cdot 10^4 (1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H/m})^2 (2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} \right)$

Pour estimer le temps écoulé entre le début de l'expérience et la fusion du fil de cuivre, on applique le premier principe au fil de cuivre en supposant la transformation adiabatique, entre l'instant $t = 0$ et $t = \tau$

auquel le fil fond : $P\tau = \ell \frac{\pi d^2}{4} c\mu (T_f - T_0)$

Donc $\tau = \ell \frac{\pi d^2}{4P} c\mu (T_f - T_0)$

Et en utilisant l'expression de la puissance dissipée : $\tau = \frac{N^2 \pi^2 D d^4 \mu c \mu_0^2}{16 \rho L^2 B^2} (T_f - T_0)$ Donc $\tau = 17 \text{ s}$

$$\left(\tau = \frac{1,0 \cdot 10^8 \pi^2 (0,2 \text{ m}) (2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m})^4 (9,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) (385 \text{ J/kg/K}) (1,3 \cdot 10^{-6} \text{ H/m})^2}{16 (1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}) (0,5 \text{ m})^2 (4 \text{ T})^2} (1356 \text{ K} - 293 \text{ K}) \right)$$

2. La température minimale pour avoir de l'eau liquide est $T_e = 273 \text{ K}$, la température maximale pour avoir du cuivre solide est $T_f = 1356 \text{ K}$.

L'écart de température maximale est alors $\Delta T = 1083 \text{ K}$

La surface de contact S_{\min} entre le cuivre et l'eau est donnée par la loi de NEWTON : $P = hS_{\min} \Delta T$.

Donc $S_{\min} = \frac{P}{h\Delta T}$. D'où : $S_{\min} = 7,9 \text{ m}^2$ $\left(S_{\min} = \frac{8,5 \cdot 10^5 \text{ W}}{(100 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1})(1083 \text{ K})} \right)$

3. On note :

- D_m le débit massique de l'eau utilisée pour le refroidissement ;
- $T_e = 273 \text{ K}$ la température de l'eau en entrée ;
- $T'_e = 373 \text{ K}$ la température de l'eau en sortie ;
- $c_e = 4,2 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ la capacité thermique massique de l'eau.

Le bilan d'enthalpie pour l'eau est $D_m c_e (T'_e - T_e) = P$. Donc $D_m = \frac{P}{c_e (T'_e - T_e)}$

$$D_m = 2,0 \text{ kg/s} \quad \left(D_m = \frac{8,5 \cdot 10^5 \text{ W}}{(4,2 \cdot 10^3 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1})(100 \text{ K})} \right)$$

4. Le dispositif étudié ci-dessus permet de créer le champ magnétique sur une longueur D de la voie. Pour refroidir les bobines sur une longueur de voie $L_v = 1 \text{ km}$, il faudrait une surface $\frac{L_v}{D} S_{\min} = 3,9 \cdot 10^4 \text{ m}^2$ et un débit d'eau $\frac{L_v}{D} D_m = 1,0 \cdot 10^4 \text{ kg/s}$.

La consommation d'eau est très importante.

5. Avec des bobines supraconductrices, il n'y a pas d'effet JOULE et donc pas de puissance dissipée dans les conducteurs. Cela permet la création de champ magnétique de valeur élevé.

II La sustentation électromagnétique du Transrapid

II.A Modélisation du champ magnétique dans l'entrefer

6. L'excitation magnétique est définie par $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$.

7. Dans l'approximation des états quasi-stationnaires, les équations de MAXWELL sont :

$$\begin{cases} \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} & \text{MAXWELL-GAUSS} \\ \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{MAXWELL-FARADAY} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{div } \vec{B} = 0 & \text{MAXWELL-THOMSON} \\ \text{rot } \vec{H} = \vec{j} & \text{MAXWELL-AMPÈRE} \end{cases}$$

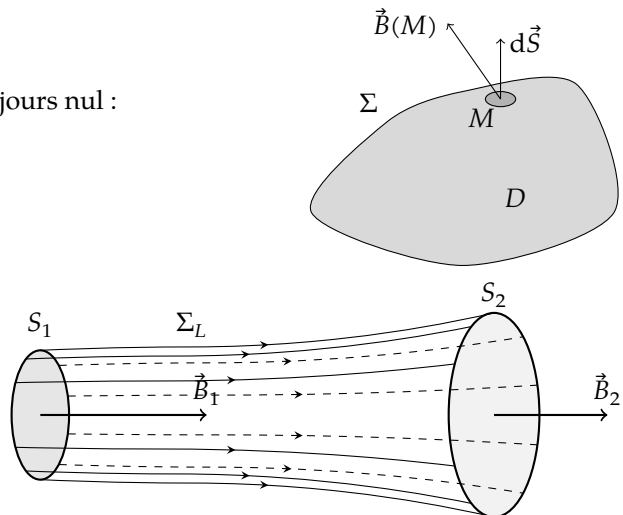
8. L'équation de MAXWELL-THOMSON : $\text{div } \vec{B} = 0$ traduit la conservation du flux du champ magnétique.

