

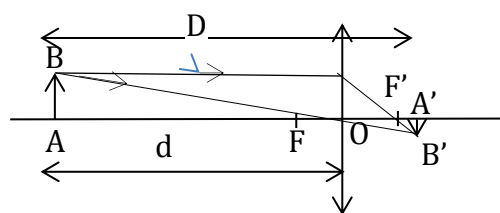
CORRIGE Centrale physique-chimie 2 PSI 2015 - Motorisation et mise au point autofocus

Corrigé rédigé par Nicole ADLOFF (nicole.adloff0212@orange.fr), relu par Marc STRUBEL (marc.strubel@wanadoo.fr). Merci de nous faire part de vos remarques et commentaires !

Ce corrigé peut être diffusé à vos élèves dès 2015.

I

I.A- a : nb pixels * $a^2 = L * l$ d'où $a = \sqrt{\frac{L * l}{nb \text{ pixels}}} = \sqrt{\frac{14,9 * 22,3}{18,7 * 10^6}} = 4,21 \mu m$



On connaît le grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{14,9 \cdot 10^{-3}}{1,80} = \frac{\overline{OA'}}{-d} = -8,28 \cdot 10^{-3}$$

La relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{-d\gamma} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$$

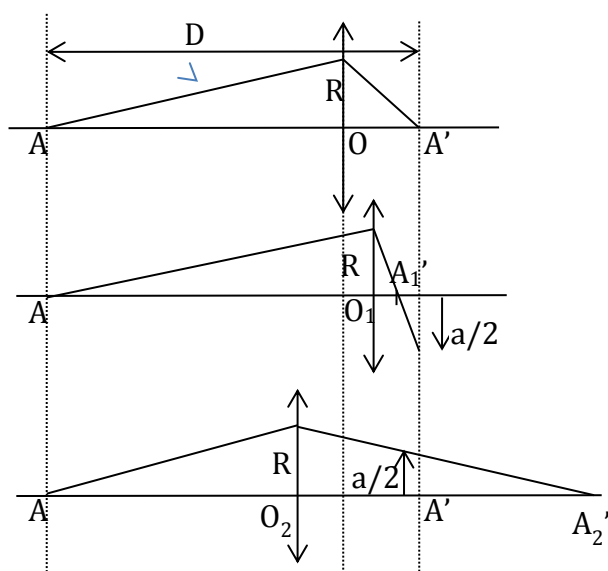
$$d = f' \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) = 50 \cdot 10^{-3} \left(1 + \frac{1,80}{14,9 \cdot 10^{-3}} \right) = 6,09 m$$

Et $\overline{OA'} = -\gamma d = 5,04 cm$ soit $D = 6,14 m$

I.B-

I.B.1) N_0 est modifié à l'aide du diaphragme

I.B.2)



On cherche la distance O_2O_1 telle que l'image du point A soit toujours inférieure à a.

Pour cela on trace le rayon issu de A passant par l'extrémité de la lentille de rayon R.

Soit A' le point d'intersection de l'écran et de l'axe optique, A_1' et A_2' les images de l'objet A pour les deux positions de la lentille, dont le centre optique sera en O_1 lorsque l'image est en A_1' et en O_2 lorsque l'image est en A_2' .

Le théorème de Thalès donne :

$$\frac{\overline{O_1A_1'}}{\overline{A_1'A'}} = \frac{2R}{a} \quad (1) \quad \frac{\overline{O_2A_2'}}{\overline{A_2'A'}} = -\frac{2R}{a} \quad (2)$$

La loi de Descartes donne :

$$\frac{1}{\overline{O_1 A'_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f'} \quad (3) \quad \frac{1}{\overline{O_2 A'_2}} - \frac{1}{\overline{O_2 A}} = \frac{1}{f'} \quad (4)$$

et :

$$D = -\overline{O_1 A} + \overline{O_1 A'} \quad (5) \quad D = -\overline{O_2 A} + \overline{O_2 A'} \quad (6)$$

On élimine les points A' et A' entre les équations (1), (3) et (5) ; on obtient alors une équation en $x_1 = \overline{O_1 A}$:

$$x^2 + (D - f'a/2R).x + Df' = 0$$

Dont la solution négative est :

$$\overline{O_1 A} = \frac{1}{2} \left(- \left(D - \frac{f'a}{2R} \right) - \sqrt{\left(D - \frac{f'a}{2R} \right)^2 - 4Df'} \right)$$

