Concours ENAC 2016 — Épreuve de physique — Solution

Correction détaillée proposée par Eddie Saudrais et Christine Thomas. Si vous trouvez des erreurs, faites-m'en part, je mettrai le fichier à jour : e.saudrais@wanadoo.fr

1. Le courant étant continu, nous sommes en présence d'un problème de magnétostatique, où seul un champ magnétique est créé ; son module se mesure bien sûr en tesla (T).

A	B	C	D	E
■	□	□	■	□

2. Il s'agit de mener les calculs sans « dispositif électronique ». Attention, la bobine comporte $n = 500$ spires par unité de longueur ; le nombre total de spires est $N = nL = 1\,000$.

$$\|\vec{B}\| = 4\pi 10^{-7} \times \frac{1\,000 \times 0{,}1}{2} = 2\pi 10^{-7+3-1} = 2\pi 10^{-5} \approx 6 \cdot 10^{-5} = 60 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T} = 60\,\mu\mathrm{T}.$$

A	B	C	D	E
□	□	■	□	□

3. Le champ magnétique terrestre à une intensité d'environ 50 µT, du même ordre de grandeur que le champ créé par la bobine.

A	B	C	D	E
□	■	□	□	□

4. Les champs magnétiques utilisés en IRM ont une intensité de l'ordre de quelques teslas ; le rapport serait de 10^{-5} pour un champ de 6 T. *A priori*, aucune réponse ne convient (60 T pour un rapport 10^{-6} est une valeur trop élevée, 60 mT pour un rapport 10^{-3} est une valeur trop faible).

A	B	C	D	E
□	□	□	□	■

5. Attention aux orientations : si on choisit d'orienter le contour tel que $I > 0$, le vecteur surface vaut alors $S = -\frac{\pi D^2}{4}\vec{e}_z$.

Le moment magnétique est donné par $\vec{m} = I\vec{S} = -\frac{\pi}{4} I D^2 \vec{e}_z$. Son intensité s'exprime en $\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^2$.

A	B	C	D	E
■	□	□	□	□

6. Orientons la spire selon $\vec{S} = S\vec{e}_z$. Le flux du champ magnétique est $\Phi(t) = SB_\mathrm{m}\sin(\omega t)$. D'après la loi de Faraday, la f.é.m. induite, qui apparaît aux bornes C et D, vaut $e(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\omega S B_\mathrm{m}\cos(\omega t)$. Toutes les affirmations étant vraies... il n'y en a aucune de fausse.

A	B	C	D	E
□	□	□	□	■

7. Application numérique à partir de l'équation d'état du gaz parfait :

$$\mathcal{V} = \frac{nRT}{P} \approx \frac{10 \times 8 \times 300}{10^5} = 3 \times 8 \cdot 10^{1+2-5} = 24 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3 = 240\,\mathrm{L}.$$

A	B	C	D	E
■	□	■	□	□

8. L'hélium étant un gaz monoatomique (dernière colonne du tableau périodique), on énergie interne est donnée par $U = \frac{3}{2}nRT$ (un facteur 1/2 par degré de liberté). Son enthalpie vaut alors $H = U + pV = U + nRT = \frac{5}{2}nRT$.

■	□	■	□	□
A	B	C	D	E

9. Une évolution isotherme d'un gaz parfait vérifie pV = cte. Si le volume est divisé par deux, la pression est doublée.

□	□	■	□	□
A	B	C	D	E

10. L'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température (1re loi de Joule) ; il en est de même de son enthalpie (2e loi de Joule). Un évolution isotherme se fait donc sans variation d'énergie interne ni d'enthalpie.

■	□	□	□	□
A	B	C	D	E

11. Lors d'une compression, un gaz reçoit de l'énergie sous forme de travail : $W > 0$. Du bilan $\Delta U = W + Q = 0$, on déduit $Q < 0$.

□	□	■	□	□
A	B	C	D	E

12. Calcul du travail reçu lors de l'évolution isotherme réversible (très lente et sans frottement) d'un gaz parfait :

$$W = -\int_p^{2p} P\,\mathrm{d}V = -nRT\int_V^{V/2}\frac{\mathrm{d}V}{V} = nRT\ln 2 \approx 10\times 8\times 300\times 0{,}7 = 8\times 3\times 7\cdot 10^{1+2-1} = 168\cdot 10^2 \approx 1{,}7\cdot 10^4\ \mathrm{J} = 17\ \mathrm{kJ}.$$

Aucune des réponses proposées n'est juste.

