

Un photocopieur est un dispositif qui, grâce à un système optique, permet de reproduire un document de dimensions $21 \text{ cm} \times 29,7 \text{ cm}$ (format dit A4) en un document, soit de même dimension, soit de surface double (format dit A3), soit du surface moitié (format dit A5). Le système optique forme l'image réelle du document sur un écran E sensible à la lumière (écran photosensible). On modélise le système optique par deux lentilles minces distantes l'une de l'autre et de même axe optique : une lentille convergente L_1 (distance focale f_1 , centre optique O_1) et une lentille L_2 (distance focale $f_2 = -6,5 \text{ cm}$, centre optique O_2). Le document à photocopier se trouve à 42 cm de E et à 20 cm de O_1 . En outre, la distance de O_2 à E est aussi de 20 cm .

Pour une lentille mince L , de centre optique O , de distance focale f , plongée dans l'air (indice de réfraction $\simeq 1$) qui forme l'image ponctuelle A_i d'un objet ponctuel A_o , on donne la formule de conjugaison de Descartes, ainsi que le grandissement transversal G_t associé.

$$\frac{1}{\overline{OA_i}} - \frac{1}{\overline{OA_o}} = \frac{1}{f} \quad \text{et} \quad G_t = \frac{\overline{OA_i}}{\overline{OA_o}}$$

Dans tout l'exercice, on admet que les conditions de Gauss sont satisfaites. Par ailleurs, on notera A_o un objet lumineux ponctuel du document à photocopier et A_i l'image ponctuelle correspondante sur l'écran E . En outre, on désignera par A_1 l'image intermédiaire que donne L_1 de A_o . On a ainsi la correspondance suivante :

$$A_o \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A_i$$

Il est fortement conseillé de s'aider d'un schéma pour la résolution de ce problème.

1. Parmi les affirmations proposées ci-dessous, relatives à la correspondance entre un objet ponctuel A_o et son image ponctuelle A_i qu'établit une lentille mince dans les conditions de Gauss, quelles sont celles qui sont inexactes ?
 - A. L'image que donne une lentille mince convergente d'un objet situé avant le foyer principal objet est une image réelle.
 - B. L'image que donne une lentille mince divergente d'un objet situé avant le centre optique de la lentille est une image réelle.
 - C. L'image que donne une lentille mince convergente d'un objet situé après le centre optique est une image réelle.
 - D. L'image que donne une lentille mince divergente d'un objet situé après le foyer principal objet est une image virtuelle.

La relation de conjugaison donne

$$\frac{1}{\overline{OA_i}} = \frac{1}{\overline{OA_o}} + \frac{1}{f}$$

Pour une lentille mince convergente, $f > 0$. Si l'ob
 $\overline{OA_o} < -f$ donc

$$\begin{aligned} \frac{1}{\overline{OA_o}} &> -\frac{1}{f} \\ \frac{1}{\overline{OA_o}} + \frac{1}{f} &> 0 \end{aligned}$$

L'image e

Si l'ob

$$\overline{OA_o} > 0 \text{ donc}$$

$$\frac{1}{\overline{OA_o}} + \frac{1}{f} > 0$$

L'image e

Pour une lentille mince divergente, $f < 0$. Si l'ob
 donc

$$\overline{OA_o} < 0$$

$$\frac{1}{\overline{OA_o}} + \frac{1}{f} < 0$$

L'image e

Si l'ob

$$\overline{OA_o} > -f \text{ donc}$$

$$\frac{1}{\overline{OA_o}} < -\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{\overline{OA_o}} + \frac{1}{f} < 0$$

L'image e

2. Quelle est l'expression puis la valeur de la distance algébrique $\overline{O_2A_1}$, autrement dit la position de l'image intermédiaire A_1 par rapport à O_2 .

- A. $\overline{O_2A_1} = \frac{f_2 \overline{O_2A_i}}{f_2 - \overline{O_2A_i}}$ B. $\overline{O_2A_1} = \frac{f_2 \overline{O_2A_i}}{f_2 + \overline{O_2A_i}}$ C. $\overline{O_2A_1} \simeq 5 \text{ cm}$ D. $\overline{O_2A_1} \simeq -5 \text{ cm}$

Avec la relation de conjugaison pour la lentille L_2 ,

$$\frac{1}{\overline{O_2A_i}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{f_2 - \overline{O_2A_i}}{f_2 \overline{O_2A_i}}$$

$$\overline{O_2A_1} = \frac{f_2 \overline{O_2A_i}}{f_2 - \overline{O_2A_i}} \simeq 5 \text{ cm avec } \overline{O_2A_i} = 20 \text{ cm et } f_2 = 20 \text{ cm}$$

