

Centrale-Supélec 2018, filière PSI, épreuve de Physique-Chimie 2

Corrigé proposé par JPh Caniparoli ; pour me contacter (erreurs, ...) : artefact.act@wanadoo.fr

I l'oxygène : ressources, production

I.A -

Q 1. pourcentage massique : $16/18 = 88,8\%$

Q 2. les rapports massique de l'oxydène dans l'eau pure et dans l'eau de mer valent $m_{\text{O}}/m_{\text{H}_2\text{O}} = 0,888$ et $m_{\text{O}}/m_{\text{mer}} = 0,86$, soit le pourcentage massique d'eau dans la mer :

$$\frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{m_{\text{mer}}} = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{m_{\text{O}}} \times \frac{m_{\text{O}}}{m_{\text{mer}}} = \frac{0,86}{0,888} = 0,969$$

On en déduit par différence la fraction massique des composants autres que l'eau dans la mer :

$$\frac{m_{\text{autre}}}{m_{\text{mer}}} = 1 - 0,969 = 0,031$$

Puis leur concentration volumique, en utilisant les données (densité de l'eau de mer $d = 1,03$) :

$$c = \frac{m_{\text{autre}}}{V_{\text{mer}}} = \frac{m_{\text{autre}}\rho_{\text{mer}}}{m_{\text{mer}}} = \frac{m_{\text{autre}}}{m_{\text{mer}}} \times (d \times \rho_{\text{H}_2\text{O}}) = 0,031 \times 1,03 \times 1000 = 32,4 \text{ g L}^{-1}$$

Q 3. D'après les données on peut citer SiO_2 et Al_2O_3 comme oxydes présents dans la croûte terrestre.

Q 4. La loi de la statique des fluides s'écrit $\vec{\text{grad}} P = \rho \vec{g} = -\rho g \vec{e}_z$ pour un axe z vertical ascendant, soit un champ de pression $P(z)$ qui vérifie l'équation différentielle : $\frac{dP}{dz} = -\rho g$.

L'atmosphère est assimilée au gaz parfait de température uniforme, donc $pV = nRT$ et $\rho = \frac{m}{V} = \frac{M_a n}{V} = \frac{PM_a}{RT}$: l'équation en $P(z)$ devient

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{M_a g}{RT} P$$

équation différentielle à coefficients constants, de solution

$$P(z) = P(0)e^{-M_a g z / (RT)} = P_0 e^{-z/H_0} ; H_0 = \frac{RT}{M_a g}$$

Q 5. Avec les données de l'énoncé : $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $g = 9,81 \text{ m s}^{-1}$, $M_a = 29 \text{ g mol}^{-1}$, on calcule $P(11 \text{ km}) = 0,252P_0 = 0,252 \text{ bar}$

L'air est composé d'environ 20% de dioxygène, d'où

$$P_{\text{O}_2}(11 \text{ km}) = 0,0504 \text{ bar}$$

I.B -

Q 6. pour un même volume, en utilisant la loi du gaz parfait (qui donne une estimation car elle n'est certainement pas vérifiée à 200 bar) et les données

$$\frac{m_{\text{O}_2, \text{ gazeux}}}{m_{\text{O}_2, \text{ liquide}}} = \frac{\rho_{\text{O}_2, \text{ gazeux}}}{\rho_{\text{O}_2, \text{ liquide}}} = \frac{PM_a}{RT\rho_{\text{O}_2, \text{ liquide}}} = 0,231$$

Le choix entre les deux formes de stockage résulte d'un compromis : le stockage sous forme de gaz comprimé est plus simple à mettre en œuvre (pas de système de refroidissement ni de sécurité en cas de panne du refroidissement à prévoir) mais le stockage sous forme de liquide permet un gain de volume d'un facteur 5.

Q 7. De la relation $\Delta_r G^\ominus = \Delta_r H^\ominus - T\Delta_r S^\ominus$ on déduit les valeurs

$$\Delta_r H_1^\ominus = -45,6 \text{ kJ mol}^{-1} ; \Delta_r H_2^\ominus = -824 \text{ kJ mol}^{-1}$$

Ces deux valeurs sont négatives, donc les deux réactions sont exothermiques.

