ENAC – 2021

Epreuve de physique

Solutions

Questions	A	B	C	D	Questions	A	B	C	D
1	X		X	X	**19**	X			
2			X		**20**		X		
3	X			X	**21**				X
4		X			**22**		X	X	
5	X				**23**				X
6				X	**24**	X			X
7		X			**25**		X		
8	X				**26**			X	
9	X				**27**	X			
10	X				**28**	X	X		
11			X		**29**	X			X
12			X		**30**		X	X	
13		X			**31**		X		X
14			X		**32**	X			
15		X			**33**	X			
16		X			**34**				X
17	X				**35**				X
18		X			**36**	X			

Corrigé détaillé

1. **Réponses A, C et D**

   En effet, un angle est sans dimension, donc la dimension physique d'une pulsation propre est celle d'un angle divisée par une durée ou plus simplement l'inverse d'une durée.

2. **Réponse C**

3. **Réponse A et D**

   Système : Masse
   Référentiel : galiléen
   Bilan des forces horizontales :

   - Force de rappel du ressort de gauche : $\overrightarrow{F_g} = -K(l_e + x - l_0)\overrightarrow{e_x}$
   - Force de rappel du ressort de droite : $\overrightarrow{F_d} = +K(l_e - x - l_0)\overrightarrow{e_x}$

   Principe fondamental de la dynamique :

   $$m\ddot{x} = -2Kx$$

   $$\ddot{x} + \frac{2K}{m}x = 0$$

   On identifie la pulsation propre :

   $$\boxed{\omega_{0,l} = \sqrt{\frac{2K}{m}}}$$

Et la période :

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2K}}}$$

4. <u>Réponse B</u>

La longueur des ressorts est, à l'ordre 1 en y/l_e :

$$l_g = \sqrt{l_e^2 + y^2} \approx l_e$$

On en déduit les forces de rappel :

$$\overrightarrow{F_g} = -K\left(l_g - l_0\right)\left(\frac{y}{l_g}\overrightarrow{e_y} + \frac{l_e}{l_g}\overrightarrow{e_x}\right)$$

$$\overrightarrow{F_g} \approx -K(l_e - l_0)\left(\frac{y}{l_e}\overrightarrow{e_y} + \overrightarrow{e_x}\right)$$

Le principe fondamental de la dynamique projeté selon $\overrightarrow{e_y}$ donne :

$$\ddot{y} + \frac{2K}{m}\frac{(l_e - l_0)}{l_e}y = -\frac{g}{m}$$

On identifie la pulsation propre :

$$\omega_{0,t} = \sqrt{\frac{2K}{m}\left(1 - \frac{l_0}{l_e}\right)}$$

$$\boxed{\frac{\omega_{0,t}}{\omega_{0,l}} = \sqrt{1 - \frac{l_0}{l_e}}}$$

5. <u>Réponse A</u>

Système : Masse
Référentiel : galiléen
Bilan des forces horizontales :

- Force de rappel du ressort du haut : $\overrightarrow{F_h} = k(l_e + z - l_0)\overrightarrow{e_z}$
- Force de rappel du ressort du bas : $\overrightarrow{F_b} = -k(l_e - z - l_0)\overrightarrow{e_z}$
- Poids : $\vec{P} = -mg\overrightarrow{e_z}$

Principe fondamental de la dynamique :

$$m\ddot{z} = -2Kz - mg$$

$$\ddot{z} + \frac{2K}{m}z = -g$$

On identifie la pulsation propre :

$$\boxed{\omega_{0,l}{}' = \sqrt{\frac{2K}{m}}}$$

6. <u>Réponse D</u>

A l'équilibre :

$$\vec{0} = \overrightarrow{F_b} + \overrightarrow{F_h} + \vec{P}$$

$$0 = -K\left(l_{e,b} - l_0\right) + K\left(l_{e,h} - l_0\right) - mg$$

$$l_{e,h} - l_{e,b} = \frac{mg}{K}$$

De plus :

$$l_{e,h} + l_{e,b} = 2l_0$$

Donc :