3. En déduire l'expression puis la valeur de f_1 .

- A. $f_1 = \frac{(\overline{O_2A_1} + \overline{O_2O_1}) \overline{O_1A_o}}{\overline{O_2A_o} - \overline{O_2A_1} + \overline{O_2O_1}}$
 B. $f_1 = \frac{(\overline{O_2A_1} - \overline{O_2O_1}) \overline{O_1A_o}}{\overline{O_2A_o} - \overline{O_2A_1} + \overline{O_2O_1}}$
 C. $f_1 = \frac{(\overline{O_2A_1} + \overline{O_2O_1}) \overline{O_1A_o}}{\overline{O_2A_o} - \overline{O_2A_1} - \overline{O_2O_1}}$
 D. $f_1 = \frac{(\overline{O_2A_1} - \overline{O_2O_1}) \overline{O_1A_o}}{\overline{O_2A_o} - \overline{O_2A_1} - \overline{O_2O_1}}$

E. Aucune des réponses précédentes

Avec la relation de conjugaison pour la lentille L_1 ,

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A_o}} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{\overline{O_1A_o} - \overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A_o} \overline{O_1A_1}}$$

$$f_1 = \frac{\overline{O_1A_o} \overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A_o} - \overline{O_1A_1}}$$

$$= \frac{(\overline{O_2A_1} - \overline{O_2O_1}) \overline{O_1A_o}}{\overline{O_2A_o} - \overline{O_2A_1}}$$

4. Calculer la valeur de f_1 .

- A. $f_1 \simeq 5 \text{ mm}$ B. $f_1 \simeq -5 \text{ cm}$ C. $f_1 \simeq 5 \text{ m}$ D. $f_1 \simeq 5 \text{ cm}$

$$f_1 \simeq 5 \text{ cm avec } \overline{O_1A_o} = -20 \text{ cm, } \overline{O_2O_1} = -2 \text{ cm et } \overline{O_2A_o} = -22 \text{ cm}$$

5. Que peut-on dire du grandissement transversal G_t du photocopieur, autrement dit de l'ensemble $(L_1; L_2)$? En déduire la valeur du rapport S_c/S_d des surfaces du document copié et du document original.
- A. G_t est le produit des grandissements transversaux de chaque lentille
 - B. $G_t \simeq 1$
 - C. $S_c/S_d \simeq 0,5$
 - D. $S_c/S_d \simeq 2$

Le grandissement transversal pour une lentille mince L , de centre σ O , plongée dans l'air (indice de réfraction $\simeq 1$) qui forme l'image A_iB_i d'un ob A_oB_o , s'écrit aussi

$$G_t = \frac{\overline{OA_i}}{\overline{OA_o}} = \frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_oB_o}}$$

Pour le photoco

$$\begin{aligned} G_t &= \frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_oB_o}} \\ &= \frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_1B_1}} \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_oB_o}} \\ &= G_{t1} G_{t2} \\ &\simeq -1,4 \end{aligned}$$

Comme pour chaque côté du document e du document co

$|G_t|$, le rapport entre la surface

$$\frac{S_c}{S_d} = G_t^2 \simeq 2$$

6. La lentille L_1 est en réalité un doublet de lentilles minces accolées, L_3 et L_4 ; L_3 est identique à L_2 . On fait glisser la lentille L_4 pour l'accoler à L_2 . Quel est le format du document photocopié?
- A. Format A4
 - B. **Format A5**
 - C. Format A3
 - D. On ne peut pas le déterminer.

Dans le premier cas (étudié au de suivante

$$A_o \xrightarrow{(L_3+L_4)} A_1 \xrightarrow{L_2} A_i$$

Le document co

A_o

suivante

L_4 , on réalise l'image d'un ob

$$A_o \xrightarrow{L_3} A_1 \xrightarrow{(L_4+L_2)} A_i$$

Cela revient à utiliser le sy surface moitié donc de format A5.

Du diazote, assimilé à n moles de gaz parfait occupant un volume initial V_i , de température et pression initiales $T_i = 300$ K et $p_i = 3$ bar, subit dans cet ordre :

- i) une transformation adiabatique qui amène le gaz à une température T_1 et une pression $p_1 = p_i(1+x)$; le volume du gaz est alors V_1 . En outre, la transformation est supposée réversible.
- ii) une transformation isobare qui amène le gaz à son état final caractérisé par la température $T_f = T_i$ et le volume V_f .

On note γ le rapport de la capacité thermique à pression constante sur la capacité thermique à volume constant du gaz. R désigne la constante universelle des gaz parfaits.