Le flux de \vec{B} à travers une surface fermée Σ est toujours nul :

$$\oiint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Si on considère un tube de champ magnétique entre les deux sections S_1 et S_2 , alors :

$$\iint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



9. On considère une ligne de champ moyenne dans le circuit magnétique.

On note :

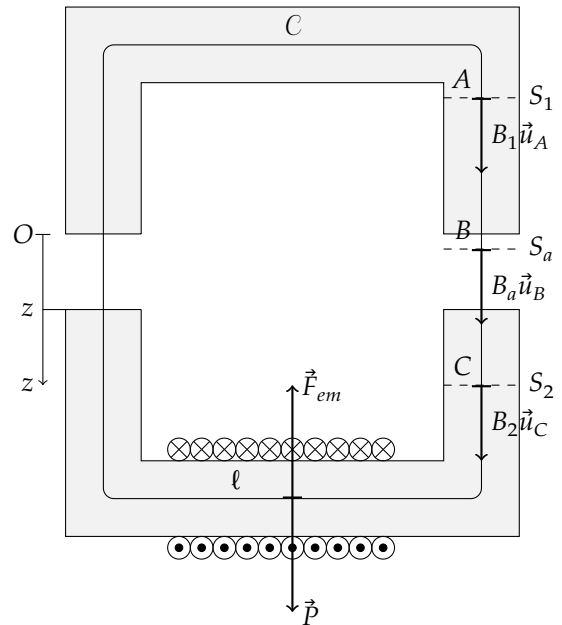
- \vec{u}_M un vecteur unitaire tangent à la ligne de champ passant par M ;
- $\vec{B}(M) = B_1 \vec{u}_M$ si M est dans la portion 1 ;
- $\vec{B}(M) = B_2 \vec{u}_M$ si M est dans la portion 2 ;
- $\vec{B}(M) = B_a \vec{u}_M$ si M est dans l'entrefer.

En appliquant le résultat de la question précédente aux tubes de champ entre A et B et entre A et C :

$$\begin{cases} S_1 B_1 = S_a B_a \\ S_1 B_1 = S_2 B_2 \end{cases}$$

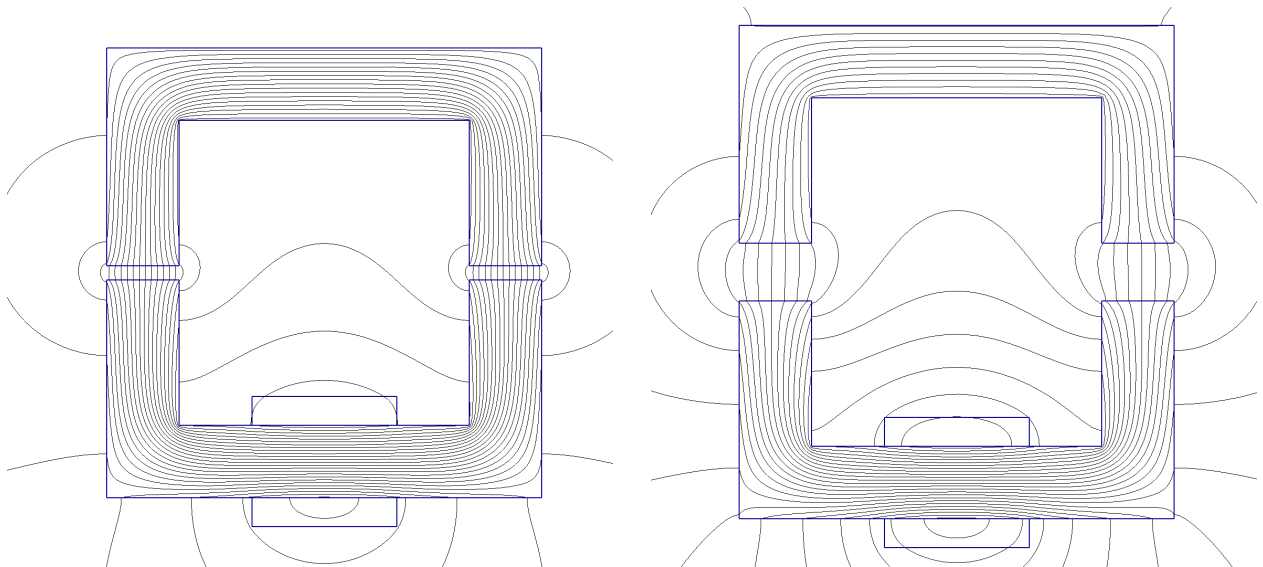
Comme la section du tube de champ est uniforme :