L'équation en $x_2 = \overline{O_2 A}$ s'obtient en changeant a en -a.

$$\overline{O_2 A} = \frac{1}{2} \left(- \left(D + \frac{f'a}{2R} \right) - \sqrt{\left(D + \frac{f'a}{2R} \right)^2 - 4Df'} \right)$$

On en déduit, en négligeant dans la racine le terme en $f'a/2R$ devant D :

$$\overline{O_2 A} - \overline{O_1 A} = \overline{O_2 O_1} \approx \frac{f'a}{2R} = N_0 \cdot a \quad \text{qui ne dépend pas de D au 1er ordre.}$$

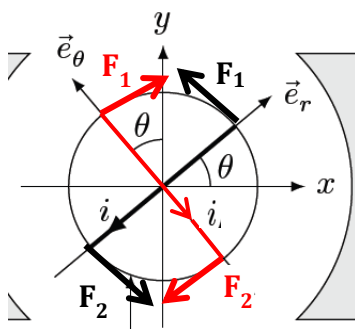
qui varie entre 5 μm et 67 μm c'est très faible...

I.C- Pour un portrait on n'a pas besoin d'une grande profondeur de champ, soit une faible latitude de mise au point, donc un petit nombre d'ouverture convient.

II

Pourquoi f doit-elle être positive pour définir sa valeur moyenne sur un intervalle ?

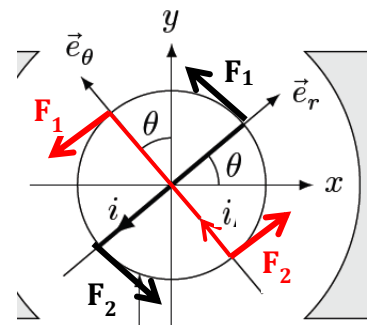
II.A-



II.A.1) Le champ magnétique étant radial seuls les montants verticaux de la spire vont être soumis à une force de Laplace F de valeur identique $F = ibB_0 \cos\theta$.

Ces deux forces forment le couple Γ_{em1} par rapport à l'axe de rotation : $\Gamma_{em1} = aF = iabB_0 \cos\theta$ pour une spire et donc pour les N spires régulièrement espacées si le sens du courant ne s'inverse pas on trouve que le couple moyen Γ_{em} est nul.

II.A.2) Le collecteur permet l'inversion du courant dans la spire pour $\theta = \pm\pi/2$.



On a pour une spire : $\Gamma_{em1} = abi|\cos\theta|$

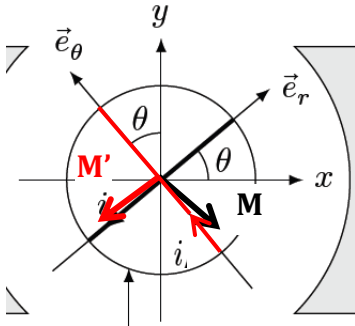
On en déduit : $\langle \Gamma_{em1} \rangle = abi \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\cos\theta| d\theta = \frac{2abi}{\pi}$ soit pour N spires $\langle \Gamma_{em} \rangle = \frac{2Nabi}{\pi}$

K_0 a la dimension d'un flux magnétique et s'exprime donc en Wb.

II.A.3) L'intérêt du matériau magnétique est la canalisation des lignes de courant dans le noyau ferromagnétique et l'augmentation de la valeur du champ grâce aux propriétés du milieu.

Par définition du moment magnétique $\vec{M} = i\vec{S}$ où \vec{S} est la normale orientée de la spire.

Si on prend deux spires symétriques par rapport à Oy et qu'on additionne vectoriellement leur moment magnétique la résultante est colinéaire à Oy, orientée vers le bas. D'après la définition ce moment magnétique est bien proportionnel à i courant qui circule dans le rotor.



D'après le programme le couple est déterminé à partir de l'énergie, ce qui n'est visiblement pas ce qui est demandé ici...

J'imagine que le poseur de sujet veut qu'on écrive $\vec{\Gamma}_{em}' = N\vec{M}_r \wedge \vec{B}_s$ car cette fois -ci le champ \vec{B}_s est uniforme d'où $\Gamma_{em} = Ki$.

La constante K sera forcément supérieure à K_0 à cause des propriétés ferromagnétique du noyau.

