

Proposition de correction du sujet de Physique-Chimie E3A PSI 2015

A Cycle de Carnot

1. Un moteur fonctionne en prélevant de l'énergie à la source chaude $Q_c > 0$, une partie est alors restituée à la source froide $Q_f < 0$ et le travail est fourni au milieu extérieur $W < 0$.
2. Par définition le rendement d'un moteur est la grandeur énergétique utile $-W$ divisée par la grandeur énergétique consommée Q_c donc $\eta = -\frac{W}{Q_c}$. Le rendement maximal est $\eta_{max} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$ (demandé sans démonstration).

Ce rendement maximal est atteint lorsque le cycle moteur est un cycle réversible c'est à dire qu'il ne s'accompagne pas d'une création d'entropie.

3. *Les transferts thermiques sont lents, ce qui limite les performances des installations industrielles.*
4. Il faut penser à convertir la température en Kelvins pour les calculs de rendements.

Centrale à Charbon : $\eta_{max} = 0,64$.

Centrale nucléaire : $\eta_{max} = 0,48$.

Centrale géothermique : $\eta_{max} = 0,33$.

Les rendements observés sont presque égaux à la moitié des rendements maximaux, qui restent bien inférieurs à 100%.

B Origine des résistances thermiques

1. Loi de Fourier : $\vec{j}_q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$.
Même ordre de grandeur pour les conductivités thermiques de l'eau et du béton : $\lambda_{eau} \simeq \lambda_{béton} \simeq 1 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$.
2. Problème à géométrie cylindrique d'où la forme du vecteur densité de courant thermique.
3. $J_q(r) = j_q(r)2\pi rL$
Remarque : Il n'est pas indiqué si le flux doit être calculé dans le sens des r croissants ou dans le sens des r décroissants.
4. En régime permanent et en l'absence de terme source, la puissance reçue à chaque instant par un volume élémentaire contenu entre les cylindres de rayon r et $r + dr$ est nulle donc $J_q(r) = J_q(r + dr)$ donc $\frac{dJ_q}{dr} = 0$.
5. $A = \frac{J_q}{2\pi L}$
6. D'après la loi de Fourier : $\frac{dT}{dr} = -\frac{A}{\lambda r}$ avec les conditions aux limites imposées à la conduite, on obtient $T'_c - T_c = \frac{J_q}{2\pi\lambda L} \ln \frac{r_2}{r_1}$.
7. $R_{th} = \frac{T'_c - T_c}{J_q}$ qui s'exprime en K W^{-1} , cette résistance thermique est analogue à une résistance électrique avec la température analogue à un potentiel électrique et le flux thermique total J_q analogue à l'intensité du courant électrique.
Cette analogie est valable uniquement en régime permanent et en l'absence de termes sources.
8. $R_{th} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\lambda L}$

C Rendement à puissance maximale

1. $Q_c = -J_q \Delta t_c = \Delta t_c \frac{T_c - T'_c}{R_{th}}$, J_q est le flux thermique cédé par le fluide dans la partie précédente.
2. Premier principe de la thermodynamique sur un cycle : $Q_c + Q_f + W = 0$.

Deuxième principe de la thermodynamique sur un cycle réversible : $\frac{Q_c}{T'_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$.

Cette relation n'est pas forcément évidente à écrire pour les candidats, on leur apprend que l'entropie échangée s'écrit à l'aide de la température du thermostat, ils peuvent donc être tentés d'écrire le second principe sous la forme $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$. Par ailleurs, la transformation est supposée réversible, pour les candidats cela signifie qu'il y a équilibre permanent entre le système et le milieu extérieur, comment peuvent-ils l'interpréter dans ce cas ?

3. $P_m = -\frac{W}{\Delta t_{tot}} = \frac{Q_f + Q_c}{\Delta t_{tot}} = \frac{T_c - T'_c}{\alpha R_{th}} \left(1 - \frac{T_f}{T'_c}\right)$
4. Après calculs, P_m est maximale lorsque $T'_c = \sqrt{T_c T_f}$.
5. Rendement : $\eta = 1 - \frac{T_f}{T'_c} = 1 - \sqrt{\frac{T_f}{T_c}}$.
Centrale à Charbon : $\eta = 0,40$.
Centrale nucléaire : $\eta = 0,28$.
Centrale géothermique : $\eta = 0,18$.
Ces valeurs se rapprochent des rendements réels observés.
La formule et les valeurs numériques sont confirmées par le lien https://en.wikipedia.org/wiki/Endoreversible_thermodynamics#cite_note-Bejan1996-5.
6. Sources d'irréversibilité : les frottements visqueux du fluide en écoulement, les transferts thermiques (*la description du système étudié n'est pas suffisamment concrète pour être précis sur cette question*).