$$S_1 = S_2 = S_a = a^2 : \|\vec{B}_1\| = \|\vec{B}_2\| = \|\vec{B}_a\|$$



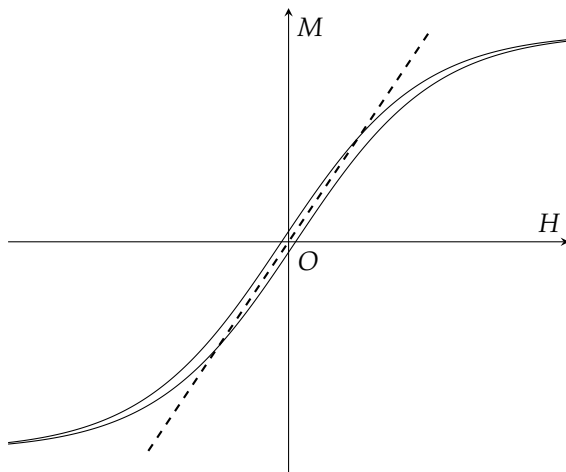
10. Si $z \ll a$, les effets de bords dans l'entrefer sont négligeables, et les lignes de champs sont à peu près parallèles entre elles dans l'entrefer.

Si la condition $z \ll a$ n'est pas vérifiée, les lignes de champ ne sont pas parallèles dans l'entrefer. Les simulations numériques ci-dessous montrent les lignes de champ magnétiques dans les deux situations.



Les lignes de champs sont parallèles dans l'entrefer si $z \ll a$.

11. L'énoncé confond matériau ferromagnétique doux et matériau linéaire.



Un milieu ferromagnétique doux présente un cycle d'hystérésis étroit, l'excitation coercitive est petite : $H_c < 100 \text{ A/m}$. Un tel cycle est représenté en trait plein sur la courbe ci-contre.

Un matériau linéaire est telle que l'aimantation est proportionnelle à l'excitation magnétique : $\vec{M} = \chi \vec{H}$ où χ est la susceptibilité magnétique du milieu. La caractéristique d'un tel matériau est représentée en tirets.

Si un matériau ferromagnétique doux est utilisé loin de son domaine de saturation, il peut être assimilé à un milieu linéaire.

12. En utilisant les résultats précédents :
$$\begin{cases} \vec{M} = \chi \vec{H} \\ \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \end{cases} \text{ . Donc } \boxed{\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H}}$$

13. La perméabilité relative est $\boxed{\mu_r = 1 + \chi}$ et $\boxed{\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}}$.

La perméabilité des aciers est comprise entre $1,5 \cdot 10^3$ et $2 \cdot 10^5$. La valeur dépend de la composition, des traitements thermiques et magnétiques subis par l'acier.

14. Le théorème d'AMPÈRE sur le contour C est $\boxed{\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = Ni}$

15. Si on utilise des notations similaires à celles de la question 9 :

- $\vec{H}(M) = H_1 \vec{u}_M$ si M est dans la portion 1 ;
- $\vec{H}(M) = H_2 \vec{u}_M$ si M est dans la portion 2 ;
- $\vec{H}(M) = H_a \vec{u}_M$ si M est dans l'entrefer ;
- ℓ_1 longueur de la ligne de champ moyenne dans le milieu 1 ;
- ℓ_2 longueur de la ligne de champ moyenne dans le milieu 2 ;
- $\ell = \ell_1 + \ell_2$.

Les équations sont :

$$\begin{cases} H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + 2z H_a = Ni & \text{théorème d'AMPÈRE} \\ B_1 = \mu_0 \mu_r H_1 & \text{le milieu 1 est linéaire} \\ B_2 = \mu_0 \mu_r H_2 & \text{le milieu 2 est linéaire} \\ B_a = \mu_0 H_a & \text{l'air est assimilé au vide} \\ B_1 = B_2 = B_a & \text{question 8} \end{cases}$$

Donc : $B_2 \left(\frac{\ell}{\mu_0 \mu_r} + \frac{2z}{\mu_0} \right) = Ni$. D'où : $\boxed{B_2 = \frac{\mu_0 Ni}{\frac{\ell}{\mu_r} + 2z}}$

16. Pour trouver la réponse attendue à la question 17, il faut supposer $\frac{\ell}{\mu} \ll 2z$. Dans ce cas : $\boxed{B_2 = \frac{\mu_0 Ni}{2z}}$

II.B Lévitiation par attraction

17. Si on note Φ le flux du champ magnétique à travers la bobine : $\Phi = NSB_2$.

Donc $\Phi = \frac{\mu_0 N^2 S}{2z} i$.