□	□	□	□	■
A	B	C	D	E

13. Le satellite étant soumis à une force centrale, son moment cinétique se conserve ; on en déduit que son mouvement s'effectue dans un plan. Ce plan doit passer pas le centre de la Terre, mais n'a aucune raison d'être le plan équatorial. Les réponses A, B et C sont justes.

□	□	□	■	□
A	B	C	D	E

14. La 3e loi de Kepler permet de relier la période de révolution au rayon $R_\mathrm{T} + h$ de l'orbite. On la retrouve facilement à partir de la projection radiale de la relation fondamentale de la dynamique appliquée au satellite :

$$m\frac{v_\mathrm{s}^2}{R_\mathrm{T}+h} = \frac{GM_\mathrm{T}m}{(R_\mathrm{T}+h)^2} \quad \text{avec} \quad v_\mathrm{s} = \frac{2\pi(R_\mathrm{T}+h)}{T}.$$

On a donc

$$\frac{4\pi^2(R_\mathrm{T}+h)^2}{T^2} = \frac{GM_\mathrm{T}}{R_\mathrm{T}+h} \quad \text{d'où} \quad T^2 = \frac{4\pi^2(R_\mathrm{T}+h)^3}{GM_\mathrm{T}}.$$

On calcule $T = \left[\frac{4\pi^2}{7\cdot 10^{-11}\times 6\cdot 10^{24}}(7{,}1\cdot 10^6)^3\right]^{1/2} \approx \left[\frac{4\pi^2\times 7^3}{7\times 6}10^{18+11-24}\right]^{1/2} \approx 2\pi\times 7\sqrt{\frac{10}{6}\sqrt{10^4} \approx 43\times 32{,}510^2 = 130\times 2510^2 =}$ $52\cdot 10^2 = 5\,200$ s. Compte tenu des approximations, on retiendra $T \approx 6\,000$ s.

■	□	□	■	□
A	B	C	D	E

15. La vitesse se déduit directement de la projection du PDF : $v_\mathrm{s} = \sqrt{\frac{GM_\mathrm{T}}{R_\mathrm{T}+h}}$.

□	■	□	□	□
A	B	C	D	E

E. Saudrais — e.saudrais@wanadoo.fr

16. On calcule

$$v_\mathrm{s} \approx \left(\frac{7\cdot10^{-11}\times6\cdot10^{24}}{7\,100\times10^3}\right)^{1/2} \approx \left(\frac{7\times6\times10^{-11}\cdot10^{24}}{7\cdot10^6}\right)^{1/2} = \left(6\cdot10^{24-11-6}\right)^{1/2} = \left(60\cdot10^6\right)^{1/2} = \sqrt{60}\cdot10^3\,.$$

Comme $\sqrt{60} = \sqrt{4\times15} = 2\sqrt{15} \approx 2\times4 = 8$, on retiendra l'approximation $v_\mathrm{s} \approx 7\cdot10^3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} = 7\ \mathrm{km\cdot s^{-1}}$.
La vitesse de libération du satellite est la vitesse qu'il doit avoir pour aller de son orbite à l'infini avec une vitesse nulle. La conservation de son énergie mécanique s'écrit alors

$$\frac{1}{2}mv_\ell^2 - \frac{GM_\mathrm{T}}{R_\mathrm{T}+h} = 0 \quad \text{d'où} \quad v_\ell^2 = \frac{2GM_\mathrm{T}}{R_\mathrm{T}+h} = 2v_\mathrm{s}\,.$$

On a donc $v_\ell = \sqrt{2}v_\mathrm{s}$.

■	□	□	■	□
A	B	C	D	E

17. L'orbite géostationnaire correspond à une période $T = 24$ h $= 86\,400$ s. L'altitude se calcule à partir de la 3$^\mathrm{e}$ loi de Kepler, mais le résultat ($h \approx 36\,000$ km) fait partie de la culture générale !

□	□	■	□	□
A	B	C	D	E

18. À partir de la projection radiale de la relation de la dynamique, on obtient directement

$$\mathcal{E}_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv_\mathrm{s}^2 = \frac{1}{2}\frac{GM_\mathrm{T}m}{R_\mathrm{T}+h} = -\frac{\mathcal{E}_\mathrm{p}}{2}\,.$$

On en déduit $\mathcal{E}_\mathrm{m} = \mathcal{E}_\mathrm{k} + \mathcal{E}_\mathrm{p} = -\mathcal{E}_\mathrm{k} = \mathcal{E}_\mathrm{p}/2$.