7. Donner les expressions de V_1 et V_f en fonction de V_i , x et γ .

- A. $V_1 = V_i(1+x)^{\frac{1}{\gamma}}$ B. $V_1 = V_i(1+x)^{-\frac{1}{\gamma}}$ C. $V_f = \frac{V_i}{1+x}$ D. $V_f = V_i(1+x)$

La première transformation est

$$\begin{aligned} p_i V_i^\gamma &= p_1 V_1^\gamma \\ &= p_i (1+x) V_1^\gamma \\ V_1 &= V_i (1+x)^{-\frac{1}{\gamma}} \end{aligned}$$

La seconde transformation est

$$\begin{aligned} p_1 &= p_f \\ p_i (1+x) &= \frac{nRT_f}{V_f} \\ V_f &= \frac{p_i V_i}{p_i (1+x)} \\ &= \frac{V_i}{1+x} \end{aligned}$$

8. Donner l'expression de T_1 en fonction de T_i , x et γ .

- A. $T_1 = T_i(1+x)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ B. $T_1 = T_i(1+x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ C. $T_1 = T_i(1+x)^{\frac{1}{\gamma}}$ D. $T_1 = T_i(1+x)^{-\frac{1}{\gamma}}$

La loi de

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= nRT_1 \\ p_i (1+x) V_i (1+x)^{-\frac{1}{\gamma}} &= nRT_1 \\ T_1 &= \frac{p_i V_i}{nR} (1+x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \\ &= T_i (1+x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \end{aligned}$$

9. Que peut-on dire de la variation d'énergie interne ΔU du gaz entre l'état initial et l'état final ?

- A. $\Delta U < 0$ B. $\Delta U > 0$ C. $\Delta U = 0$ D. On ne peut rien dire.

La variation d'énergie interne s'écrit

$$\Delta U = C_v(T_f - T_i) = 0$$

10. Que peut-on dire de la variation d'entropie ΔS entre l'état initial et l'état final du gaz ? On donne l'entropie $S(T, V)$ d'un gaz parfait en fonction de sa température et de son volume :

$$S(T, V) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln T + nR \ln \left(\frac{V}{n} \right) + Cte$$

où Cte est une constante.

- A. $\Delta S = 0$ B. $\Delta S = -nR \ln(1+x)$ C. $\Delta S = nR \ln(1+x)$ D. On ne peut rien dire.

En utilisant l'ex

$S(T, V)$, on a

$$\begin{aligned}\Delta S &= \frac{nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} \\ &= -nR \ln(1+x)\end{aligned}$$

11. Que valent la chaleur Q_1 (ou transfert thermique) et le travail W_1 (ou transfert mécanique) reçus par le gaz à l'issue de la première transformation (adiabatique réversible) ?

A. $Q_1 = 0$

B. $Q_1 = n \frac{R}{\gamma-1} (T_1 - T_i)$

C. $W_1 = nRT_i \frac{1}{\gamma-1} \left[1 - (1+x)^{1-\frac{1}{\gamma}} \right]$

D. $W_1 = -nRT_i \frac{1}{\gamma-1} \left[1 - (1+x)^{1-\frac{1}{\gamma}} \right]$

La transformation e
de

$Q_1 = 0$). Le travail

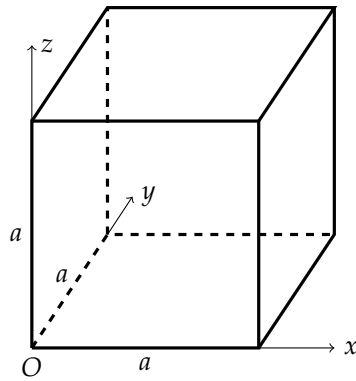
$$\begin{aligned}W_1 &= \Delta U_1 \\ &= \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_i) \\ &= -\frac{nRT_i}{\gamma-1} \left[1 - (1+x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]\end{aligned}$$

12. Quelle est la variation d'énergie interne ΔU_2 lors de la seconde transformation (isobare) ?

A. $\Delta U_2 = 0$ B. $\Delta U_2 = W_1$ C. $\Delta U_2 = -W_1$ D. $\Delta U_2 = \frac{W_1}{2}$

Sur la transformation totale, on a

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_1 + \Delta U_2 \\ &= W_1 + \Delta U_2 \\ &= 0 \\ \Delta U_2 &= -W_1\end{aligned}$$

FIG. 1 – Boîte cubique d'arête a

Une boîte cubique d'arête a contient $n = 10^3$ moles d'argon (masse molaire $M_m = 40 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$). Dans ce problème, on note x, y, z les coordonnées cartésiennes et $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ et \mathbf{e}_z les vecteurs unitaires de la base cartésienne correspondante; O est l'origine du repère (cf. Fig. 1).