Q 8. Dans l'approximation $\Delta_r H = \Delta_r H^\ominus(T)$, on peut écrire pour une variation d'avancement ξ

$$\Delta H = \Delta_r H^\ominus \times \xi$$

(et $\Delta H = Q_{P, \text{ reçu}}$ d'après le premier principe de la thermodynamique pour une évolution isotherme et isobare)

Q 9.

$$K^\ominus(T) = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\ominus(T)}{RT}\right)$$

Q 10. Les deux réactions sont caractérisées par le même quotient de réaction $Q_r = P_{\text{O}_2}/P^\ominus \approx 0,7$. On calcule pour ces deux réactions à 300°C :

$$K_1^\ominus = 3,4 \times 10^{18} ; K_2^\ominus = 4,5 \times 10^{63}$$

Dans les deux cas $K^\ominus > Q_r$ donc les deux réactions sont totales.

Q 11. *Remarque* : erreur de signe dans l'énoncé. La grandeur Q_P (notation curieuse) introduite comme variation d'enthalpie du système et calculée en Q8. n'est pas la chaleur dégagée par la réaction 1, mais la chaleur absorbée par le milieu lors de cette réaction.

On veut calculer la température T_f à laquelle la réaction de n moles de NaClO_3 porte n moles de NaClO_3 . On procède comme pour le calcul d'une température de flamme :

— réaction en conditions isothermes (à 300°C) et isobares de n moles de NaClO_3 : $\Delta H_1 = \Delta_r H_1^\ominus \xi = n\Delta_r H_1^\ominus$

- échauffement de n moles de NaClO_3 initialement à T_0 : $\Delta H_2 = nM_{\text{NaClO}_3}c_{p, \text{NaClO}_3}(T_f - T_0)$, où c_p est la capacité thermique massique donnée dans l'énoncé.
- l'évolution est adiabatique, isobare, donc d'après le premier principe de la thermodynamique, $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = 0$, soit

$$\Delta_r H_1^\ominus + M_{\text{NaClO}_3}c_{p, \text{NaClO}_3}(T_f - T_0) = 0$$

On en déduit la température finale

$$T_f = T_0 + \frac{-\Delta_r H_1^\ominus}{M_{\text{NaClO}_3}c_{p, \text{NaClO}_3}} = 458 \text{ }^\circ\text{C}$$

Même s'il y a nécessairement des pertes thermiques, la chaleur dégagée par la réaction 1 semble suffisante pour maintenir la température à $300 \text{ }^\circ\text{C}$: la réaction 1 est auto-entretenu.

La présence du fer (en petite quantité puisque la réaction 2 consomme une partie du dioxygène libéré par la réaction 1, donc diminue la production de dioxygène) est nécessaire initialement pour démarrer la réaction 1.

Q 12. D'après la loi du gaz parfait, le générateur produit $n_{\text{O}_2} = \frac{PV}{RT} = 2,42$ mol de dioxygène. D'après la stœchiométrie de la réaction 1, une mole de NaClO_3 produit $3/2$ mole de O_2 , donc la masse minimale de NaClO_3 vaut :

$$m_{\text{NaClO}_3} = M_{\text{NaClO}_3} \frac{2n_{\text{O}_2}}{3} = 171 \text{ g}$$

II Pressurisation et conditionnement de l'air dans la cabine

II.A - Pression dans la cabine

Q 13. On reprend la démarche de la question Q5, en l'adaptant à une atmosphère de température de la forme $T(z) = T_0 + \alpha z$, où $\alpha = -6,5 \text{ }^\circ\text{C km}^{-1}$. La loi de l'hydrostatique s'écrit en séparant les variables P et z

$$\frac{dP}{dz} = -\rho(z)g = -\frac{PM_{ag}}{R(T_0 - \alpha z)} : \frac{dP}{P} = -\frac{M_{ag}}{R} \times \frac{dz}{T_0 - \alpha z}$$

soit après intégration

$$\ln \left(\frac{P(z)}{P(0)} \right) = \frac{M_{ag}}{R\alpha} \ln \left(\frac{T_0 - \alpha z}{T_0} \right) : P(z) = P_0 \left(\frac{T_0 - \alpha z}{T_0} \right)^{\frac{M_{ag}}{R\alpha}}$$

À une altitude de $2,5 \text{ km}$, $P = 0,74 \text{ bar}$, soit $P_{\text{O}_2} = 0,148 \text{ bar}$, qui représente la pression partielle de dioxygène minimale dans la cabine.