II.A.4) En utilisant la conservation de la puissance des actions de Laplace :

$\Gamma_{em}'\Omega = e.i N = Ki\Omega N$ d'où $e = K\Omega N$. où i est le courant qui circule dans une spire, les N spires étant en parallèle.

II.A.5) On peut écrire pour une spire d'induit $U = e_1 + R_e i$ et on peut montrer que $e_1 = e$ lorsque les N spires sont associées en parallèle.

$U = e + R_e i = K\Omega + R_e \Gamma_{em}' / K$ d'où $\Omega = U/K - R_e \Gamma_{em}' / K^2$, équation d'une droite décroissante, comme sur la figure 3.

Au fait dans le sujet il manque les ' , comme sur la figure 3, mais un message du concours nous a vite rassuré que les correcteurs prendraient en compte ce pb...

II.A.6) On applique le théorème scalaire du moment cinétique au rotor en supposant que le couple est appliqué à $t=0$:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = Ki - \Gamma_R = K \frac{U - K\Omega}{R_e} - \Gamma_R \text{ d'où l'équation différentielle d'ordre 1 } \frac{d\Omega}{dt} + \frac{\Omega}{\tau} = \frac{\Omega_{lim}}{\tau}$$

$$\text{avec } \tau = \frac{R_e J}{K^2} \text{ et } \Omega_{lim} = \frac{U}{K} - \frac{R_e \Gamma_R}{K^2} \quad \text{D'où } \Omega(t) = \Omega_{lim}(1 - e^{-t/\tau})$$

Sachant que $\Omega = d\theta / dt$ en intégrant la relation précédente avec $\theta(t=0) = 0$

$$\theta(t) = \Omega_{lim}[t - \tau(1 - e^{-t/\tau})]$$

II.A.7) pour $t > t_0$ on annule le couple moteur d'où le théorème scalaire du moment

cinétique devient $J \frac{d\Omega}{dt} = -\Gamma_R$ et $\Omega(t) = -\Gamma_R (t - t_0) / J + \Omega(t_0)$

En intégrant : $\theta(t) = -\Gamma_R (t^2 - t_0^2) / 2J + [\Gamma_R t_0 / J + \Omega(t_0)](t - t_0) + \theta(t_0)$

II.A.8) Pour t_{mp} : $\Omega(t_{mp}) = -\Gamma_R (t_{mp} - t_0) / J + \Omega(t_0) = 0$ d'où

$$t_{mp} = J\Omega(t_0) / \Gamma_R + t_0 = J\Omega_{lim}(1 - e^{-t_0/\tau}) / \Gamma_R + t_0$$

et

$$\theta_{mp} = \theta(t_{mp}) = -\Gamma_R (t_{mp}^2 - t_0^2) / 2J + [\Gamma_R t_0 / J + \Omega(t_0)](t_{mp} - t_0) + \theta(t_0)$$

II.B-

II.B.1) K est donné par l'inverse de la pente de la droite $i = \Gamma / K$
pour $i = 400 \text{ mA}$ $\Gamma = 1,1 \text{ mN.m}$ soit $K = 2,7 \text{ mWb}$.

Lorsque $\Gamma_{em}' = 0$, $\Omega_0 = U/K$ avec $U = \text{const}$ et $\Omega_0 = 12\,220 \text{ trs.min}^{-1}$.

La pente de la droite $\Omega(\Gamma'_{em})$ est $-R_e/K^2$:

Pour $\Omega = 10\,400 \text{ trs.min}^{-1}$ $\Gamma'_{em} = 0,2 \text{ mNm}$ et

Pour $\Omega = 0$ $\Gamma'_{em} = 1,2 \text{ mNm}$ soit

$$R_e = (2,7 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10\,400 \cdot 2\pi / (60 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}) = 7,9 \Omega$$

II.B.2) Le couple au démarrage est donné pour $\Omega = 0$. On lit $\Gamma_D = 1,2 \text{ mN.m}$

II.B.3) $\tau = \frac{R_e J}{K^2} = \frac{7,9 \cdot 0,24 \cdot 10^{-7}}{(2,7 \cdot 10^{-3})^2} = 26 \text{ ms}$; $U = K\Omega_0 = 2,7 \cdot 10^{-3} \cdot 12\,220 \cdot 2\pi / 60 = 3,5 \text{ V}$.