Or le flux propre de la bobine est telle que $\Phi = Li$. Donc $\boxed{L(z) = \frac{\mu_0 N^2 S}{2z}}$.

18. L'énergie magnétique est $\boxed{E_m(z, i) = \frac{1}{2} L(z) i^2}$

19. La force magnétique est donnée par $\vec{F}_{em} = \left(\frac{\partial E_m}{\partial z} \right)_i \vec{u}_z$.

Donc $\vec{F}_{em} = \frac{1}{2} \frac{dL(z)}{dz} i^2 \vec{u}_z$. D'où $\boxed{\vec{F}_{em} = -\frac{\mu_0 N^2 S i^2}{4z^2} \vec{u}_z}$.

20. On considère l'équilibre décrit sur la figure de la question 9. La pièce mobile est soumise à la force magnétique \vec{F}_{em} et à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$. À l'équilibre : $\vec{F}_{em} + m\vec{g} = \vec{0}$.

Donc, en projetant cette condition sur \vec{u}_z : $mg = \frac{\mu_0 N^2 S i_e^2}{4\delta^2}$.

Donc $\boxed{m = \frac{\mu_0 N^2 S i_e^2}{4g\delta^2}}$. D'où $\boxed{m = 1,6 \cdot 10^4 \text{ kg}}$ $\left(m = \frac{(1,3 \cdot 10^{-6} \text{ Hm}^{-1})(1,0 \cdot 10^6)(0,5 \text{ m}^2)(10 \text{ A})^2}{4(9,8 \text{ ms}^{-2})(1 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} \right)$

21. On note :

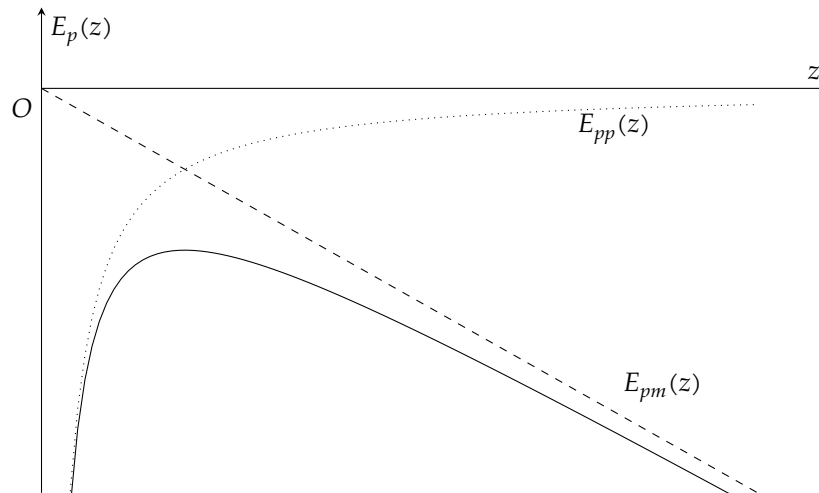
- $m_t = 180 \cdot 10^3 \text{ kg}$ la masse du train ;
- n le nombre d'électroaimants nécessaires.

En utilisant la question précédente $n = \frac{m_t}{m}$. Donc $n = \frac{4gm\delta^2}{\mu_0 N^2 S i_e^2}$. $n = 11$

22. Si l'intensité i est maintenue constante, la force magnétique dérive de l'énergie potentielle $E_{pm}(z) = -\frac{\mu_0 N^2 S i^2}{4z}$ et le poids dérive de l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = -mgz$.

L'énergie potentielle totale est alors : $E_p(z) = -\frac{\mu_0 N^2 S i^2}{4z} - mgz$.

Le graphique de cette fonction est :



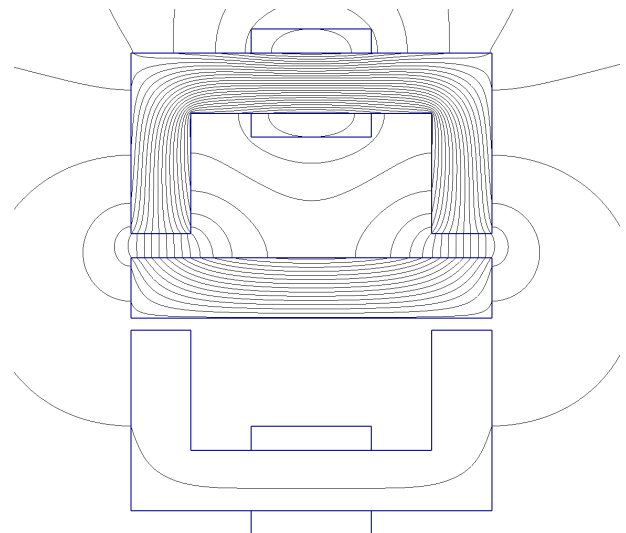
La position d'équilibre étudiée correspond à un maximum de l'énergie potentielle : l'équilibre est instable.