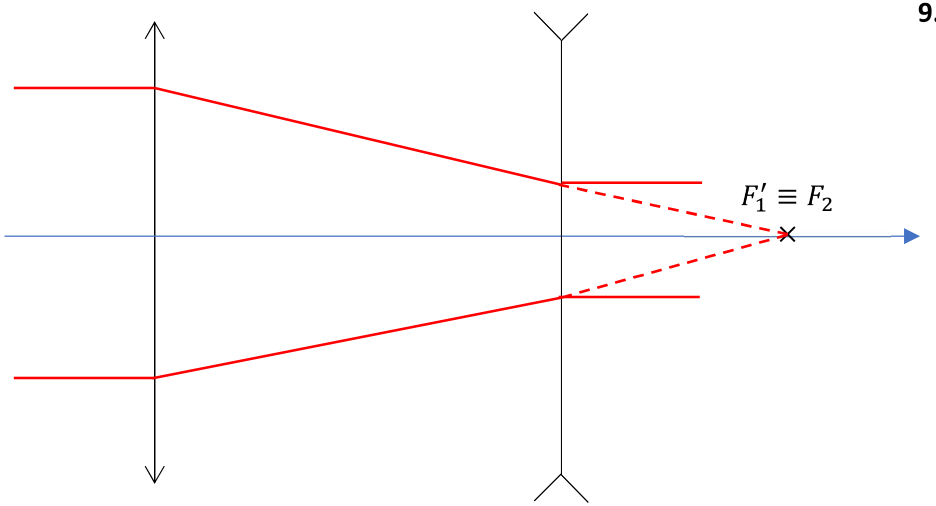
$$\boxed{l_{e,b} = l_0 - \frac{mg}{2K}}$$

$$\boxed{l_{e,h} = l_0 + \frac{mg}{2K}}$$

7. Réponse B

Un faisceau incident de lumière parallèle correspond à un objet à l'infini. Un faisceau émergent de lumière parallèle correspond à une image à l'infini. Le système optique donne d'un objet à l'infini une image à l'infini, il s'agit donc d'un système afocal.

8. Réponse A



Avec uniquement la lentille L_1 suivie de L_2 le faisceau est nécessairement rétréci (voir schéma)

Avec uniquement la lentille L_1 suivie de L_3 le faisceau n'est élargi que si $f_3' > f_1'$.

Avec les trois lentilles, si le foyer objet de L_3 est confondu avec le foyer image de L_1, il suffit de placer L_2 sur le foyer objet de L_3 pour obtenir un système afocal.

Un système composé uniquement de L_2 et L_3 correspond au schéma précédent avec la lumière provenant de la droite. Un tel système permet bien d'élargir le faisceau.

9. Réponse A

L'image par L_1 est confondu avec le foyer image de L_1 noté $F_1{}'$. L'objet de L_3 est confondu avec le foyer objet de L_3 noté F_3. Il faut donc que la lentille L_2 conjugue les points $F_1{}'$ et F_3. Avec la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{O_2F_3}} - \frac{1}{\overline{O_2F_1{}'}} = \frac{1}{f_2'}$$

$$\frac{1}{\Delta_2 - f_3} - \frac{1}{f_1 - \Delta_1} = \frac{1}{f_2}$$

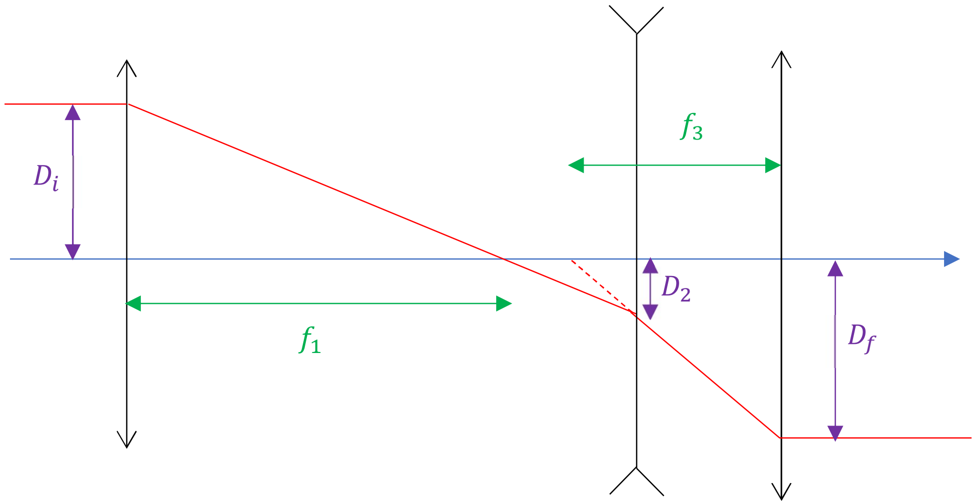
$$\boxed{\frac{1}{f_2} - \frac{1}{\Delta_2 - f_3} - \frac{1}{\Delta_1 - f_1} = 0}$$

