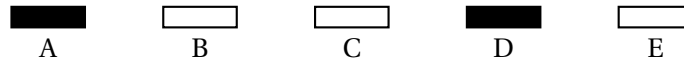


## Concours ENAC 2016

## Épreuve de physique — Solution

Correction détaillée proposée par Eddie Saudrais et Christine Thomas. Si vous trouvez des erreurs, faites-m'en part, je mettrai le fichier à jour : e.saudrais@wanadoo.fr

1. Le courant étant continu, nous sommes en présence d'un problème de magnétostatique, où seul un champ magnétique est créé ; son module se mesure bien sûr en tesla (T).

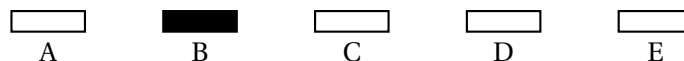


2. Il s'agit de mener les calculs sans « dispositif électronique ». Attention, la bobine comporte  $n = 500$  spires par unité de longueur ; le nombre total de spires est  $N = nL = 1000$ .

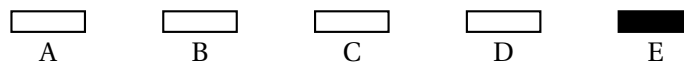
$$\|\vec{B}\| = 4\pi 10^{-7} \times \frac{1000 \times 0,1}{2} = 2\pi 10^{-7+3-1} = 2\pi 10^{-5} \approx 6 \cdot 10^{-5} = 60 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 60 \mu\text{T}.$$



3. Le champ magnétique terrestre à une intensité d'environ  $50 \mu\text{T}$ , du même ordre de grandeur que le champ créé par la bobine.

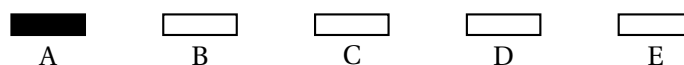


4. Les champs magnétiques utilisés en IRM ont une intensité de l'ordre de quelques teslas ; le rapport serait de  $10^{-5}$  pour un champ de 6 T. *A priori*, aucune réponse ne convient (60 T pour un rapport  $10^{-6}$  est une valeur trop élevée, 60 mT pour un rapport  $10^{-3}$  est une valeur trop faible).

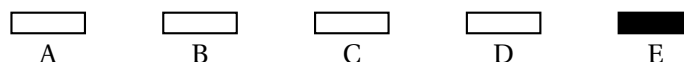


5. Attention aux orientations : si on choisit d'orienter le contour tel que  $I > 0$ , le vecteur surface vaut alors  $S = -\frac{\pi D^2}{4} \vec{e}_z$ .

Le moment magnétique est donné par  $\vec{m} = I \vec{S} = -\frac{\pi}{4} ID^2 \vec{e}_z$ . Son intensité s'exprime en  $\text{A} \cdot \text{m}^2$ .



6. Orientons la spire selon  $\vec{S} = S \vec{e}_z$ . Le flux du champ magnétique est  $\Phi(t) = SB_m \sin(\omega t)$ . D'après la loi de Faraday, la f.é.m. induite, qui apparaît aux bornes C et D, vaut  $e(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\omega SB_m \cos(\omega t)$ . Toutes les affirmations étant vraies... il n'y en a aucune de fausse.



7. Application numérique à partir de l'équation d'état du gaz parfait :

$$\mathcal{V} = \frac{nRT}{P} \approx \frac{10 \times 8 \times 300}{10^5} = 3 \times 8 \cdot 10^{1+2-5} = 24 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 240 \text{ L}.$$



8. L'hélium étant un gaz monoatomique (dernière colonne du tableau périodique), son énergie interne est donnée par  $U = \frac{3}{2}nRT$  (un facteur 1/2 par degré de liberté). Son enthalpie vaut alors  $H = U + pV = U + nRT = \frac{5}{2}nRT$ .

A     B     C     D     E

9. Une évolution isotherme d'un gaz parfait vérifie  $pV = \text{cte}$ . Si le volume est divisé par deux, la pression est doublée.