Aucune connaissance exclue du programme n'est nécessaire pour résoudre ce problème. Tous les éléments indispensables sont fournis par l'énoncé.

13. Calculer le nombre N d'atomes dans la boîte et la masse m d'un atome d'argon. On rappelle la valeur approximative de la constante d'Avogadro $N_A \simeq 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.
- A. $N \simeq 6 \times 10^{23}$ et $m \simeq 6,7 \times 10^{-23} \text{ kg}$
 B. $N \simeq 6 \times 10^{23}$ et $m \simeq 6,7 \times 10^{-26} \text{ kg}$
 C. $N \simeq 6 \times 10^{26}$ et $m \simeq 6,7 \times 10^{-23} \text{ kg}$
 D. $N \simeq 6 \times 10^{26}$ et $m \simeq 6,7 \times 10^{-26} \text{ kg}$

On a

$$N = nN_A = 6 \times 10^{26}$$

$$m = \frac{M_m}{N_A} = 6,7 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

14. Un des atomes vient heurter la paroi en $x = a$, avec un vecteur vitesse $\mathbf{v} = v_x \mathbf{e}_x$. La paroi étant parfaitement rigide, l'atome rebondit et repart dans la direction incidente avec le vecteur vitesse $\mathbf{v}' = -v_x \mathbf{e}_x$. Déterminer la variation $\Delta \mathbf{p}_a$.
- A. $\Delta \mathbf{p}_a = \mathbf{0}$ B. $\Delta \mathbf{p}_a = mv_x \mathbf{e}_x$ C. $\Delta \mathbf{p}_a = -2mv_x \mathbf{e}_x$ D. $\Delta \mathbf{p}_a = 2mv_x \mathbf{e}_x$

La variation de quantité de mouvement s'écrit

$$\Delta \mathbf{p}_a = m \mathbf{v}' - m \mathbf{v}$$

$$= -2mv_x \mathbf{e}_x$$

15. On admet que l'atome possède un mouvement rectiligne et uniforme, le long de l'axe Ox , jusqu'à ce qu'il heurte de nouveau la paroi. On admet aussi que lors d'une collision, l'atome, qui arrive avec un vecteur vitesse orthogonal à une paroi, rebondit avec un vecteur vitesse opposé au vecteur vitesse incident (avant le choc), sans changer sa norme. Calculer la durée τ qui sépare deux chocs successifs sur la paroi située en $x = a$ et en déduire N_c qui désigne le nombre de chocs par seconde de cet atome avec cette paroi.
- A. $\tau = \frac{2a}{v_x}$ et $N_c = 2 \text{ s}^{-1}$ B. $\tau = \frac{2a}{v_x}$ et $N_c = \frac{v_x}{2a}$ C. $\tau = \frac{a}{v_x}$ et $N_c = \frac{v_x}{a}$ D. $\tau = \frac{a}{v_x}$ et $N_c = 1 \text{ s}^{-1}$

Entre deux choc
 v_x , il s'écoule une durée

2a. L'atome allant à la vite

$$\tau = \frac{2a}{v_x}$$

Le nombre de choc

$$N_c = \frac{1}{\tau} = \frac{v_x}{2a}$$

16. On admet que la paroi reçoit à chaque collision la quantité de mouvement $-\Delta p_a \mathbf{e}_x$. Quelle est la force \mathbf{F}_p subie par la paroi située en $x = a$ en raison des chocs répétés de l'atome ?

- A. $\mathbf{F}_p = \frac{mv_x^2}{a} \mathbf{e}_x$ B. $\mathbf{F}_p = -\frac{mv_x^2}{a} \mathbf{e}_x$ C. $\mathbf{F}_p = 0$ D. $\mathbf{F}_p = \frac{mv_x^2}{2a} \mathbf{e}_x$

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la paroi s'écrit

$$-\frac{\Delta p_a}{\tau} \mathbf{e}_x = \mathbf{F}_p$$

$$\mathbf{F}_p = \frac{2mv_x^2}{2a} \mathbf{e}_x$$

$$\mathbf{F}_p = \frac{mv_x^2}{a} \mathbf{e}_x$$

17. En réalité, comme les atomes de la boîte n'ont pas tous le même vecteur vitesse, on doit remplacer, dans l'expression précédente, v_x^2 par $\frac{v_m^2}{3}$ où v_m^2 est la moyenne sur tous les atomes du carré de la norme des vecteurs vitesse de chaque atome. Donner la ou les expressions correctes de la pression p exercée par le gaz d'atomes sur la paroi situé en $x = a$; on note n_v le nombre d'atomes par unité de volume dans la boîte.