III Capteur de position

III.A Capteur à entrefer variable push-pull

23. La simulation numérique ci-contre montre que, lorsque seule la bobine B_1 est utilisée, les lignes de champ magnétique traversent le rail et que le couplage par inductance mutuelle entre les deux bobines est négligeable devant l'auto-induction. On peut alors utiliser le résultat de la question 17 pour estimer l'inductance de chaque bobine :

$$L_e = \frac{\mu_0 N_e^2 S}{2\delta}$$



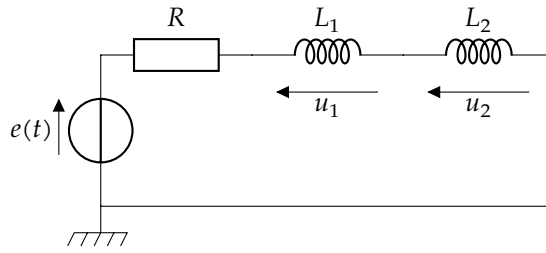
24. Si la position du train n'est pas la position d'équilibre, les inductances sont :
- $$\begin{cases} L_1 = \frac{\mu_0 N_e^2 S}{2(\delta - \Delta z)} \\ L_2 = \frac{\mu_0 N_e^2 S}{2(\delta + \Delta z)} \end{cases}$$

Au premier ordre en $\frac{\Delta z}{\delta}$:

$$\begin{cases} L_1 = L_e \left(1 + \frac{\Delta z}{\delta} \right) \\ L_2 = L_e \left(1 - \frac{\Delta z}{\delta} \right) \end{cases}$$

III.B Mesure des variations d'inductance

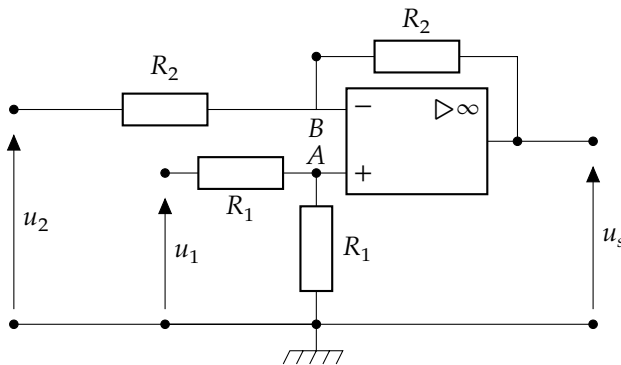
25. On considère le montage :



Le montage a une structure de pont diviseur de tension :

$$\begin{cases} \underline{u}_1(t) = \frac{L_1 j\omega}{(L_1 + L_2)j\omega + R} \underline{e}(t) \\ \underline{u}_2(t) = \frac{L_2 j\omega}{(L_1 + L_2)j\omega + R} \underline{e}(t) \end{cases}$$

26. Le montage soustracteur :



Les équations électriques sont :

$$\begin{cases} \underline{V}_+ = \underline{V}_- & \text{AO idéal de gain infini en régime linéaire} \\ \underline{V}_+ = \frac{R_1}{2R_1} \underline{u}_1 & \text{pont diviseur en A} \\ \frac{\underline{u}_2 - \underline{V}_-}{R_2} + \frac{\underline{u}_s - \underline{V}_-}{R_2} = 0 & \text{loi des nœuds en B} \end{cases}$$

En éliminant \underline{V}_+ et \underline{V}_- : $\underline{u}_1 = \underline{u}_2 + \underline{u}_s$. Donc $\underline{u}_s = K(\underline{u}_1 - \underline{u}_2)$ avec $K = 1$.

27. En utilisant les résultats des deux questions précédentes : $\underline{u}_s = \frac{(L_1 - L_2)j\omega}{(L_1 + L_2)j\omega + R} \underline{e}$

Donc $\underline{u}_s = \frac{2L_e \frac{\Delta z}{\delta} j\omega}{2L_e j\omega + R} \underline{e}$ et $\underline{u}_s = \frac{\Delta z}{\delta} \frac{\frac{2L_e j\omega}{R}}{1 + \frac{2L_e j\omega}{R}} \underline{e}$

La fonction de transfert est $\underline{T}(j\omega) = T_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec $\begin{cases} T_0 = \frac{\Delta z}{\delta} \\ \omega_0 = \frac{R}{2L_e} \end{cases}$