A     B     C     D     E

10. L'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température (1<sup>re</sup> loi de Joule) ; il en est de même de son enthalpie (2<sup>e</sup> loi de Joule). Un évolution isotherme se fait donc sans variation d'énergie interne ni d'enthalpie.

A     B     C     D     E

11. Lors d'une compression, un gaz reçoit de l'énergie sous forme de travail :  $W > 0$ . Du bilan  $\Delta U = W + Q = 0$ , on déduit  $Q < 0$ .

A     B     C     D     E

12. Calcul du travail reçu lors de l'évolution isotherme réversible (très lente et sans frottement) d'un gaz parfait :

$$W = - \int_p^{2p} P dV = -nRT \int_V^{V/2} \frac{dV}{V} = nRT \ln 2 \approx 10 \times 8 \times 300 \times 0,7 = 8 \times 3 \times 7 \cdot 10^{1+2-1} = 168 \cdot 10^2 \approx 1,7 \cdot 10^4 \text{ J} = 17 \text{ kJ}.$$

Aucune des réponses proposées n'est juste.

A     B     C     D     E

13. Le satellite étant soumis à une force centrale, son moment cinétique se conserve ; on en déduit que son mouvement s'effectue dans un plan. Ce plan doit passer pas le centre de la Terre, mais n'a aucune raison d'être le plan équatorial. Les réponses A, B et C sont justes.

A     B     C     D     E

14. La 3<sup>e</sup> loi de Kepler permet de relier la période de révolution au rayon  $R_T + h$  de l'orbite. On la retrouve facilement à partir de la projection radiale de la relation fondamentale de la dynamique appliquée au satellite :

$$m \frac{v_s^2}{R_T + h} = \frac{GM_T m}{(R_T + h)^2} \quad \text{avec} \quad v_s = \frac{2\pi(R_T + h)}{T}.$$

On a donc

$$\frac{4\pi^2(R_T + h)^2}{T^2} = \frac{GM_T}{R_T + h} \quad \text{d'où} \quad T^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h)^3}{GM_T}.$$

On calcule  $T = \left[ \frac{4\pi^2}{7 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24}} (7,1 \cdot 10^6)^3 \right]^{1/2} \approx \left[ \frac{4\pi^2 \times 7^3}{7 \times 6} 10^{18+11-24} \right]^{1/2} \approx 2\pi \times 7 \sqrt{\frac{10}{6} \sqrt{10^4}} \approx 43 \times 32,510^2 = 130 \times 2510^2 = 52 \cdot 10^2 = 5200 \text{ s}$ . Compte tenu des approximations, on retiendra  $T \approx 6000 \text{ s}$ .

A     B     C     D     E

15. La vitesse se déduit directement de la projection du PDF :  $v_s = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$ .

A     B     C     D     E

16. On calcule

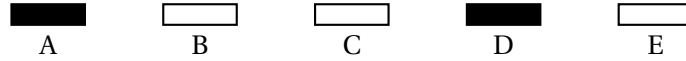
$$v_s \approx \left( \frac{7 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24}}{7100 \times 10^3} \right)^{1/2} \approx \left( \frac{7 \times 6 \times 10^{-11} \cdot 10^{24}}{7 \cdot 10^6} \right)^{1/2} = (6 \cdot 10^{24-11-6})^{1/2} = (60 \cdot 10^6)^{1/2} = \sqrt{60} \cdot 10^3.$$

Comme  $\sqrt{60} = \sqrt{4 \times 15} = 2\sqrt{15} \approx 2 \times 4 = 8$ , on retiendra l'approximation  $v_s \approx 7 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 7 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La vitesse de libération du satellite est la vitesse qu'il doit avoir pour aller de son orbite à l'infini avec une vitesse nulle. La conservation de son énergie mécanique s'écrit alors

$$\frac{1}{2} m v_\ell^2 - \frac{GM_T}{R_T + h} = 0 \quad \text{d'où} \quad v_\ell^2 = \frac{2GM_T}{R_T + h} = 2v_s.$$

On a donc  $v_\ell = \sqrt{2}v_s$ .