10. Réponse A (au signe près…)

On trace le rayon de façon à ce que celui-ci :

- converge vers le foyer image de L_1 après l'avoir traversée,
- diverge en passant par L_2 de façon à ce que son prolongement passe par le foyer objet de L_3 de façon à obtenir un système afocal,
- émerge de L_3 parallèlement à l'axe optique.

1er exemple ($\Delta_1 > f_1'$) :



Avec le théorème de Thalès :

$$\frac{D_i}{f_1} = \frac{D_2}{\Delta_1 - f_1}$$

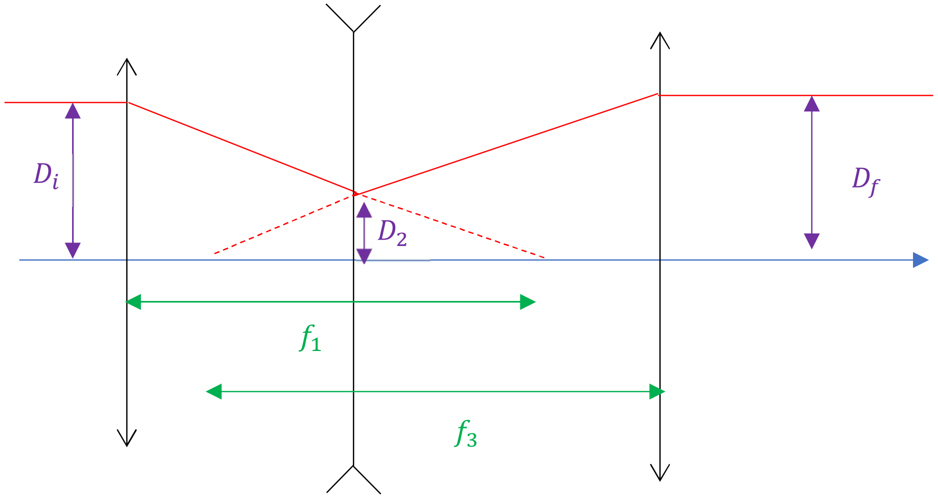
$$\frac{D_f}{f_3} = \frac{D_2}{f_3 - \Delta_2}$$

Donc :

$$\boxed{\frac{D_f}{D_i} = \frac{f_3(\Delta_1 - f_1)}{f_1(f_3 - \Delta_2)}}$$

On obtient la réponse A au signe près…

2ème exemple ($\Delta_1 < f_1'$) :



Avec le théorème de Thalès :

$$\frac{D_i}{f_1} = \frac{D_2}{f_1 - \Delta_1}$$

$$\frac{D_f}{f_3} = \frac{D_2}{f_3 - \Delta_2}$$

Donc :

$$\boxed{\frac{D_f}{D_i} = \frac{f_3(\Delta_1 - f_1)}{f_1(\Delta_2 - f_3)}}$$

On obtient la réponse A pour ce cas particulier.