II.B.4) Sachant que $\Gamma_R = 0,6 \text{ mN.m}$

$$\Omega_{lim} = \frac{U}{K} - \frac{R_e \Gamma_R}{K^2} = \frac{3,1}{2,7 \cdot 10^{-3}} - \frac{7,9 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3}}{(2,7 \cdot 10^{-3})^2} = 500 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$P = \Gamma_{em}' \cdot \Omega_{lim} = 0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 500 = 0,3 \text{ W}$$

II.B.5) Si on suppose que $\Omega(t_0) = \Omega_{lim}$:

$$t_0 = t_{mp} - J \Omega_{lim} / \Gamma_R = 0,1 - 0,24 \cdot 10^{-7} \cdot 460 / 0,6 \cdot 10^{-3} = 82 \text{ ms}$$

hypothèse vérifiée : $\Omega(t_0) = \Omega_{lim}(1 - e^{-t_0/\tau}) = \Omega_{lim}$ car $e^{-82/27} = 10^{-37}$

$$\theta(t_0) = \Omega_{lim} [t_0 - \tau(1 - e^{-t_0/\tau})] = \Omega_{lim} [t_0 - \tau] = 450 \cdot [0,082 - 0,027] = 28 \text{ rad} = 9\pi \text{ rad}$$

et $\theta_{mp} = \theta(t_{mp}) = -\Gamma_R (t_{mp}^2 - t_0^2) / 2J + [\Gamma_R t_0 / J + \Omega(t_0)](t_{mp} - t_0) + \theta(t_0) =$
 $-0,6 \cdot 10^{-3} \cdot (0,1^2 - 0,082^2) / (2 \cdot 0,24 \cdot 10^{-7}) + [0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 0,082 / 0,24 \cdot 10^{-7} + 500] \cdot (0,1 - 0,082)$
 $+ 28$

$$\theta_{mp} = 69 \text{ rad} = 22\pi \text{ rad}$$

III

III.A-

III.A.1)

- a) On aurait une équation de d'Alembert de la forme : $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0$ où c est la célérité de l'onde dans la corde, dont la solution générale est la somme d'une onde progressive dans le sens x croissant et dans le sens x décroissant à la célérité c : $z(x,t) = z_+(t - x/c) + z_-(t - x/c)$
- b) On a une équation différentielle de celle de la corde car le matériau est rigide, sa raideur n'est donc pas nulle.
- c) $[\gamma]^2 = (\text{durée})^2 / (\text{distance})^4$ d'où $[\gamma] = (\text{durée}) / (\text{distance})^2 = \text{s.m}^{-2}$
- d) Pour que l'onde puisse se propager dans le sens x croissant il faut \underline{k} à partie réelle positive.
- e) Relation de dispersion : on remplace \underline{z} dans l'équation linéaire donnée donc valable en complexe en utilisant la dérivation formelle : $(-j\underline{k})^4 + \gamma^2(j\omega)^2 = 0$ d'où $\underline{k}^4 = (\gamma\omega)^2$ et $\underline{k} = (\gamma\omega)^{1/2}$ si on ne retient que la solution positive permettant la propagation..
La vitesse de phase est $v = \omega/k = (\omega/\gamma)^{1/2}$ elle dépend de ω , le milieu est donc dispersif.
- f) L'existence des conditions aux limites $z = 0$ et $z = L$ qui imposent un contact permanent de la barre avec le support, créent une onde réfléchie ce qui justifie la recherche de solutions sous forme d'onde stationnaire.

III.A.2)

- a) La déformation de l'anneau étant une fonction périodique et continue de l'espace il faut que $z(s+L,t) = z(s,t)$, ce qui impose $k.L = 2\pi n$ avec n entier d'où $L = n\lambda$
- b) Or $k = 2\pi/\lambda = 2\pi n / L$ donc k est quantifié et $\omega = k^2 / \gamma = 4\pi^2 n^2 / (\gamma L^2)$ est également quantifié.

$$k_n = 2\pi n / L \text{ et } \omega_n = 4\pi^2 n^2 / (\gamma L^2)$$

III.B-

III.B.1)

- a) Les nœuds de vibration sont à la frontière de deux entités de polarisation différente, dont les sens de déformation s'annulent.
- b) La distance entre deux nœuds de vibration successifs est $\lambda_n/2 = R\theta$ avec θ la largeur angulaire d'un motif, soit $20^\circ = 20 \cdot \pi/180 = \pi/9$ rad d'après la figure 7. D'où $\lambda_n = 2R\pi/9$; $k_n = 9/R$ et $\omega_n = 81 / (R^2\gamma) = \omega$ est la pulsation d'alimentation de la tension.