□	□	■	□	□
A	B	C	D	E

19. C'est un résultat du cours.

□	□	■	□	□
A	B	C	D	E

20. On a $\overline{OA_\mathrm{i}} = +0{,}4$ m. La formule de Descartes permet d'écrire

$$\frac{1}{\overline{OA_\mathrm{o}}} = \frac{1}{\overline{OA_\mathrm{i}}} - V = \frac{1}{0{,}4} + 2{,}5 = 2{,}5 + 2{,}5 = 5\ \mathrm{m^{-1}}$$

d'où $\overline{OA_\mathrm{i}} = 0{,}2$ m $= 20$ cm > 0 : l'objet, situé après la lentille, est virtuel.

□	□	■	□	□
A	B	C	D	E

21. On peut calculer le grandissement transversal : $G_\mathrm{t} = \overline{OA_\mathrm{i}}/\overline{OA_\mathrm{o}} = 0{,}4/0{,}2 = 2$.

□	□	■	□	□
A	B	C	D	E

22. On veut $\overline{F_\mathrm{i}'A_\mathrm{i}} = 0{,}4$ m et $G_\mathrm{t}' = -2$. La formule de Newton permet d'écrire

$$f_\mathrm{i}' = -\frac{\overline{F_\mathrm{i}'A_\mathrm{i}}}{G_\mathrm{t}'} = \frac{0{,}4}{2} = 0{,}2\ \mathrm{m} \quad \text{d'où} \quad V' = \frac{1}{f_\mathrm{i}'} = \frac{1}{0{,}2} = 5\,\delta\,.$$

□	□	□	■	□
A	B	C	D	E

E. Saudrais — e.saudrais@wanadoo.fr

23. On a $\overline{O'A}_\mathrm{i} = \overline{OF'}_\mathrm{i} + \overline{F'A}_\mathrm{i} = f'_\mathrm{i} + \overline{F'A}_\mathrm{i} = 0{,}2 + 0{,}4 = 0{,}6$ m.

On en déduit $\overline{O'A}_\mathrm{o} = \dfrac{\overline{O'A}_\mathrm{i}}{G'_\mathrm{t}} = -\frac{0{,}6}{2} = -0{,}3\ \mathrm{m} = -30\ \mathrm{cm}$.

■ □ □ □ □
A B C D E

24. La limite de résolution angulaire ε de l"œil est de une minute d'arc.
La lentille forme d'un caractère de taille h_min une image de taille $h'_\mathrm{min} = |G'_\mathrm{t}|\, h_\mathrm{min} = 2h_\mathrm{min}$. Cette image, est vue sous l'angle ε d'une distance 250 mm. Comme $\varepsilon \ll 1$, on a $\tan\varepsilon \approx \varepsilon = \dfrac{h'_\mathrm{min}}{250} = \dfrac{h_\mathrm{min}}{125}$.
Attention : dans cette formule, ε doit être exprimé en radians. $1' = \dfrac{\pi}{180 \times 60}$ rad $= \dfrac{\pi}{1{,}08 \cdot 10^4}$ rad. On en déduit

$$h_\mathrm{min} = 125\varepsilon = \pi \frac{1{,}25 \cdot 10^2}{1{,}08 \cdot 10^4} = \pi \frac{1{,}25}{1{,}1} 10^{-2} \approx 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{mm}.$$

■ □ □ ■ □
A B C D E

25. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'électron s'écrit $m_\mathrm{e}\vec{a} = -e\vec{E}$.

□ □ □ ■ □
A B C D E

26. On intègre vectoriellement les expressions compte tenu des conditions initiales :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -\frac{e}{m_\mathrm{e}} E\vec{e}_x \quad \text{conduit à} \quad \vec{v} = \frac{\mathrm{d}OM}{\mathrm{d}t} = -\frac{eE}{m_\mathrm{e}} t\,\vec{e}_x + v_0\,\vec{e}_z \quad \text{puis} \quad \overrightarrow{OM} = -\frac{eE}{2m_\mathrm{e}} t^2\,\vec{e}_x + v_0\,t\,\vec{e}_z.$$

On a donc $z = v_0 t$ et $x = -\dfrac{eE}{2m_\mathrm{e}} t^2 = -\dfrac{eE}{2m_\mathrm{e}} \left(\dfrac{z}{v_0}\right) 2$.