11. <u>Réponse C</u>

D'après la question 10 :

$$\frac{r_D f_1}{f_3(\Delta_1 - f_1)} = \frac{1}{\Delta_2 - f_3}$$

Avec la question 9 :

$$\frac{1}{f_2} - \frac{1}{\Delta_1 - f_1} - \frac{r_D f_1}{f_3(\Delta_1 - f_1)} = 0$$

$$\frac{\Delta_1 - f_1}{f_2} - 1 - \frac{r_D f_1}{f_3} = 0$$

$$\Delta_1 - f_2 = f_1 \frac{f_3 + r_d f_2}{f_3}$$

$$\boxed{f_1 = \frac{f_3(\Delta_1 - f_2)}{f_3 + r_D f_2}}$$

12. <u>Réponse C</u>

13. <u>Réponse B</u>

En tenant compte de l'orientation définie par l'énoncé, le flux à travers le circuit est :

$$\phi = \iint -B_a \overrightarrow{e_y} \cdot \overrightarrow{e_y} dS$$

Lorsque le circuit est partiellement immergé dans le champ :

$$\phi = -B_a a z_a$$

Avec la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\boxed{e(t) = aB_a \dot{z}_A(t)}$$

14. <u>Réponse C</u>

En appliquant la loi des mailles au circuit :

$$e(t) = R_c i(t)$$

Les forces de Laplace sur les portions latérales de la spire se compensent. La force se résume donc à la force de Laplace sur la portion AB :

$$\overrightarrow{F_L} = \int_A^B i\, d\vec{l} \wedge \overrightarrow{B_a} = i\, \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_a}$$

$$\overrightarrow{F_L} = -i(t) a B_a \overrightarrow{e_z}$$

$$\boxed{\overrightarrow{F_L} = -\frac{a^2 B_a^2}{R_c} \dot{z}_A(t) \overrightarrow{e_z}}$$

15. **Réponse B**

Système : Spire
Référentiel : Galiléen
Bilan des forces :

- Poids : $\vec{P} = mg\overrightarrow{e_z}$
- Force de Laplace : $\overrightarrow{F_L} = -\frac{a^2B_a^2}{R_c}\dot{z}_A(t)\overrightarrow{e_z}$

Principe fondamental de la dynamique selon $\overrightarrow{e_z}$:

$$m\ddot{z}_A = -\frac{a^2B_a^2}{R_c}\dot{z}_A(t) + mg$$

$$\boxed{\ddot{z}_A + \frac{a^2B_a^2}{mR_c}\dot{z}_A(t) = g}$$

16. **Réponse B**

17. **Réponse A**

Solution de l'équation homogène :

$$\dot{z}_{A,H}(t) = A\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Solution particulière :

$$\dot{z}_{A,P} = \tau g$$

Solution complète :

$$\dot{z}_A(t) = A\, e^{-\frac{t}{\tau}} + \tau g$$

Avec la condition initiale on obtient :

$$\boxed{\dot{z}_A(t) = (v_0 - g\tau)e^{-\frac{t}{\tau}} + g\tau}$$

18. **Réponse B**

Si la spire est immobile, il n'y a pas de variation de flux donc la tension induite est nulle.

La situation étudiée dans cette exercice (spire en mouvement dans un champ magnétique statique) correspond à l'induction dite de « Lorentz ». La tension induite est alors (hors-programme) en calculant la circulation de $\vec{v} \wedge \vec{B}$ avec $\vec{v}$ la vitesse d'un élément du circuit. On retrouve bien que si le circuit est immobile, la tension est nulle.

19. **Réponse A**

Loi des gaz parfait :

$$V = nRT$$

Or :

$$m = M_a n$$

Donc :

$$pV = \frac{mRT}{M_A}$$

$$\boxed{p = \frac{\rho}{M_a}RT}$$

20. <u>Réponse B</u>

21. <u>Réponse D</u>

En dérivant par rapport à z l'expression précédente

$$(1-\gamma)p^{-\gamma}T^{\gamma}\frac{dp}{dz}+\gamma p^{1-\gamma}T^{\gamma-1}\frac{dT}{dz}=0$$

$$(1-\gamma)\frac{dp}{dz}+\gamma\frac{p}{T}\frac{dT}{dz}=0$$

$$\boxed{\frac{dT}{dz}=\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{M_a}{\rho R}\frac{dp}{dz}}$$

22. <u>Réponses B et C</u>

Avec la loi de la statique des fluides fournie, l'équation précédente se récrit :

$$\frac{dT}{dz}=-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{M_a g}{R}$$

En intégrant :

$$T(z)=T_0-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{M_a g}{R}z$$

$$\boxed{T(z)=T_0\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{M_a g}{RT_0}z\right)}$$

Les valeurs numériques proposées à la question 24 semblent néanmoins suggérer que l'énoncé ne considère que la solution $H>0$ comme valable. $H>0$ correspond en effet à l'altitude à partir de laquelle la température s'annule (dans le modèle considéré), mais H n'étant pas définie par l'énoncé il semble difficile de considérer la réponse C comme fausse.