III.B.2)

- a) Une onde progressive est la somme de deux ondes stationnaires. On cherche $z(s,t)$
 $= Z_0 \cos(\omega t - ks + \varphi) = z_1(s,t) + z_2(s,t) =$
 $Z[\cos(ks + \psi_1) \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(ks + \psi_2) \cdot \cos(\omega t + \varphi_2)] =$
 $Z[\cos(ks + \psi_1) \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) + \sin(ks + \psi_1) \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)]$
 si $\psi_2 = \psi_1 - \pi/2$ et $\varphi_2 = \varphi_1 - \pi/2$
 alors $z(s,t) = Z \cos(\omega t + \varphi_1 - ks - \psi_1)$ cqfd.
- b) On vient de montrer que $\psi_2 = \psi_1 - \pi/2$ ce qui induit un déphasage spatial de $\lambda/4$ donc l'électrode auxiliaire doit avoir un arc moyen de $\lambda/4$.
L'électrode notée GND a un arc moyen de $3\lambda/4$ pour les mêmes raisons.
- c) Le montage est un montage déphaseur.

On a vu que $U_2(t)$ doit être déphasé de $-\pi/2$ par rapport à $U_1(t)$ car $\varphi_2 = \varphi_1 - \pi/2$.

Déterminons la fonction de transfert complexe de ce montage : $\underline{U}_2/\underline{U}_1$

Loi d'Ohm aux bornes de R : $\underline{U}_1 - \underline{V}_- = Ri = \underline{V}_- - \underline{U}_2$ (ALI idéal le courant entrant dans l'entrée inverseuse est nul) $\underline{V}_- = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$

Diviseur de tension sur l'entrée non inverseuse : (ALI idéal le courant entrant dans l'entrée non inverseuse est nul) : $\underline{V}_+ = \underline{Z}_C \underline{U}_1 / (R' + \underline{Z}_C) = \underline{U}_1 / (1 + jR'C\omega)$

ALI fonctionne en régime linéaire : $\underline{V}_+ = \underline{V}_-$ donc $\underline{U}_1 / (1 + jR'C\omega) = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1 - jR'C\omega}{1 + jR'C\omega}$$

de module 1 quelle que soit la valeur de ω .

Le déphasage φ de $U_2(t)$ par rapport à $U_1(t)$ est l'argument de la fonction de transfert $\varphi = 2\varphi_N = -\pi/2$ donc $\varphi_N = -\pi/4$ avec $\tan\varphi_N = -R'C\omega = -1$.

La relation cherchée est donc $R'C\omega = 1$.

- d) Pour inverser le sens de rotation du rotor il faut que l'onde se propage dans le sens s décroissant, elle doit donc être de la forme $z(s,t) = Z\cos(\omega t + ks + \varphi)$, il suffit de prendre $\varphi_2 = \varphi_1 - \pi/2$, ce qui donne

$$z(s,t) = Z[\cos(ks + \psi_1) \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) - \sin(ks + \psi_1) \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)]$$

$$= Z\cos(\omega t + ks + \varphi_1 - \psi_1).$$

Il suffit donc de changer le signe de U_2 avec un montage inverseur par exemple.

III.B.3) ?????

III.C-

III.C.1) $N = 8$

III.C.2) Le couple moteur est réalisé par la somme des moments des forces de frictions soit $\Gamma_m = NR_m R_T$.

III.C.3)

- a) Pour que le moteur démarre, il faut que $\Gamma_m > \Gamma_C$.
 b) Au démarrage $\omega_R < \omega_S$, on applique le théorème scalaire du moment cinétique au

rotor : $J \frac{d\omega_R}{dt} = NR_m R_T - \Gamma_C$ avec $R_T > 0$ et donc $R_N = R_T / f$.

D'autre part aucune mouvement du rotor n'a lieu suivant Oz, il faut donc que

$$-F_c + NR_N = 0 \text{ et donc } R_N = F_c / N \text{ soit } R_T = fF_c / N \text{ et } \frac{d\omega_R}{dt} = \frac{R_m f F_c - \Gamma_C}{J} = \frac{\omega_S}{\tau}.$$

Pour $0 \leq t \leq t_0$ $\omega_R(t) = \frac{\omega_S}{\tau} t$ si $\omega_R(t_0) < \omega_S$.