□ □ ■ □ □
A B C D E

27. On calcule $x_\mathrm{e} = -\dfrac{2 \times 10^{-19} \times 10}{2 \cdot 10^{-30}} \left(\dfrac{2 \cdot 10^{-1}}{10^6}\right)^2 = -4 \cdot 10^{-19+1+30-14} = -4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = -4\ \mathrm{cm}$.

□ □ □ ■ □
A B C D E

28. Se reporter au cours !

□ ■ □ □ □
A B C D E

29. Dans le cas où $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$, le mouvement est circulaire uniforme. On retrouve rapidement l'expression du rayon en projetant radicalement le principe fondamental de la dynamique :

$$-m_\mathrm{e} \frac{v_0^2}{R_\mathrm{c}} = -ev_0 B \quad \text{d'où} \quad R_\mathrm{c} = \frac{m_\mathrm{e} v_0}{eB}.$$

□ □ ■ □ □
A B C D E

30. Le mouvement est rectiligne et uniforme si la somme des forces s'exerçant sur l'électron est nulle :

$$-e\left[\vec{E} + \vec{v}_0 \wedge \vec{B}\right] = \vec{0} = -e\left[E\,\vec{e}_x + v_0\,\vec{e}_z \wedge B\,\vec{e}_y\right] = -e(E - v_0 B)\,\vec{e}_x$$

d'où $E = v_0 B$, soit $E/B = v_0$.

■ □ □ □ □
A B C D E

E. Saudrais — e.saudrais@wanadoo.fr

31. En utilisant l'analogie avec la corde vibrante, les modes propres correspondent à $L = n\dfrac{\lambda_n}{2}$ avec $n > 0$, soit $k_n = \dfrac{2\pi}{\lambda_n} = \dfrac{n\pi}{L}$.

☐ A ☐ B ■ C ☐ D ☐ E

32. Cours de première année : relation de de Broglie : $p = \hbar k = \dfrac{hk}{2\pi}$.

☐ A ■ B ☐ C ☐ D ☐ E

33. Le potentiel étant nul dans le puits, l'énergie de l'électron se réduit à son énergie cinétique :

$$\mathcal{E}_n = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{h^2}{4\pi^2 2m_e}k_n^2 = \frac{h^2}{8\pi^2 m_e}\frac{n^2\pi^2}{L^2} = n^2\frac{h^2}{8m_e L^2}.$$

☐ A ☐ B ☐ C ■ D ☐ E

34. On calcule

$$\mathcal{E}_1 = \frac{h^2}{8m_e L^2} \approx \frac{(7\cdot 10^{-34})^2}{8\times 10^{-30}\times(0{,}1\cdot 10^{-9})^2} = \frac{7^2}{8}10^{-68+30+20} = \frac{7^2}{8}10^{-18}\,\mathrm{J} = \frac{7^2}{2\times 8}\frac{10^{-18}}{10^{-19}}\,\mathrm{eV} \approx 3\cdot 10\,\mathrm{eV} = 30\,\mathrm{eV}.$$

☐ A ■ B ☐ C ☐ D ☐ E

35. La masse du proton est $m_p = 2\cdot 10^3 m_e$; par rapport au cas précédent, la largeur du puits est $L' = 10^{-5}L$. Le terme mL^2 est donc modifié selon $m_p L'^2 = 2\cdot 10^3\cdot 10^{-10} m_e L^2 = 2\cdot 10^{-7} m_e L^2$. On a donc

$$\mathcal{E}_1' = \frac{\mathcal{E}_1}{2\cdot 10^{-7}} = 0{,}5\cdot 10^7\mathcal{E}_1 \approx 15\cdot 10^7\,\mathrm{eV} = 150\,\mathrm{MeV}.$$

☐ A ☐ B ■ C ☐ D ☐ E

36. Par rapport au cas précédent, $m_a = 100m_p$ et $L'' = 10^{-11}\,\mathrm{m} = 10^4 L'$. On a donc $m_a L''^2 = 100m_p 10^8 L'^2 = 10^{10} m_p L'^2$, d'où $\mathcal{E}_1'' = \dfrac{\mathcal{E}_1'}{10^{10}}$. L'énergie $\mathcal{E}_1$ est 10^{10} fois plus faible : aucune réponse ne convient.

☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ■ E

E. Saudrais — e.saudrais@wanadoo.fr