D Expression du transfert thermiques

1. *La réaction inverse est utilisée lors de l'électrolyse de l'eau. La présence d'hydrogène peut être mise en évidence par cette réaction de combustion avec le dioxygène de l'air, avec un bruit caractéristique.*
2. La pile à combustible dihydrogène-air utilise l'énergie libérée lors de la réaction du dihydrogène avec le dioxygène.
3. Une grandeur de réaction notée $\Delta_r X$ de manière générale est définie à partir d'une grandeur extensive X comme la variation par rapport à l'avancement, la température et la pression étant fixée : $\Delta_r X = \frac{\partial X}{\partial \xi}$.
L'enthalpie H est définie à partir de l'énergie interne U , de la pression P et du volume du système V définis pour le système étudié : $H = U + PV$.
4. $\Delta_r H^\circ = D_{H-H} + \frac{1}{2} D_{O=O} - 2 D_{H-O} = -241 \text{ kJ mol}^{-1}$
5. La transformation est monobare donc le premier principe de la thermodynamique s'écrit $\Delta H = Q$. Sous pression standard P_0 et en assimilant le milieu réactionnel à un mélange de gaz parfait, on obtient $\Delta H = \Delta H^\circ = \Delta_r H^\circ \xi$ lorsque la transformation est isotherme.
6. Transformation adiabatique + réaction totale.
7. Variation d'enthalpie nulle, la transformation est décomposée en une réaction chimique à température constante puis une élévation de température des produits : $T_F = T_0 - \frac{\Delta_r H^\circ}{C_{P_m}^\circ(H_2O)} = 7,4 \times 10^3 \text{ K}$

E Expression du travail électrique

1. Le dihydrogène est le réducteur du couple H_2O/H_2 selon la demi-équation d'oxydoréduction : $2H^+ + 2e^- = H_2$.
2. Le dioxygène est l'oxydant du couple O_2/H_2O selon la demi-équation d'oxydoréduction : $O_2 + 4H^+ + 4e^- = 2H_2O$.
3. Un potentiel thermodynamique est une fonction des grandeurs d'état du système et éventuellement du milieu extérieur qui décroît au cours de la transformation considérée et qui atteint un minimum à l'équilibre.

$$G = H - TS$$

4. Lors d'une transformation isotherme et isobare, l'enthalpie libre est un potentiel thermodynamique.
La condition d'évolution spontanée impose $\Delta_r G d\xi < 0$. Pour la réaction de combustion de l'hydrogène $\Delta_r G < 0$.
5. Dans les conditions standard, le premier et le deuxième principe de la thermodynamique s'écrivent $\Delta H^\circ = Q + W'$ (où W' est le travail utile) et $\Delta S^\circ = \frac{Q}{T_0} + S_{\text{créée}}$.

$$\text{On en déduit } \Delta G^\circ = \Delta_r G^\circ \xi = \Delta H^\circ - T_0 \Delta S^\circ = W' - T_0 S_{\text{créée}}, \text{ donc } -W'_{\text{max}} \leq -\xi \Delta_r G^\circ.$$

6. Transformation réversible.
7. Il y a diminution du nombre de moles gazeuses au cours de la réaction de combustion de l'hydrogène d'où une entropie standard de réaction négative.
8. $-W'_{\text{max}} = -\xi \Delta_r G^\circ = -\xi (\Delta_r H^\circ - T_0 \Delta_r S^\circ) = 1,9 \times 10^2 \text{ kJ}$
9. Électrolyse de l'eau avec utilisation d'énergie renouvelable (mais il y a toujours un bilan carbone non nul en amont).
10. Le stockage : l'hydrogène est difficile à stocker.

F Rendement thermodynamique

1. Analogie : c'est le rapport d'un travail sur un transfert thermique.
Différence : ce n'est pas le même type de travail. Il n'y a pas de fonctionnement cyclique envisagé.
2. $\eta = \frac{\Delta_r H^\circ - T_0 \Delta_r S^\circ}{\Delta_r H^\circ} = 0,80$
3. La réaction est thermodynamiquement possible dans le sens direct lorsque $\Delta_r G < 0$. Dans le premier cas $\Delta_r G = \Delta_r H - T \Delta_r S > 0$ donc la réaction n'est pas thermodynamiquement possible. Dans le deuxième cas, on a bien $\Delta_r G < 0$ et le rendement vérifie $\eta > 1$.
4. Dans le fonctionnement d'une pile de concentration, il y a bien réaction d'oxydo-réduction donc transformation d'énergie de liaison en travail électrique.
5. $\Delta H = W'$
6. Le rendement thermodynamique n'est pas défini pour une réaction athermique.
- 7.