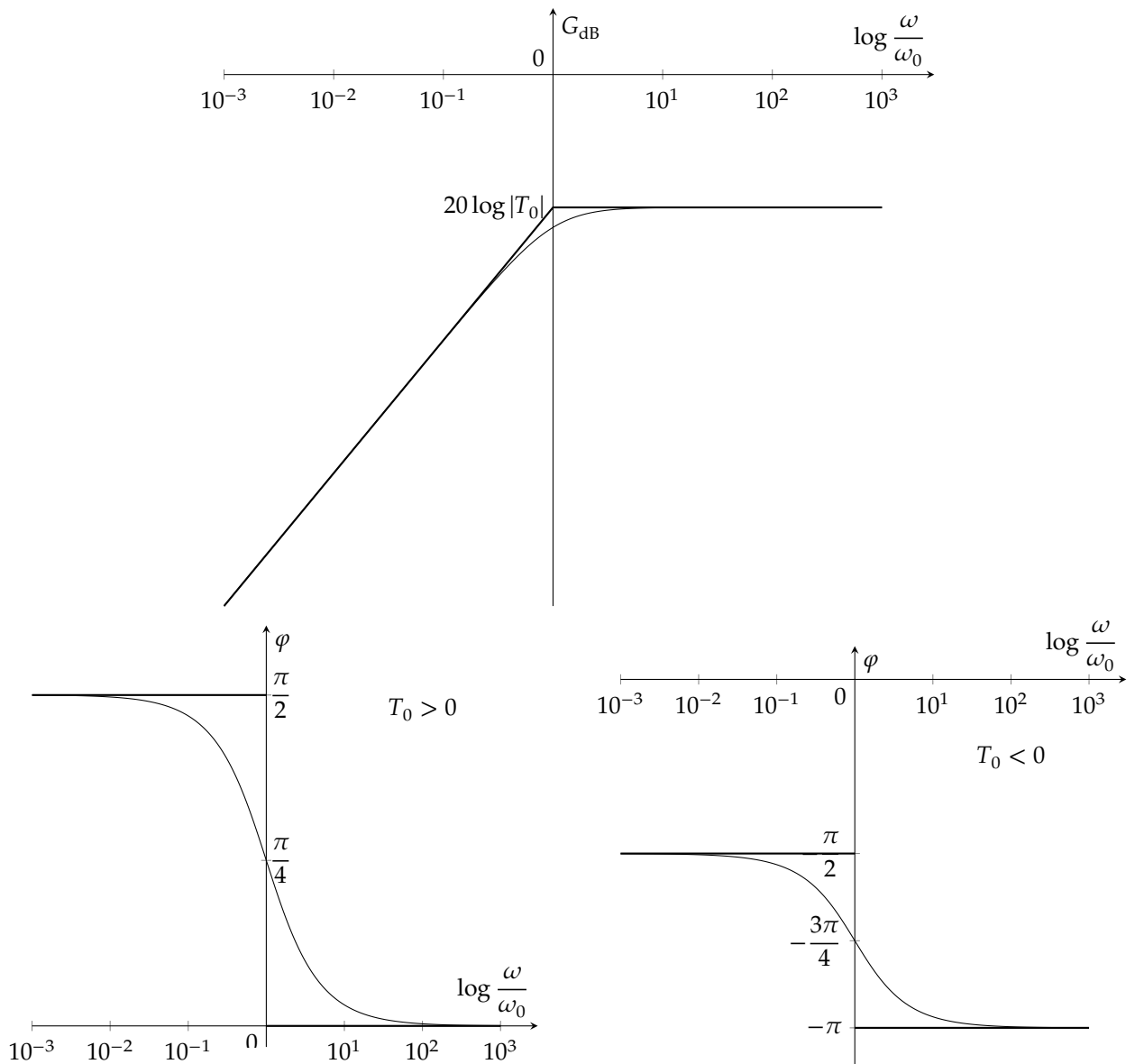
28. En basse fréquence : $\omega \ll \omega_0$: $\underline{T}(j\omega) \simeq T_0 j \frac{\omega}{\omega_0}$

Donc si $T_0 > 0$: $\begin{cases} G_{dB}(\omega) \simeq 20 \log |T_0| + 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \\ \varphi(\omega) \simeq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ et si $T_0 < 0$: $\begin{cases} G_{dB}(\omega) \simeq 20 \log |T_0| + 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \\ \varphi(\omega) \simeq -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

En haute fréquence : $\omega \gg \omega_0$: $\underline{T}(j\omega) \simeq T_0$.

Donc si $T_0 > 0$: $\begin{cases} G_{dB}(\omega) \simeq 20 \log |T_0| \\ \varphi(\omega) \rightarrow 0 \end{cases}$ et si $T_0 < 0$: $\begin{cases} G_{dB}(\omega) \simeq 20 \log |T_0| \\ \varphi(\omega) \simeq -\pi \end{cases}$

Le diagramme de BODE asymptotique du filtre est alors :



29. Le filtre étudié est un filtre passe-haut du premier ordre.

30. ω_0 est la pulsation de coupure du filtre.