Q 14. Pour une pression totale de 1 bar et une fraction molaire de dioxygène de 16% , $P_{\text{O}_2} = 0,16 \text{ bar}$, valeur légèrement supérieure au résultat précédent : le choix précédent correspond à une limite basse pour laquelle l'air est presque « respirable ».

II.B - conditionnement de l'air dans la phase de croisière

Q 15. L'air est directement refroidi et ne parcourt pas des cycles : la climatisation ne se fait pas par l'intermédiaire d'un fluide frigorigène qui parcourt des cycles en échangeant de la chaleur avec l'air à refroidir et une source chaude.

Q 16. On peut appliquer les lois de Laplace à l'air assimilé à un gaz parfait en évolution adiabatique et réversible dans le compresseur et la turbine :

$$pV^\gamma = cste ; \frac{PV}{T} = cste \rightarrow P^{1-\gamma}T^\gamma = cste$$

L'énoncé ne précise pas que les échangeurs sont isobares, hypothèse nécessaire pour les calculs : $P_2 = P_1, P_4 = P_3$.

— pour le compresseur :

$$P_3 = P_2 \left(\frac{T_3}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 5,63 \text{ bar}$$

— pour la turbine :

$$P_5 = P_3 \left(\frac{T_5}{T_4} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 2,01 \text{ bar}$$

Q 17. En supposant négligeable les termes d'énergie cinétique et d'énergie potentielle, le premier principe pour un système en écoulement stationnaire s'écrit :

$$h_s - h_e = q + w_u$$

où :

- h_e et h_s sont les enthalpies massiques du fluide à l'entrée et à la sortie du système ;
- q est le transfert thermique par unité de masse du fluide traversant le système ;
- w_u est le travail utile (ne comprenant pas les travaux des forces de pression qu'exerce le fluide en amont et en aval du système) reçu par unité de masse du fluide traversant le système.

Q 18. L'air étant assimilé au gaz parfait, $\Delta h = c_p \Delta T$ pour une transformation quelconque. Les travaux utiles massiques échangés valent :

— pour le compresseur (adiabatique)

$$w_c = c_p(T_3 - T_2) = 100 \text{ kJ kg}^{-1}$$

— pour la turbine (adiabatique)

$$w_t = c_p(T_5 - T_4) = -95 \text{ kJ kg}^{-1}$$

Le débit massique d'air D_m étant le même dans le compresseur et la turbine en régime stationnaire, on en déduit

$$\mathcal{P}_t = D_m |w_t| < D_m w_c = \mathcal{P}_c$$

la turbine n'est pas suffisante pour entraîner le compresseur.

Q 19. On applique encore la loi de Laplace pour l'air sortant du premier échangeur ($P_2 = 2,5 \text{ bar}, T_2 = 110^\circ\text{C}$) et traversant directement la turbine pour sortir à $T_5 = 5^\circ\text{C}$:

$$P'_5 = P_2 \left(\frac{T_5}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0,325 \text{ bar}$$

Dans ce cas $P_{O_2} = 0, 2P'_5 = 0,065 \text{ bar}$, valeur inférieure à la limite $0,148 \text{ bar}$ de la question Q12 : l'air n'est pas obtenu à une pression suffisante.

Q 20. L'échangeur, qui pourrait utiliser l'air extérieur, serait probablement de dimensions trop importantes (en tout cas de dimensions plus importantes que le système étudié dans les questions précédentes), et rendrait plus difficile le contrôle de la température de sortie.

III Analyseurs d'oxygène

III.A - analyseur d'oxygène à oxyde de zirconium

Q 21.

- à l'anode : $2 \text{O}^{2-} = \text{O}_2 + 4 \text{e}^-$
- à la cathode : $\text{O}_2 + 4 \text{e}^- = 2 \text{O}^{2-}$

Q 22. on utilise la loi de Nernst, qui prend la même forme pour les 2 électrodes, seules les activités étant différentes