17. L'orbite géostationnaire correspond à une période  $T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$ . L'altitude se calcule à partir de la 3<sup>e</sup> loi de Kepler, mais le résultat ( $h \approx 36000 \text{ km}$ ) fait partie de la culture générale!



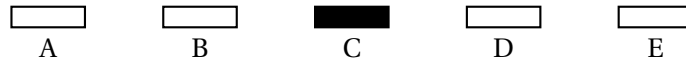
18. À partir de la projection radiale de la relation de la dynamique, on obtient directement

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} m v_s^2 = \frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R_T + h} = -\frac{\mathcal{E}_p}{2}.$$

On en déduit  $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p = -\mathcal{E}_k = \mathcal{E}_p/2$ .



19. C'est un résultat du cours.



20. On a  $\overline{OA_i} = +0,4 \text{ m}$ . La formule de Descartes permet d'écrire

$$\frac{1}{\overline{OA_o}} = \frac{1}{\overline{OA_i}} - V = \frac{1}{0,4} + 2,5 = 2,5 + 2,5 = 5 \text{ m}^{-1}$$

d'où  $\overline{OA_i} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm} > 0$  : l'objet, situé après la lentille, est virtuel.

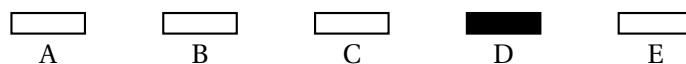


21. On peut calculer le grandissement transversal :  $G_t = \overline{OA_i} / \overline{OA_o} = 0,4 / 0,2 = 2$ .



22. On veut  $\overline{F'_i A_i} = 0,4 \text{ m}$  et  $G'_t = -2$ . La formule de Newton permet d'écrire

$$f'_i = -\frac{\overline{F'_i A_i}}{G'_t} = \frac{0,4}{-2} = -0,2 \text{ m} \quad \text{d'où} \quad V' = \frac{1}{f'_i} = \frac{1}{-0,2} = -5 \delta.$$



23. On a  $\overline{O'A_i} = \overline{OF'_i} + \overline{F'A_i} = f'_i + \overline{F'A_i} = 0,2 + 0,4 = 0,6$  m.

On en déduit  $\overline{O'A_0} = \frac{\overline{O'A_i}}{G'_t} = -\frac{0,6}{2} = -0,3$  m = -30 cm.

A     B     C     D     E

24. La limite de résolution angulaire  $\varepsilon$  de l'œil est de une minute d'arc.

La lentille forme d'un caractère de taille  $h_{\min}$  une image de taille  $h'_{\min} = |G'_t| h_{\min} = 2h_{\min}$ . Cette image, est vue sous l'angle  $\varepsilon$  d'une distance 250 mm. Comme  $\varepsilon \ll 1$ , on a  $\tan \varepsilon \approx \varepsilon = \frac{h'_{\min}}{250} = \frac{h_{\min}}{125}$ .

Attention : dans cette formule,  $\varepsilon$  doit être exprimé en radians.  $1' = \frac{\pi}{180 \times 60}$  rad =  $\frac{\pi}{1,08 \cdot 10^4}$  rad. On en déduit

$$h_{\min} = 125\varepsilon = \pi \frac{1,25 \cdot 10^2}{1,08 \cdot 10^4} = \pi \frac{1,25}{1,1} 10^{-2} \approx 4 \cdot 10^{-2} \text{ mm.}$$

A     B     C     D     E

25. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'électron s'écrit  $m_e \vec{a} = -e\vec{E}$ .

A     B     C     D     E

26. On intègre vectoriellement les expressions compte tenu des conditions initiales :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{e}{m_e} E \vec{e}_x \text{ conduit à } \vec{v} = \frac{dOM}{dt} = -\frac{eE}{m_e} t \vec{e}_x + v_0 \vec{e}_z \text{ puis } \vec{OM} = -\frac{eE}{2m_e} t^2 \vec{e}_x + v_0 t \vec{e}_z.$$

On a donc  $z = v_0 t$  et  $x = -\frac{eE}{2m_e} t^2 = -\frac{eE}{2m_e} \left(\frac{z}{v_0}\right)^2$ .