- A. $p = \frac{1}{3} n_v m v_m$ B. $p = \frac{1}{3} n_v m v_m^2$ C. $p = \frac{1}{3} \frac{N}{a^3} m v_m^2$ D. $p = \frac{1}{3} N m v_m^2$

La force exercée par l'ensemble de atome

$$\mathbf{F} = N \frac{mv_m^2}{3a} \mathbf{e}_x$$

La pre

$$\begin{aligned} p &= \frac{F}{a^2} \\ &= \frac{mv_m^2}{3} \frac{N}{a^3} \\ &= \frac{1}{3} m v_m^2 n_v \end{aligned}$$

18. En admettant que le gaz dans la boîte est un gaz parfait et que la pression ci-dessous est celle qui intervient dans la loi des gaz parfait, donner l'expression de la température T de ce gaz.

- A. $T = \frac{1}{3} \frac{M_m}{R} v_m^2$ B. $T = \frac{1}{3} \frac{R}{M_m} v_m^2$ C. $T = \frac{1}{3} \frac{M_m}{R} v_m$ D. $T = \frac{1}{3} \frac{R}{M_m} v_m$

La loi de

$$\begin{aligned} p &= \frac{nRT}{V} = \frac{mv_m^2}{3} n_v \\ T &= \frac{mn_v V}{n} \frac{v_m^2}{3R} \\ &= \frac{Nm}{n} \frac{v_m^2}{3R} \\ &= \frac{nM_m}{n} \frac{v_m^2}{3R} \\ &= \frac{1}{3} \frac{M_m}{R} v_m^2 \end{aligned}$$

On considère ici quelques aspects élémentaires d'un circuit électrique RLC série.

19. Quelles sont les affirmations inexactes ?

- A. La charge électrique est une grandeur quantifiée.
 B. La charge électrique se mesure en coulomb par mètre.
 C. Le quantum de charge électrique est la charge électrique de l'électron.
 D. Le quantum de charge électrique est positif.

La charge électrique e
 charge électrique e

$$e = 1,6 \times 10^{-19}(\text{C}) \text{ et } e$$

20. Donner l'expression de la puissance P_J dissipée par effet Joule dans un conducteur ohmique de résistance R , parcouru par un courant d'intensité $i(t)$ (t est le temps).

- A. $P_J = \frac{Ri^2}{2}$ B. $P_J = Ri$ C. $P_J = R^2i$ D. $P_J = Ri^2$

Pour un conducteur ohmique de résistance R parcouru par un courant d'intensité i , la tension aux bornes du composant (en convention récepteur) est

$$u = Ri$$

et la puissance dissipée par effet Joule est

$$P_J = ui = Ri^2$$

21. Quelle est l'énergie E_{el} stockée par un condensateur (capacité C), dont la charge portée par l'armature qui reçoit algébriquement le courant est $q(t)$? Quelle est l'énergie E_{ma} emmagasinée par une bobine d'inductance L parcourue par un courant d'intensité $i(t)$?

- A. $E_{el} = \frac{q^2}{2C}$ et $E_{ma} = \frac{1}{2}Li^2$
 B. $E_{el} = \frac{q^2}{C}$ et $E_{ma} = Li^2$
 C. $E_{el} = \frac{q}{2C}$ et $E_{ma} = \frac{1}{2}Li$
 D. $E_{el} = \frac{qC}{2}$ et $E_{ma} = \frac{Li}{2}$

En convention récepteur, l'intensité du courant traversant un condensateur s'écrit

$$i = C \frac{du_c}{dt}$$

La puissance reçue par le condensateur est alors

$$\begin{aligned} P_c &= iu_c \\ &= Cu_c \frac{du_c}{dt} \\ &= \frac{dCu_c^2}{dt} \\ &= \frac{dE_{el}}{dt} \end{aligned}$$

De plus, on a $q = Cu_c$ donc

$$E_{el} = \frac{q^2}{2C}$$

En convention récepteur, la tension aux bornes d'une bobine s'écrit

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

La puissance reçue par la bobine est alors

$$\begin{aligned} P_L &= iu_L \\ &= Li \frac{di}{dt} \\ &= \frac{dLi^2}{dt} \\ &= \frac{dE_{ma}}{dt} \end{aligned}$$

Donc

$$E_{ma} = \frac{Li^2}{2}$$

22. Un circuit RLC série est alimenté par un générateur basse fréquence (GBF) qui impose une tension $u_e = u_{e,m} \cos(\omega t)$. Quelle est l'équation différentielle qui décrit l'évolution de la charge du condensateur ?