- à l'anode : $E_a = E^\ominus + \frac{RT}{4\mathcal{F}} \ln \left(\frac{a(\text{O}_{2,a})}{a(\text{O}_a^{2-})} \right) = E^\ominus + \frac{RT}{4\mathcal{F}} \ln \left(\frac{P(\text{O}_{2,a})}{P^\ominus a(\text{O}^{2-})} \right)$
- à la cathode : $E_c = E^\ominus + \frac{RT}{4\mathcal{F}} \ln \left(\frac{a(\text{O}_{2,c})}{a(\text{O}_c^{2-})} \right) = E^\ominus + \frac{RT}{4\mathcal{F}} \ln \left(\frac{P(\text{O}_{2,c})}{P^\ominus a(\text{O}^{2-})} \right)$

par conséquent, en notant $P_{\text{O}_2, \text{réf}}$ la pression partielle du dioxygène dans le gaz de référence

$$e = E_c - E_a = \frac{RT}{4\mathcal{F}} \ln \left(\frac{P_{\text{O}_2,c}}{P_{\text{O}_2, \text{réf}}} \right)$$

Q 23. L'expression précédente de e est bien une relation affine en $\ln P_{\text{O}_2}$, dont la représentation graphique est une droite.

L'intérêt de la réponse proportionnelle à un logarithme est la possibilité de mesurer P_{O_2} dans une grande plage de valeurs, avec une incertitude relative pratiquement constante.

Q 24. sans précision supplémentaire de l'énoncé, on considère que le gaz de référence est l'air atmosphérique ($x_{\text{O}_2} = 0,2$). Les pressions totales étant identiques sur chaque face de la cellule :

$$e = \frac{RT}{4\mathcal{F}} \ln \left(\frac{P_{\text{O}_2,c}}{P_{\text{O}_2, \text{réf}}} \right) = \frac{RT}{4\mathcal{F}} \ln \left(\frac{x_{\text{O}_2, \text{mélange}}}{x_{\text{O}_2, \text{réf}}} \right) = -0,239 \text{ V}$$

avec $T = 923 \text{ K}$, $x_{\text{O}_2, \text{réf}} = 0,2$, $x_{\text{O}_2, \text{mélange}} = 12 \times 10^{-6}$

Cette tension est facilement mesurable. Elle est négative car la fraction molaire à mesurer est plus faible que la fraction molaire de référence : les rôles de la cathode et de l'anode sont inversés par rapport au schéma de l'énoncé.

III.B - sonde paramagnétique

Remarques :

- si cette partie s'appuie sur des documents et ne sort pas du cadre du programme, elle me paraît ne pas en respecter totalement l'esprit, l'étude des milieux magnétiques visant essentiellement à introduire les ferromagnétiques, les circuits magnétiques et leur utilisation en électrotechnique.

- l'utilisation dans le document des termes induction magnétique \vec{B} et champ magnétique \vec{H} ne correspond pas à la terminologie du programme, mais reste cohérente. Par contre l'énoncé utilise pour \vec{B} le terme induction magnétique, puis champ magnétique : source possible de confusions pour les candidats (même si les unités sont données)

III.B.1) densité volumique de force magnétique

Q 25. Dans le vide

$$w_m = \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$$

Q 26. Un milieu magnétique linéaire (isotrope pour rester dans le cadre du programme) est un milieu dans lequel l'aimantation \vec{M} et le champ magnétique \vec{B} sont proportionnels à l'excitation magnétique \vec{H} .

Q 27. La relation de l'énoncé s'écrit sur un volume élémentaire dV , en introduisant les densités volumiques de force \vec{f}_m et d'énergie potentielle e_m : $d\vec{F}_m = \vec{f}_m dV = \overrightarrow{\text{grad}}(dE_m) = (\overrightarrow{\text{grad}} e_m) dV$, soit $\vec{f}_m = \overrightarrow{\text{grad}} e_m$.

Le document donne l'expression de la densité volumique de forces magnétiques $\vec{f}_m = (\mu_0\chi)/2 \overrightarrow{\text{grad}}(H^2)$, soit, si le milieu est de caractéristiques uniformes $\vec{f}_m = \overrightarrow{\text{grad}}(\mu_0\chi H^2/2)$, soit

$$e_m = \frac{\mu_0\chi H^2}{2}$$

Q 28. D'après l'expression $\vec{f}_m = \overrightarrow{\text{grad}} e_m$, a force volumique à laquelle est soumis un matériau est dirigée selon les valeurs croissantes de $e_m = \mu_0\chi H^2/2$:

- pour un matériau diamagnétique, $\chi < 0$: les valeurs croissantes de e_m correspondent aux valeurs décroissantes de \vec{H}^2 : la force magnétique est dirigée selon les valeurs décroissantes de $\vec{H}^2 = \|\vec{H}\|^2$, donc vers les zones d'excitation magnétique \vec{H} donc de champ magnétique \vec{B} faibles : le matériau est attiré par les zones de champ magnétique faible ;
- pour un matériau paramagnétique, $\chi > 0$: les valeurs croissantes de e_m correspondent aux valeurs croissantes de \vec{H}^2 donc la conclusion est opposée ; un matériau paramagnétique est attiré par les zones de champ intense.