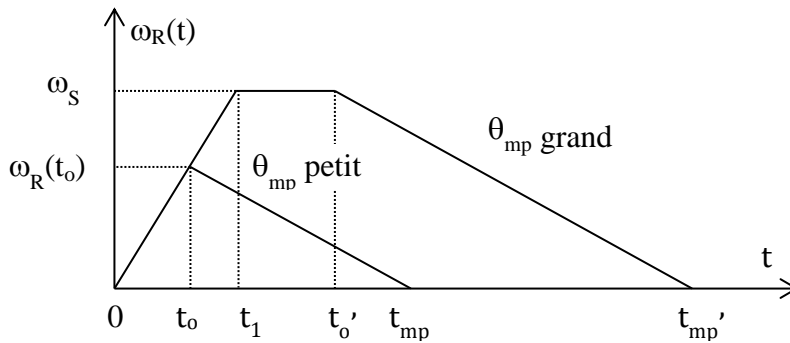
Supposons que pour $t_1 < t_0$ $\omega(t_1) = \omega_S$ $R_T = 0$ donc $J \frac{d\omega_R}{dt} = -\Gamma_C$ et ω_R se met à décroître, mais le moteur tourne toujours car $t < t_0$ donc $R_T > 0$ et ω_R augmente.

On obtient un régime oscillatoire stable, on peut donc alors supposer que $\omega_R = \omega_S$ pour $t_1 < t < t_o$.

A $t = t_o$, le moteur se coupe donc $R_T < 0$ et le théorème scalaire du moment cinétique donne $J \frac{d\omega_R}{dt} = -NR_m R_T - \Gamma_C$ soit $\frac{d\omega_R}{dt} = -\frac{R_m f \Gamma_C + \Gamma_C}{J} = -\frac{\omega_S}{\tau'}$ avec

$\tau' < \tau$. Pour $t_o \leq t \leq t_{mp}$ $\omega_R(t) = -\frac{\omega_S}{\tau'}(t - t_o) + \omega_R(t_o)$.

D'où la représentation graphique de $\omega_R(t)$:



c) Déterminons $\theta(t)$ sachant que $\omega_R = \frac{d\theta}{dt}$

$0 < t < t_1$ $\theta(t) = \frac{\omega_S}{2\tau} t^2$

$t_1 < t < t_o$ $\theta(t) = \omega_S(t - t_1) + \theta(t_1)$

$t_o < t < t_{mp}$ $\theta(t) = -\frac{\omega_S}{2\tau'}(t^2 - t_o^2) + \left[\frac{\omega_S t_o}{\tau'} + \omega_R(t_o) \right] (t - t_o) + \theta(t_o)$

On cherche t_{mp} telle que $\omega_R(t_{mp}) = 0$: $t_{mp} = t_o + \omega_R(t_o)\tau'/\omega_S$ et

$\theta_{mp} = \theta(t_{mp}) = -\frac{\omega_S}{2\tau'}(t_{mp}^2 - t_o^2) + \left[\frac{\omega_S t_o}{\tau'} + \omega_R(t_o) \right] (t_{mp} - t_o) + \theta(t_o)$

Pour θ_{mp} faible t_1 n'existe pas $\omega_R(t_o) = \frac{\omega_S}{\tau} t_o$ donc $t_{mp} = t_o + t_o\tau'/\tau = t_o(1 + \tau'/\tau)$ et

$\theta(t_o) = \frac{\omega_S}{2\tau} t_o^2$ d'où

$$\begin{aligned} \theta_{mp} &= -\frac{\omega_S}{2\tau'}(t_{mp} - t_o)(t_{mp} + t_o) + \omega_S t_o \left[\frac{1}{\tau'} + \frac{1}{\tau} \right] (t_{mp} - t_o) + \frac{\omega_S}{2\tau} t_o^2 = \\ &= -\frac{\omega_S}{2\tau'} \frac{t_o \tau'}{\tau} (t_{mp} + t_o) + \omega_S t_o \left[\frac{1}{\tau'} + \frac{1}{\tau} \right] \frac{t_o \tau'}{\tau} + \frac{\omega_S}{2\tau} t_o^2 = \omega_S t_o^2 \left(-\frac{1}{2\tau} + \frac{1}{\tau} + \frac{\tau'}{\tau^2} + \frac{1}{2\tau} \right) - \frac{\omega_S}{2} \frac{t_o t_{mp}}{\tau} = \\ &= \frac{\omega_S t_o^2}{\tau} \left(1 + \frac{\tau'}{\tau} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\tau'}{\tau} \right) \right) = \frac{\omega_S t_o^2}{2\tau} \left(1 + \frac{\tau'}{\tau} \right) = \frac{\omega_S t_{mp}^2}{2\tau \left(1 + \frac{\tau'}{\tau} \right)} = \frac{\omega_S t_{mp}^2}{2(\tau + \tau')} \end{aligned}$$