- A. $\ddot{q} + \frac{1}{\tau}\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{u_e}{L}$ avec $\omega_0 = \frac{1}{LC}$ et $\tau = \frac{L}{R}$
- B. $\ddot{q} + \frac{1}{\tau}\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{u_e}{L}$ avec $\omega_0 = \left(\frac{1}{LC}\right)^{\frac{1}{2}}$ et $\tau = \frac{R}{L}$
- C. $\ddot{q} + \frac{1}{\tau}\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{u_e}{L}$ avec $\omega_0 = \left(\frac{1}{LC}\right)^{\frac{1}{2}}$ et $\tau = \frac{L}{R}$
- D. $\ddot{q} + \frac{1}{\tau}\dot{q} + \omega_0^2 q = u_e$ avec $\omega_0 = \left(\frac{1}{LC}\right)^{\frac{1}{2}}$ et $\tau = \frac{L}{R}$

La loi de

$$\begin{aligned} u_e &= u_R + u_L + u_C \\ &= Ri + L\frac{di}{dt} + u_C \\ &= R\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} \\ \ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q &= \frac{u_e}{L} \\ \ddot{q} + \frac{1}{\tau}\dot{q} + \omega_0^2 q &= \frac{u_e}{L} \end{aligned}$$

avec $\omega_0 = \left(\frac{1}{LC}\right)^{\frac{1}{2}}$ et $\tau = \frac{L}{R}$

23. Sachant que l'intensité du courant dans le circuit peut s'écrire $i(t) = i_m \cos(\omega t)$, quelle est la valeur efficace I_{ef} correspondante ?

- A. $I_{ef} = i_m$ B. $I_{ef} = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$ C. $I_{ef} = i_m\sqrt{2}$ D. $I_{ef} = \frac{i_m}{2}$

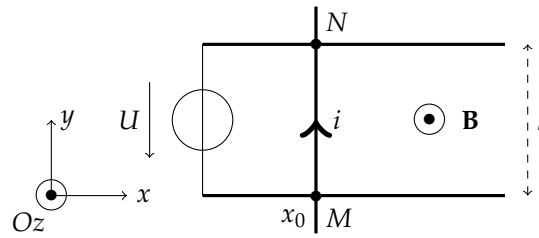
Pour un signal sinusoïdal d'amplitude i_m , la valeur efficace est $I_{ef} = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$

24. Quel est le bilan énergétique (ou puissance) du circuit ?

- A. $\frac{d(E_{el} + E_{ma})}{dt} + P_J = u_e i$
- B. $\frac{d(E_{el} + E_{ma})}{dt} + P_J = -u_e i$
- C. $\frac{d(E_{el} - E_{ma})}{dt} - P_J = u_e i$
- D. $-\frac{d(E_{el} + E_{ma})}{dt} + P_J = u_e i$

Toute la puissance fournie par le générateur est
on a alors

$$\begin{aligned} u_e i &= P_J + P_C + P_L \\ P_J + \frac{d(E_{el} + E_{ma})}{dt} &= u_e i \end{aligned}$$



On considère des rails de Laplace, conducteurs et de résistance négligeable, distants de l , disposés selon un plan horizontal. Une barre rigide MN conductrice, de résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$ et de masse linéique ρ_l , est assujettie à rester perpendiculaire aux deux rails. Elle peut se déplacer sans frottement, selon un mouvement de translation rectiligne, le long des rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$ externe uniforme et une tension constante U (cf. Fig 2). On notera i l'intensité (éventuellement variable) du courant électrique qui circule dans le circuit.

Dans ce problème, on désigne par (x, y, z) les coordonnées cartésiennes et $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ les trois vecteurs unitaires de la base correspondantes. L'origine du repère est un point O quelconque. On note x_0 la position initiale de la barre.

25. Parmi les définitions suivantes, quelles sont celles dont le contenu est incomplet ?

- A. La force de Lorentz est la force qui s'exerce sur une charge électrique q , de vitesse \mathbf{v} dans le référentiel d'étude.
- B. La force de Laplace est la force qui s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant d'intensité i .
- C. Un champ magnétique uniforme est un champ qui ne varie pas dans l'espace.
- D. Le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface orthogonale au champ s'appuyant sur un contour orienté est égal, au signe près, au produit de la norme du vecteur champ magnétique par l'aire de la surface considérée.