III.B.2) Étude du fonctionnement de la sonde paramagnétique

Q 29. La susceptibilité des gaz diamagnétiques est environ 3 ordres de grandeur plus faible que celle de l'oxygène paramagnétique : les sphères sont remplies de diazote pour n'être soumises qu'à une force magnétique très faible.

Q 30. Le gaz sondé est soumis aux forces de pression et aux forces magnétiques (le poids est négligé). La condition d'équilibre hydrostatique s'écrit pour le gaz sondé :

$$\overrightarrow{\text{grad}} P = \vec{f}_m = \overrightarrow{\text{grad}} e_m$$

d'où en tout point $\overrightarrow{\text{grad}}(P - e_m) = \vec{0}$, relation qui s'intègre pour donner $P(M) = C + e_m(M)$ où C est une constante indépendante du point considéré, qui correspond à la pression aux points

où $e_m = 0$. En exprimant l'énergie volumique e_m en fonction de \vec{H} ou \vec{B} , on obtient la forme du champ de pression hydrostatique

$$P(M) = P_0 + \frac{\mu_0 \chi \|\vec{H}^2(M)\|}{2} = P_0 + \frac{\chi \|\vec{B}^2(M)\|}{2\mu_0}$$

La pression en un point s'exprime bien comme une fonction affine du module du champ magnétique ou de l'excitation magnétique en ce point.

Q 31. En un point où le module du champ magnétique vaut $B = 0,1 \text{ T}$, la surpression par rapport à un point où le champ magnétique est négligeable vaut

$$\Delta P = P(B) - P(0) = \frac{\chi \|\vec{B}^2(M)\|}{2\mu_0}$$

La susceptibilité magnétique de l'air est essentiellement due aux molécules de dioxygène paramagnétique; elle est donc proportionnelle à la concentration de dioxygène dans l'air, donc à la pression partielle de dioxygène (car l'aimantation est une grandeur volumique). Si le gaz sondé est l'air ($x_{\text{O}_2} = 0,2$) à pression et température ordinaires (pour reprendre les données de l'énoncé, qui correspondent au dioxygène pur), $\chi_{\text{air}} = 0,2 \times \chi_{\text{O}_2} = 0,28 \times 10^{-7}$. On obtient alors

$$\Delta P = 0,224 \text{ Pa}$$

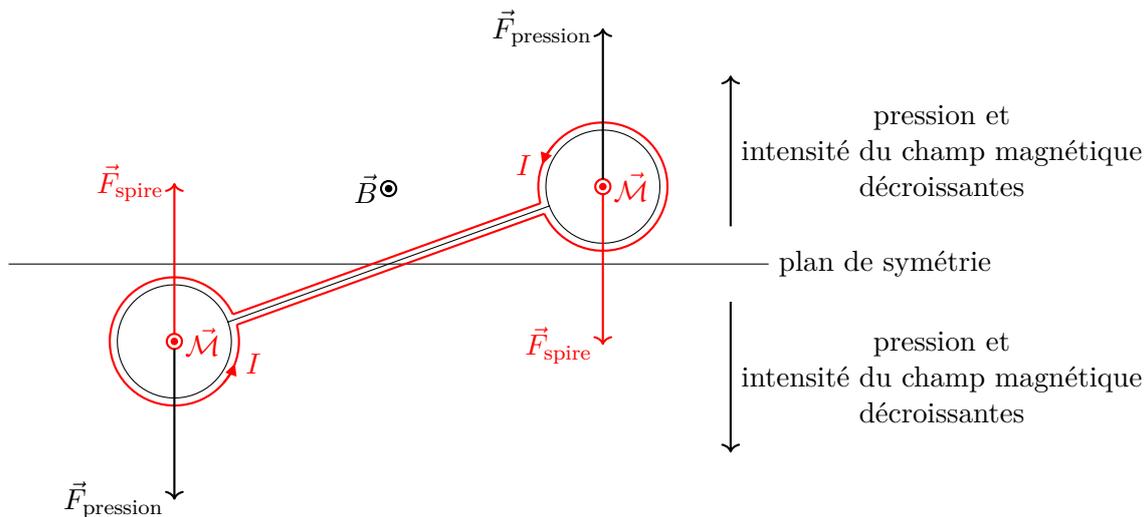
Q 32. La force magnétique sur l'haltère est négligeable (les sphères ne contiennent que du diazote diamagnétique). Les sphères sont donc soumises essentiellement aux forces de pression exercées par le gaz sondé. D'après le théorème d'Archimède, leur résultante s'oppose à la force magnétique que subirait le gaz sondé déplacé : comme celui est paramagnétique (présence de dioxygène) il est attiré par les zones de champ intense, donc la résultante des forces de pression sur chacune des sphères est dirigée vers les zones de champ faible. De manière équivalente, la surpression est plus forte dans les zones de champ intense, donc les sphères subissent une force dirigée vers les zones de champ faible.