31. Si $\omega \gg \omega_0$, alors $\underline{T}(j\omega) \simeq T_0 = \frac{\Delta z}{\delta}$.

Si on note f_0 la fréquence de coupure : $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$,

Si $f \gg f_0$, la fonction de transfert est proportionnelle au déplacement de la rame.

32. La fréquence de coupure est $f_0 = 0,99$ kHz et $f = 4$ kHz.

Si on considère que $f \gg f_0$, alors $u_s(t) = T_0 e(t)$.

Donc $u_s(t) = E \frac{\Delta z}{\delta} \cos \omega t + \varphi$ avec $\varphi = 0$.

33. $\varphi = 0$

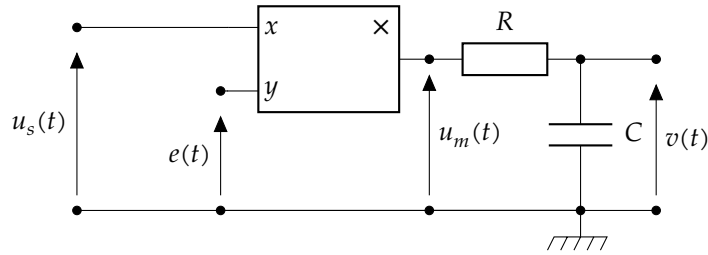
III.C Électronique de conditionnement

34. À la sortie du multiplieur : $s_m(t) = K_m e(t) u_s(t)$, donc $s_m(t) = K_m E^2 \frac{\Delta z}{\delta} \cos^2(\omega t)$.

$$s_m(t) = \frac{1}{2} K_m E^2 \frac{\Delta z}{\delta} [1 + \cos(2\omega t)]$$

La valeur moyenne de $s_m(t)$ est proportionnelle au déplacement de la rame.

35. Un filtre passe bas permet d'obtenir une tension continue $S_m = \langle s_m(t) \rangle$.



La fonction de transfert du filtre est $\underline{H}(j\omega) = \frac{v}{u_m} = \frac{1}{1 + RCj\omega}$

La fréquence de coupure de ce filtre est $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$. Si $f \gg f_c$, alors la composante variable de $u_m(t)$ est fortement atténuée et $v(t) \approx \langle u_m(t) \rangle$.

36. Avec le montage étudié : $S_m = \frac{1}{2} K_m E^2 \frac{\Delta z}{\delta}$. Donc $\boxed{\frac{S_m}{\Delta z} = \frac{K_m E^2}{2\delta}}$

37. L'écart relatif de position est : $\frac{\Delta z}{\delta} = \frac{2S_m}{K_m E^2}$.

La plus petite valeur mesurable correspond à $S_m = 10 \text{ mV}$: $\boxed{\frac{\Delta z}{\delta} = 5,6 \cdot 10^{-4}}$

IV Énergétique du Transrapid

38. L'annexe 2 de l'énoncé définit un coefficient de résistance à l'avancement mais la courbe donne les coefficients de frottement dans différentes conditions. Une valeur réaliste du coefficient de résistance à l'avancement pour un train est de l'ordre de $1 \cdot 10^{-3}$, alors que le coefficient de frottement est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-2}$ pour des rails secs et une vitesse de l'ordre de 300 km/h.

On note :

- $v = 300 \text{ km/h} = 83,3 \text{ m/s}$ la vitesse du train ;
- $\rho_a = 1,29 \text{ kg/m}^3$ la masse volumique de l'air ;
- $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ l'accélération de la pesanteur.

Les caractéristiques utiles des trains sont :

	Transrapid	TGV (énoncé)	TGV (réaliste)
masse	$m_1 = 190 \cdot 10^3 \text{ kg}$	$m_2 = 390 \cdot 10^3 \text{ kg}$	$m_3 = 390 \cdot 10^3 \text{ kg}$
section	$S_1 = 11 \text{ m}^2$	$S_2 = 12 \text{ m}^2$	$S_3 = 12 \text{ m}^2$
coefficient de traînée	$C_{x1} = 0,24$	$C_{x2} = 0,35$	$C_{x3} = 0,35$
coefficient d'adhérence	$\mu_1 = 0$	$\mu_2 = 5 \cdot 10^{-2}$	
coefficient de résistance au roulement			$\mu_3 = 1 \cdot 10^{-3}$

La norme de la force aérodynamique subie par le train est $F_a = \frac{1}{2} \rho_a S C_x v^2$.

La force de résistance à l'avancement est $F_r = \mu mg$.

La puissance nécessaire pour faire avancer le train à vitesse constante est alors : $P = (F_a + F_r)v$.