La force de Lorentz s'applique en pré
La force de Laplace s'exerce en pré

26. En vous appuyant sur la figure ci-dessus, déterminer à tout instant, le vecteur force de Laplace \mathbf{F}_L .

- A. $\mathbf{F}_L = i l B_0 \mathbf{e}_x$ B. $\mathbf{F}_L = -i l B_0 \mathbf{e}_x$ C. $\mathbf{F}_L = i l B_0 \mathbf{e}_y$ D. $\mathbf{F}_L = -i l B_0 \mathbf{e}_y$

La force de Laplace s'écrit

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_L &= \int_{y=0}^{y=l} i \mathbf{d}l \wedge \mathbf{B} \\ &= \int_{y=0}^{y=l} i \mathbf{e}_y \wedge B_0 \mathbf{e}_z \, dy \\ &= i B_0 \int_{y=0}^{y=l} dy \, \mathbf{e}_x \\ &= i B_0 l \mathbf{e}_x \end{aligned}$$

27. Donner l'équation du mouvement de la barre.

- A. $\ddot{x} = -i \frac{B_0}{\rho_l}$ B. $\ddot{x} = -i \rho_l B_0$ C. $\ddot{x} = -i l B_0$ D. $\ddot{x} = i \frac{B_0}{\rho_l}$

La barre e
principe fondamental de la dynamique appliqué à la barre et pro \mathbf{e}_x s'écrit

$$\begin{aligned} m \ddot{x} \mathbf{e}_x &= i B_0 l \mathbf{e}_x \\ \ddot{x} &= i B_0 \frac{l}{m} \end{aligned}$$

$$\dot{x} = i \frac{B_0}{\rho_l}$$

28. Le déplacement de la tige provoquée par la force de Laplace génère un phénomène d'induction dans le circuit. Quelle est la force électromotrice e_{in} correspondante ?

- A. $e_{in} = -lB_0\dot{x}$ B. $e_{in} = lB_0\dot{x}$ C. $e_{in} = -ilB_0\dot{x}$ D. $e_{in} = ilB_0\dot{x}$

Le flux du champ magnétique à travers le circuit s'écrit

$$\begin{aligned} \varphi_B &= \mathbf{B} \cdot l x \mathbf{e}_z \\ &= B_0 l x \end{aligned}$$

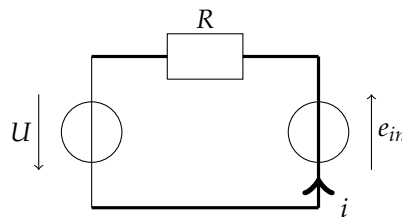
La force électromotrice s'écrit alors

$$\begin{aligned} e_{in} &= - \frac{d\varphi_B}{dt} \\ &= - \frac{dB_0 l x}{dt} \\ &= -B_0 l \dot{x} \end{aligned}$$

29. Quelle relation entre \dot{x} , i et U peut-on déduire de la question qui précède ?

- A. $B_0 l \dot{x} + Ri = -U$ B. $B_0 l \dot{x} - Ri = U$ C. $B_0 l \dot{x} + Ri = U$ D. $-B_0 l \dot{x} + Ri = U$

Re



La loi de

$$\begin{aligned} U + e_{in} &= Ri \\ U &= Ri + B_0 l \dot{x} \end{aligned}$$

30. Déduire de ce qui précède l'équation différentielle décrivant l'évolution de i dans le circuit, puis celle décrivant l'évolution de la vitesse $v = \dot{x}$ de la barre.

- A. $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$ et $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{B_0 U}{\rho_l R}$ avec $\tau = \frac{\rho_l R}{l B_0^2}$
 B. $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$ et $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{B_0 l U}{\rho_l R}$ avec $\tau = \frac{\rho_l R}{l^2 B_0^2}$
 C. $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$ et $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{\rho_l R}{B_0 U}$ avec $\tau = \frac{l B_0^2}{\rho_l R}$
 D. $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$ et $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{\rho_l R}{B_0 l U}$ avec $\tau = \frac{l^2 B_0^2}{\rho_l R}$

En remplaçant i par son ex

$$U = R \frac{\rho_l}{B_0} \ddot{x} + B_0 l \dot{x}$$

$$\dot{v} + \frac{B_0^2 l}{R \rho_l} v = \frac{U B_0}{R \rho_l}$$

$$\dot{v} + \frac{1}{\tau} v = \frac{B_0 U}{\rho_l R} \text{ avec } \tau = \frac{\rho_l R}{l B_0^2}$$

De même, en dérivant la loi de

$$0 = R \frac{di}{dt} + B_0 l \ddot{x}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{B_0 l}{R} \frac{B_0}{\rho_l} i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0 \text{ avec } \tau = \frac{\rho_l R}{l B_0^2}$$

On s'intéresse ici à quelques considérations générales autour du moment cinétique et de la rotation d'un corps rigide ou solide) autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen.