Q 33. La position d'équilibre de l'haltère n'est pas dans le plan de symétrie formé par les pôles des aimants, dans lequel on peut supposer que le champ magnétique est de module maximal (zone d'entrefer d'épaisseur minimale). En présence de dioxygène, chacune des sphères est soumise à une force qui tend à l'éloigner de ce plan, donc l'haltère est soumise globalement à un couple qui tend à l'éloigner du plan de symétrie, et à la faire tourner par rapport à sa position d'équilibre.

Q 34. La boucle de rétroaction n'est pas placée dans un champ magnétique uniforme, donc on ne peut pas utiliser la relation $\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$ qui donnerait un résultat nul ($\vec{\mathcal{M}}$ et \vec{B} sont tous 2 verticaux) : il faut tenir compte du caractère non-uniforme du champ magnétique de l'aimant.

La force exercée sur la partie de spire entourant chacune des sphères doit tendre à ramener cette sphère vers sa position d'équilibre, donc vers les zones de champ intense, puisque la résultante des forces de pression est dirigée vers les champs faibles. La partie de spire entourant une sphère peut être modélisée par un moment dipolaire $\vec{\mathcal{M}}$ perpendiculaire au plan de la spire, dont l'énergie potentielle d'interaction avec le champ vaut $E_m = -\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}$: elle est soumise à une force magnétique $\vec{F} = -\text{grad} E_m$ qui tend à attirer la spire dans la zone d'énergie minimale :

pour que la force tende à déplacer la spire vers les champs intenses, le moment magnétique doit être colinéaire et de même sens que le champ magnétique créé par l'aimant, ce qui conduit au schéma suivant.



Remarques :

- Dans le cadre du programme (« Utiliser les expressions fournies de l'énergie potentielle, de la résultante et du moment. Décrire qualitativement l'évolution d'un dipôle magnétique dans un champ extérieur. ») je pense que seule une approche qualitative est exigible, puisque l'énoncé ne donne pas l'expression de la force subie par un moment magnétique plongé dans un champ magnétique
- l'énoncé ne parle à aucun moment du couple de rappel exercé par la suspension de l'haltère, qui est pourtant présente (même si le système peut être réglé de manière à ce qu'il soit nul dans la position d'équilibre initiale).

Q 35.

- Le champ de surpression dans le gaz sondé, donc le moment qui tend à écarter l'haltère de sa position d'équilibre est proportionnel à la susceptibilité χ du gaz sondé, donc à la concentration de dioxygène.
- Le moment exercé sur la spire est proportionnel au moment magnétique de la spire donc à l'intensité qui la traverse.
- À l'équilibre, les modules de ces deux moments sont égaux, donc l'intensité qui traverse la spire est proportionnelle à la concentration de dioxygène dans le gaz sondé.

III.B.3)

Remarque : cette partie me semble dépasser largement le cadre du programme en ce qui concerne les diodes (TP uniquement en PCSI, rôle limité à celui d'un interrupteur idéal en PSI). Même si les caractéristiques sont données, leur exploitation, en particulier Q44 me semble difficile pour les candidats.

a) les photodiodes

Q 36. Lorsque les photodiodes sont polarisées en inverse ($U < 0$), elles sont traversées par une intensité négative qui dépend de l'éclairement qu'elle reçoivent, alors qu'une diode usuelle est en mode bloqué ($I \approx 0$) dans ce cas.