G Résolution de problème

1. L'énergie stockée dans le condensateur formé par le nuage et le sol est de la forme $E_1 = \varepsilon_0 \frac{E^2}{2} h_0 S_{\text{nuage}}$ où E est la valeur du champ électrique de claquage, h_0 l'altitude basse du

nuage et S_{nuage} la surface du nuage en regard avec le sol terrestre (pour laquelle on n'a aucune donnée). On peut supposer que cette énergie correspond à celle de la foudre : le cumulonimbus se décharge entièrement lorsque la foudre frappe le sol.

Énergie issue de la foudre frappant une grande ville française pendant un an : $E_2 = \alpha E_1 S_{ville}$ avec $\alpha = 1,5 \text{ km}^{-2}$ (nombre moyen d'impacts de foudre au sol pendant un an et par km^2) et S_{ville} superficie de la ville considérée (*qu'il faut savoir évaluer*).

En prenant $S_{ville} \simeq S_{nuage} \simeq 100 \text{ km}^2$ (superficie de Paris intra-muros) on obtient la durée pendant laquelle on peut faire rouler un TGV : $\Delta t = \frac{E_2}{8 \times P}$ avec $P = 1100 \text{ kW}$, cette énergie permet de faire rouler le TGV pendant quelques heures (1h et 53 minutes avec les valeurs numériques proposées).

H Champ électrostatique

1. La distribution volumique de charge est invariante par rotation d'angle θ et par rotation d'angle ϕ , on en déduit que le champ électrostatique ne dépend pas de ces deux coordonnées sphériques.
2. Les plans $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ et $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\phi)$ sont des plans de symétrie de la distribution volumique de charge, le champ électrique n'a pas de composantes selon les directions normales à ces plans, il est donc selon \vec{u}_r .
3. Par application du théorème de Gauss sur une sphère de rayon r , centrée sur O : $\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$, pour un point M à l'extérieur du noyau $Q_{int} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ donc $\vec{E}(M) = \frac{\rho R^3}{3r^2 \epsilon_0} \vec{u}_r$.
4. À l'intérieur du noyau $Q_{int} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ donc $\vec{E}(M) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \vec{u}_r$.

I Énergie électrostatique

1. Densité volumique d'énergie liée au champ électrique : $u_e = \frac{\epsilon_0 \|\vec{E}\|^2}{2}$.
2. $\mathcal{E} = \iiint_{\text{espace}} u_e dV = \int_0^R \frac{\rho^2 r^2}{18\epsilon_0} 4\pi r^2 dr + \int_R^\infty \frac{\rho^2 R^6}{18r^4 \epsilon_0} 4\pi r^2 dr$ en procédant découpage de l'espace en coquille sphérique de volume élémentaire $dV = 4\pi r^2 dr$.
3. $\mathcal{E} = \frac{8\pi \rho^2 R^5}{15\epsilon_0} = \frac{6}{5} \frac{Q^2}{4\pi \epsilon_0 R}$ donc $\beta = \frac{6}{5}$.

J Réaction de fission

1. Certains noyaux lourds dits "fissiles" peuvent être concernés par une réaction de fission. (*hors-programme*)
2. Volume d'un noyau : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
 Nombre de nucléons dans le noyau (protons et neutrons) : $N = \mu V$, on évalue la taille des noyaux d'uranium, de baryum et de krypton à l'aide de leur nombre de nucléons : $R = \left(\frac{3N}{4\pi\mu}\right)^{1/3}$ avec $\mu = 0,14 \times 10^{45} \text{ m}^{-3}$.
 Noyau d'uranium : $R_U = 7,4 \text{ fm}$.
 Noyau de baryum : $R_B = 6,2 \text{ fm}$.
 Noyau de krypton : $R_K = 5,4 \text{ fm}$.
3. On considère que la variation d'énergie électrostatique est la différence de la somme des énergies des deux noyaux de krypton et de baryum avec l'énergie électrostatique du noyau d'uranium (les interactions entre les deux noyaux issus de la fission sont alors négligées ainsi que les énergies cinétiques et les énergies des neutrons) : $\Delta E = \frac{6}{5} \frac{(56 \times e)^2}{4\pi \epsilon_0 R_B} + \frac{6}{5} \frac{(36 \times e)^2}{4\pi \epsilon_0 R_K} - \frac{6}{5} \frac{(92 \times e)^2}{4\pi \epsilon_0 R_U} =$

J. RÉACTION DE FISSION

$-1,1 \times 10^{-10}$ J, l'énergie libérée correspond donc à $-\Delta E = 690$ MeV, ce qui est environ 3 fois plus grand que l'énergie annoncée.

4. L'énergie dégagée par la fusion n'est pas de nature électrostatique. (*hors-programme*)