$$\text{Soit } t_{mp} = \sqrt{\frac{2(\tau + \tau')\theta_{mp}}{\omega_s}} \text{ pour } \theta_{mp} \text{ faible}$$

Pour θ_{mp} grand $\omega_R(t_o) = \omega_s$ donc $t_{mp} = t_o + \tau'$

$$\theta_{mp} = -\frac{\omega_s}{2\tau'}(t_{mp} - t_o)(t_{mp} + t_o) + \omega_s \left[\frac{t_o}{\tau'} + 1 \right] (t_{mp} - t_o) + \theta(t_o) = -\frac{\omega_s}{2}(2t_o + \tau') + \omega_s [t_o + \tau'] + \theta(t_o) = \frac{\omega_s \tau'}{2} + \theta(t_o)$$

et $\theta(t_o) = \omega_s(t_o - t_1) + \theta(t_1)$ avec $t_1 = \tau$ car $\omega(t_1) = \omega_s$ d'où $\theta(t_1) = \frac{\omega_s}{2\tau} t_1^2 = \frac{\omega_s \tau}{2}$

$$\text{D'où } \theta(t_o) = \omega_s \left(t_o - \frac{\tau}{2} \right) = \omega_s \left(t_{mp} - \tau' - \frac{\tau}{2} \right) \text{ et } \theta_{mp} = \omega_s \left(t_{mp} - \tau' - \frac{\tau}{2} + \frac{\tau'}{2} \right) = \omega_s \left(t_{mp} - \frac{\tau + \tau'}{2} \right)$$

$$\text{Soit } t_{mp} = \frac{\theta_{mp}}{\omega_s} + \frac{\tau + \tau'}{2} \text{ pour } \theta_{mp} \text{ grand}$$

III.C.4)

a) Pour savoir dans quel cas on se trouve il faut comparer ω_R et ω_s .

$\omega_s = 2\pi f_s = 1,9 \cdot 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$; $\omega_R = 80 \cdot 2\pi / 60 = 8,4 \text{ rad.s}^{-1}$ on se trouve donc dans le cas où θ_{mp} est faible.

b) On reprend l'expression $t_{mp} = \sqrt{\frac{2(\tau + \tau')\theta_{mp}}{\omega_s}}$ avec

$$\tau = 1,9 \cdot 10^4 \cdot 10^{-6} / (0,3 \cdot 0,035 \cdot 15 - 0,06) = 0,19 \text{ s et}$$

$$\tau' = 1,9 \cdot 10^4 \cdot 10^{-6} / (0,3 \cdot 0,035 \cdot 15 + 0,06) = 0,087 \text{ s}$$

$$t_{mp} = \sqrt{\frac{2(\tau + \tau')\theta_{mp}}{\omega_s}} = \sqrt{\frac{2(0,19 + 0,087)12\pi}{1,9 \cdot 10^4}} = 33 \text{ ms}$$

En **B.5** on avait une durée de mise au point de 100 ms pour un angle 22π avec un moteur à courant continu soit une vitesse moyenne de $22\pi / 0,1 = 7 \cdot 10^2 \text{ rad.s}^{-1}$ alors que dans le cas présent la vitesse moyenne est $12\pi / 0,033 = 11 \cdot 10^2 \text{ rad.s}^{-1}$.

Le réglage est donc environ 1,5 fois plus rapide avec la motorisation AF...

c) La puissance moyenne de motorisation est donnée par

$$P = \omega_R \Gamma_{em} = \omega_R R_{mf} F_C = 8,4 \cdot 0,035 \cdot 0,3 \cdot 15 = 1,3 \text{ W}$$

$$\text{D'où la puissance massique utile } 0,65 \cdot 1,3 / 0,045 = 19 \text{ W.kg}^{-1}.$$

On retrouve donc une puissance massique utile plus grande pour la motorisation USM que pour la motorisation à MCC, ce qui justifie la diminution de masse des objectifs autofocus actuels.