Q 37. On trace l'intensité en fonction de la puissance reçue, et on effectue une régression linéaire sur les données : on obtient

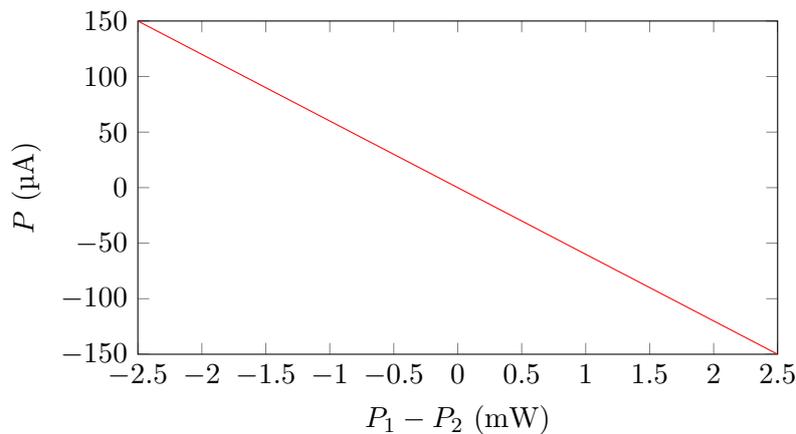
$$s = 0,06 \text{ A W}^{-1}$$

Q 38. L'ALI 1 est idéal, fonctionne en régime linéaire, et l'entrée non-inverseuse est reliée à la masse : $u_- = u_+ = 0$. Par conséquent pour l'association de diodes, $u = u_+ - u_- = 0$.

En utilisant les orientations de la figure 6, comme le point de fonctionnement pour les deux diodes est situé à la limite du domaine $u < 0$,

$$I = i_1 - i_2 = -s(P_1 - P_2)$$

Comme la puissance totale se répartit entre les deux photodiodes, $P_1 + P_2 = 2,5 \text{ mW}$, et le domaine de validité de l'expression correspond à $-2,5 \text{ mW} \leq P_1 - P_2 \leq 2,5 \text{ mW}$



Q 39. Le montage à deux photodiodes permet de détecter la position du pinceau lumineux par rapport aux deux photodiodes, et de savoir de quel côté le pinceau lumineux est dévié selon le signe de I .

b) le module électronique

Q 40. L'ALI 2 est idéal, fonctionne en régime linéaire, et l'entrée non-inverseuse est reliée à la masse : $u_- = u_+ = 0$. La loi des nœuds en terme de potentiels s'écrit à l'entrée inverseuse de l'ALI 2 :

$$\frac{u_1 - u_-}{R_2} + C \frac{d(u_2 - u_-)}{dt} = 0 : \frac{du_2}{dt} = -\frac{u_1}{R_2 C} = -\frac{E}{R_2 C}$$

À $t = 0$ le condensateur est déchargé : $0 = u_C = u_2 - u_- = u_2$, donc l'équation différentielle précédente s'intègre pour $t > 0$ en

$$u_2(t > 0) = -\frac{Et}{R_2 C}$$

Ce montage est un intégrateur

Q 41. D'après le schéma, l'unité 3 génère le courant i_s envoyé dans la spire, qui dépend de la position du faisceau lumineux dévié par l'haltère par l'intermédiaire des unités 1 et 2, et de la tension d'entrée u_2 .

En régime linéaire, $u_- = u_+ = u_2$ car $i_+ = 0$, l'ALI étant idéal. La loi des nœuds appliquée à l'entrée inverseuse donne $i_s + (0 - u_2)/R_3 = 0$, soit

$$i_s = \frac{u_2}{R_3}$$

L'unité 3 est bien un générateur de courant lié à la tension d'entrée u_2 .