Donc $\boxed{P = \left(\frac{1}{2} \rho_a S C_x v^2 + \mu mg \right) v}$.

$P_1 = 0,99 \text{ MW}$	Transrapid
$P_2 = 17 \text{ MW}$	TGV (énoncé)
$P_3 = 1,9 \text{ MW}$	TGV (réaliste)

Avec les valeurs proposées par l'énoncé, un TGV n'a pas la puissance motrice nécessaire pour rouler à 300 km/h.

On constate que la puissance nécessaire pour faire circuler le Transrapid est environ deux fois moindre que celle nécessaire pour un TGV duplex.

39. On note :

- $v_0 = 300 \text{ km/h} = 83 \text{ m/s}$ la vitesse initiale du train ;
- $v(x)$ la vitesse du train à l'abscisse x ;
- P_f la puissance de la force de freinage supposée constante pendant toute la phase de freinage ;
- $d = 3,6 \text{ km}$ la distance d'arrêt du train.

Le théorème de la puissance cinétique s'écrit : $\frac{dE_c}{dt} = -P_f$,

donc $mv(t) \frac{dv(t)}{dt} = -P_f$.

En changeant de variable : $mv \frac{dv(x)}{dx} \frac{dx}{dt} = -P_f$

donc $mv^2(x) \frac{dv(x)}{dx} = -P_f$

D'où $\frac{1}{3}m \frac{dv^3}{dx} = -P_f$

En intégrant entre $x = 0$ et $x = d$: $\frac{1}{3}mv_0^3 = P_f d$.

La puissance de freinage est $P_f = \frac{mv_0^3}{3d}$. Soit $P_f = 10 \text{ MW}$ $P_f = \frac{(1,9 \cdot 10^5 \text{ kg})(83 \text{ m/s})^3}{3(3,6 \cdot 10^3 \text{ m})}$

40. La puissance de la force de trainée est $P_t = \frac{1}{2}\rho_a S C_x v^3$.

Sa valeur moyenne est $P_{tm} = \frac{1}{2}\rho_a S C_x \langle v^3 \rangle$.

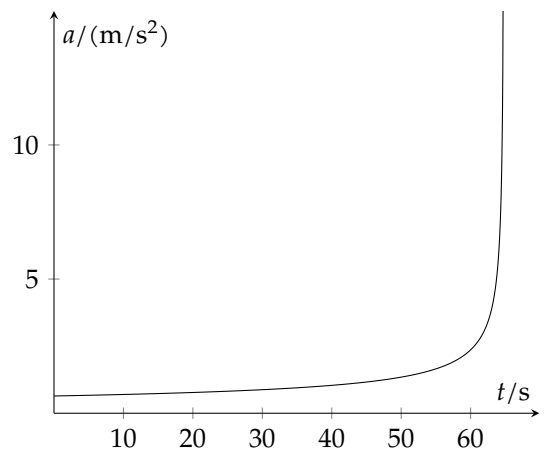
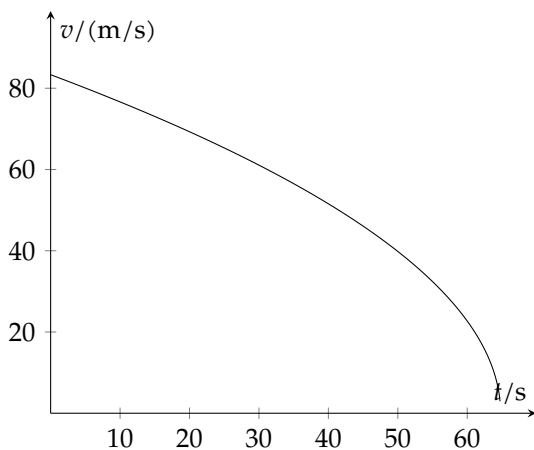
Si on prend la valeur moyenne de $v^3(x)$: $\langle v^3 \rangle = \frac{1}{d} \int_0^d v^3(x) dx = \frac{v_0^3}{2}$

Alors $P_{tm} = \frac{1}{4}\rho_a S C_x v_0^3$. $P_{tm} = 0,49 \text{ MW}$ $P_{tm} = \frac{1}{4}(1,29 \text{ kgm}^{-3})(11 \text{ m}^2)(0,24)(83 \text{ m/s})^3$

41. • La puissance de la force de trainée est faible devant la puissance de freinage. L'approximation faite à la question 39 est donc justifiée.

• Un arrêt de train à puissance constante n'est pas envisageable en pratique : la vitesse du train est dans ce

cas : $v(t) = v_0 \sqrt{1 - \frac{2P_f}{mv_0^2}t}$ et l'accélération est : $a(t) = \frac{P_f}{mv_0 \sqrt{1 - \frac{2P_f}{mv_0^2}t}}$.



La fin de l'arrêt est brutal!