31. Que peut-on dire du vecteur moment cinétique \mathbf{L}_O au point O d'un point matériel soumis à une force centrale de centre de force O ?

- A. Le vecteur \mathbf{L}_O est une constante vectorielle.
- B. Seule la norme de \mathbf{L}_O se conserve.
- C. Seule la direction de \mathbf{L}_O se conserve.
- D. On ne peut rien dire *a priori*.

Notons \mathbf{F} la force centrale à laquelle e de centre O , on a

$$\mathbf{M}_O(\mathbf{F} = \mathbf{0})$$

La loi du moment cinétique appliquée au point matériel par rapport au point O s'écrit

$$\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = \mathbf{M}_O(\mathbf{F} = \mathbf{0})$$

On en déduit que \mathbf{L}_O e

32. On considère un axe Δ fixe dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen. Cet axe est orienté selon le vecteur unitaire \mathbf{e}_z . Un solide est en rotation, avec la vitesse angulaire $\boldsymbol{\Omega} = \Omega \mathbf{e}_z$ ($\Omega > 0$) autour de l'axe Δ . Le moment d'inertie du solide autour de cet axe est noté J_Δ . Quelle est la valeur du moment cinétique L ($\mathbf{L} = L \mathbf{e}_z$) de ce solide par rapport à l'axe Δ ?

- A. $L = -J_\Delta \Omega$
- B. $L = J_\Delta \Omega$
- C. $L = -\frac{1}{J_\Delta} \Omega$
- D. $L = -\frac{1}{2} J_\Delta \Omega$

Le moment cinétique s'écrit

$$\mathbf{L} = J_\Delta \boldsymbol{\Omega}$$

$$L = \mathbf{L} \cdot \mathbf{e}_\Delta = J_\Delta \Omega$$

33. Quelles sont la ou les expressions correctes de l'énergie cinétique E_k du solide au cours de sa rotation autour de l'axe Δ ?

- A. $E_k = \frac{1}{2} J_\Delta \Omega^2$
- B. $E_k = \frac{1}{2 J_\Delta} \Omega^2$
- C. $E_k = \frac{L^2}{2 J_\Delta}$
- D. $E_k = J_\Delta \Omega^2$

L'énergie cinétique d'un solide en rotation s'écrit

$$E_k = \frac{1}{2} J_{\Delta} \Omega^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{L^2}{J_{\Delta}}$$

34. Quelles sont les affirmations exactes ?

- A. La liaison pivot ne permet par une rotation autour d'un axe fixe.
 B. Une porte en rotation autour de l'axe formé par ses gonds est un exemple de liaison pivot.
 C. En un point donné d'une porte, et pour une force de norme déterminée, la méthode permettant d'ouvrir la porte le plus facilement consiste à appliquer la force perpendiculairement à la porte.
 D. Si l'on exerce une force de norme donnée, dont le vecteur correspondant est orthogonal à la porte, il sera d'autant plus facile de fermer la porte que le point d'application sera proche des gonds.

Une liaison pivot permet la rotation autour d'un axe fixe sans permettre la translation le long de cet axe. Une porte et force \mathbf{F} par rapport à un axe fixe s'écrit

$$|M_{\Delta}| = Fd = Fl \sin \alpha$$

avec d le bras de levier (distance de la droite portant la force à l'axe Δ), l la distance entre le point M d'application de la force et l'axe et α l'angle entre la droite portant la force et la perpendiculaire à l'axe passant par M .

Le moment ϵ à l'axe) et ϵ $\sin \alpha = \pm 1$ (donc si la force ϵ $l \epsilon$

35. On considère une porte, de largeur $l = 80$ cm, sur laquelle on exerce une force orthogonale à la porte, de norme $F = 120$ N et dont le point d'application se situe à 80 cm de l'axe de rotation. Quelle est la norme M du moment de cette force ?

- A. $M = 96 \text{ N.m}^{-1}$ B. $M = 960 \text{ N.m}$ C. $M = 96 \text{ N.m}$ D. $M = 960 \text{ N.m}^{-1}$

Numériquement,

$$M = lF = 96 \text{ N.m}$$

36. On applique maintenant une force orthogonale à la porte, mais dont le point d'application est à 40 cm des gonds. Quelle doit être la valeur F' de la force pour que le moment correspondant soit deux fois plus faible que le précédent ?

- A. $F' = 2F$ B. $F' = \frac{F}{2}$ C. $F' = F$ D. $F' = 3F$

On a initialement

$$M = lF$$

On cherche la valeur F' de la force à appliquer pour avoir

$$M' = l'F' = \frac{l}{2}F$$

$$F' = \frac{l}{2l'}F = F$$