Q 42. La loi des nœuds à l'entrée inverseuse de l'unité 1 s'écrit $-I + (u_1 - u_-)/R_1 = 0$, soit

$$u_1 = -R_1 s(P_1 - P_2)$$

Donc i_s est déterminé par

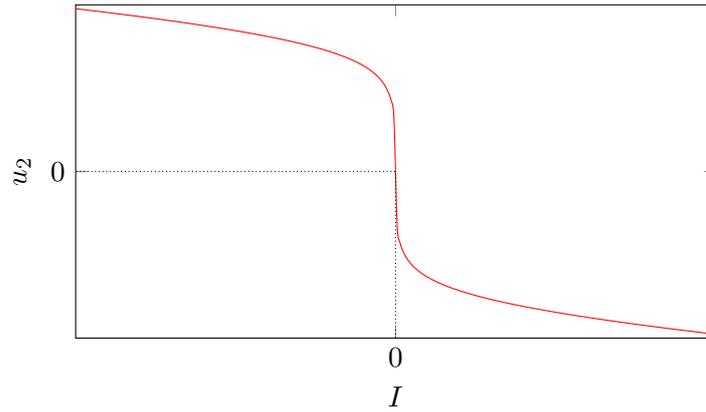
$$\frac{di_s}{dt} = \frac{1}{R_3} \frac{du_2}{dt} = -\frac{1}{R_3 R_2 C} u_1 = \frac{R_1 s}{R_2 R_3 C} (P_1 - P_2)$$

$$i_s(t) = i_s(0) + \frac{R_1 s}{R_2 R_3 C} \int_0^t (P_1 - P_2) dt$$

Q 43. Le choix du facteur $R_1/(R_2 R_3 C)$ est crucial puisqu'il influence le courant de rétroaction, donc la manière dont l'haltère est ramenée vers sa position d'équilibre initiale.

Le système de rétroaction fonctionne correctement si les deux photodiodes sont éclairées, ce qui impose une limite à l'écart entre la position de l'haltère et sa position de référence (égal éclairement des deux photodiodes). Si la constante $R_1/(R_2 R_3 C)$ est trop faible ou trop forte, l'haltère risque de sortir de la plage de fonctionnement correct du montage de mesure, dans le premier cas car le courant de rétroaction n'augmente pas suffisamment vite en réponse à l'introduction du gaz sondé, dans le second cas parce que ce courant augmente trop rapidement ce qui cause une surcorrection et un dépassement trop important de la position de référence.

Q 44. D'après la caractéristique des photodiodes non éclairées, $i_d > 0$. Si $I > 0$, seule la diode supérieure conduit, et la loi des mailles sur la branche de rétroaction s'écrit : $u_1 - 0 = R_1 I + u_d(I)$. Comme la caractéristique de la diode qui conduit présente une allure exponentielle pour des courants faibles, u_d aura une forme logarithmique : la pente de $u_d(I)$ est élevée pour I faible puis décroît lorsque I augmente. Le phénomène est identique si $I < 0$, la seconde diode prenant le relais. La caractéristique $u_2(I)$ n'est plus linéaire mais présente une forme de S au voisinage de $I = 0$: le passage par $I = 0$ est alors plus facilement repérable, et la sensibilité de la mesure accrue au voisinage de la position de référence de l'haltère : l'intensité de rétroaction augmente donc plus rapidement lors du passage par cette position.



III.B.4) disposition des photodiodes

Q 45.

- Lorsqu'on vient d'ajouter le dioxygène, l'haltère tourne par rapport à sa position de référence en l'absence de dioxygène, donc le pinceau lumineux est dévié : les deux photodiodes sont inégalement éclairées, ce qui crée un courant de rétroaction grâce au montage électronique.
- Lorsque l'haltère se restabilise dans sa position de référence les photodiodes sont également éclairées, donc le courant de rétroaction (obtenu par intégration) n'évolue plus et se stabilise à une valeur qui permet de compenser le moment exercé par le gaz sondé.

Q 46. En régime stationnaire (concentration de dioxygène constante), l'haltère est dans sa position de référence, correspondant à un égal éclairage des 2 photodiodes, et un courant de rétroaction proportionnel à la concentration de dioxygène circule, de sorte à compenser le moment de forces de pression sur l'haltère.

Si la concentration de dioxygène est modifiée, le moment des forces de pression est modifié, et l'haltère tourne autour de son axe. Les photodiodes ne sont plus également éclairées, donc un signal d'erreur non nul apparaît à l'entrée du système électronique, ce qui conduit par intégration à modifier le courant de rétroaction qui évolue jusqu'à ce que l'haltère retrouve sa position de référence : la nouvelle valeur stabilisée du courant de rétroaction assure la compensation du moment des forces de pression sur l'haltère ; sa mesure permet d'accéder à la valeur de la susceptibilité du gaz introduit, donc à la concentration de dioxygène.