A     B     C     D     E

27. On calcule  $x_e = -\frac{2 \times 10^{-19} \times 10}{2 \cdot 10^{-30}} \left(\frac{2 \cdot 10^{-1}}{10^6}\right)^2 = -4 \cdot 10^{-19+1+30-14} = -4 \cdot 10^{-2}$  m = -4 cm.

A     B     C     D     E

28. Se reporter au cours!

A     B     C     D     E

29. Dans le cas où  $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ , le mouvement est circulaire uniforme. On retrouve rapidement l'expression du rayon en projetant radicalement le principe fondamental de la dynamique :

$$-m_e \frac{v_0^2}{R_c} = -e v_0 B \text{ d'où } R_c = \frac{m_e v_0}{eB}.$$

A     B     C     D     E

30. Le mouvement est rectiligne et uniforme si la somme des forces s'exerçant sur l'électron est nulle :

$$-e \left[ \vec{E} + \vec{v}_0 \wedge \vec{B} \right] = \vec{0} = -e \left[ E \vec{e}_x + v_0 \vec{e}_z \wedge B \vec{e}_y \right] = -e(E - v_0 B) \vec{e}_x$$

d'où  $E = v_0 B$ , soit  $E/B = v_0$ .

A     B     C     D     E

31. En utilisant l'analogie avec la corde vibrante, les modes propres correspondent à  $L = n \frac{\lambda_n}{2}$  avec  $n > 0$ , soit

$$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{n\pi}{L}.$$

A       B       C       D       E

32. Cours de première année : relation de de Broglie :  $p = \hbar k = \frac{hk}{2\pi}$ .

A       B       C       D       E

33. Le potentiel étant nul dans le puits, l'énergie de l'électron se réduit à son énergie cinétique :

$$\mathcal{E}_n = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{h^2}{4\pi^2 2m_e} k_n^2 = \frac{h^2}{8\pi^2 m_e} \frac{n^2 \pi^2}{L^2} = n^2 \frac{h^2}{8m_e L^2}.$$

A       B       C       D       E

34. On calcule

$$\mathcal{E}_1 = \frac{h^2}{8m_e L^2} \approx \frac{(7 \cdot 10^{-34})^2}{8 \times 10^{-30} \times (0,1 \cdot 10^{-9})^2} = \frac{7^2}{8} 10^{-68+30+20} = \frac{7^2}{8} 10^{-18} \text{ J} = \frac{7^2}{2 \times 8} \frac{10^{-18}}{10^{-19}} \text{ eV} \approx 3 \cdot 10 \text{ eV} = 30 \text{ eV}.$$

A       B       C       D       E

35. La masse du proton est  $m_p = 2 \cdot 10^3 m_e$  ; par rapport au cas précédent, la largeur du puits est  $L' = 10^{-5} L$ . Le terme  $mL^2$  est donc modifié selon  $m_p L'^2 = 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-10} m_e L^2 = 2 \cdot 10^{-7} m_e L^2$ . On a donc

$$\mathcal{E}'_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{2 \cdot 10^{-7}} = 0,5 \cdot 10^7 \mathcal{E}_1 \approx 15 \cdot 10^7 \text{ eV} = 150 \text{ MeV}.$$

A       B       C       D       E

36. Par rapport au cas précédent,  $m_a = 100m_p$  et  $L'' = 10^{-11} \text{ m} = 10^4 L'$ . On a donc  $m_a L''^2 = 100m_p 10^8 L'^2 = 10^{10} m_p L'^2$ , d'où  $\mathcal{E}''_1 = \frac{\mathcal{E}'_1}{10^{10}}$ . L'énergie  $\mathcal{E}_1$  est  $10^{10}$  fois plus faible : aucune réponse ne convient.

A       B       C       D       E