23. <u>Réponse D</u>

D'après les questions 19 et 20 :

$$\rho^{1-\gamma}T=cste$$

$$\rho=cste\ T^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\boxed{\rho=\rho_0\left(1-\frac{z}{H}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

24. <u>Réponse A et D</u>

25. <u>Réponse B</u>

26. <u>Réponse C</u>

Le moment par rapport à C de la force centrale est nul donc d'après le théorème du moment cinétique, le moment cinétique par rapport à C est constant.

27. **Réponse A**

La réponse précédente permet de préciser que le mouvement est plan. En notant $\overrightarrow{e_z}$ le vecteur perpendiculaire à ce plan selon $\vec{L}$, le moment cinétique s'écrit donc en coordonnées cylindriques :

$$\vec{L} = r\overrightarrow{e_r} \wedge m\left(\dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}\right) = mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z}$$

Par définition de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_p$$

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 - \frac{K}{r}$$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m\frac{L^2}{r^2} - \frac{K}{r}}$$

28. **Réponse A et B**

$$\frac{d\vec{\Lambda}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \wedge \vec{L} + \vec{p} \wedge \frac{d\vec{L}}{dt} - mK\frac{d\overrightarrow{e_r}}{dt}$$

Avec le principe fondamental de la dynamique et le théorème du moment cinétique :

$$\frac{d\vec{\Lambda}}{dt} = -\frac{K}{r^2}\overrightarrow{e_r} \wedge \vec{L} + \vec{0} - mK\frac{d\overrightarrow{e_r}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{\Lambda}}{dt} = -\frac{K}{r^2}\overrightarrow{e_r} \wedge mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z} + \vec{0} - mK\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{\Lambda}}{dt} = \vec{0}}$$

$$\vec{\Lambda}.\vec{L} = (\vec{p} \wedge L\overrightarrow{e_z} - mK\overrightarrow{e_r}).L\overrightarrow{e_z}$$

$$\boxed{\vec{\Lambda}.\vec{L} = 0}$$

29. **Réponse A et D**

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à A dans le référentiel géocentrique et en le projetant selon $\overrightarrow{e_\theta}$:

$$-mR_A\dot{\theta}^2 = -\frac{K}{R_A^2}$$

$$v_A = R_A\dot{\theta}$$

$$\boxed{v_A = \sqrt{\frac{K}{mR_A}}}$$

On en déduit l'énergie cinétique :

$$E_k = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$E_k = \frac{K}{2R_A}$$

Avec l'expression de l'énergie potentielle :

$$E_p = -\frac{K}{R_A}$$

$$\boxed{E_K = -\frac{E_p}{2}}$$

30. <u>Réponse B et C</u>

A cause des frottements, le corpuscule va se rapprocher de la surface de la Terre (l'énergie mécanique diminue et $E_m = -K/2R_A$ si la trajectoire est « suffisamment circulaire »).

La question précédente (en supposant que la trajectoire reste « suffisamment circulaire ») montre alors que la vitesse du corpuscule augmente.

La force de frottement est bien de sens opposé à la vitesse du corpuscule.

La norme de la force et donc de l'accélération est d'autant plus forte que le corpuscule est proche du centre de la Terre.

On montre alors que le moment de la force de frottement n'est pas nul et donc que le moment cinétique ne se conserve plus.

31. <u>Réponse B et D</u>

32. <u>Réponse A</u>

D'après la relation de De Broglie :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p}$$

Pour une particule matériel non-relativiste :

$$\boxed{\lambda_{DB} = \frac{h}{mv}}$$

33. <u>Réponse A</u>

34. <u>Réponse D</u>

Sachant que $\lambda_{DB} \ll \varepsilon$, $\sin\theta \approx \theta$:

$$\theta \approx 2 \times 10^{-5}\, rad = 1 \times 10^{-3}\, degré$$

Or $1\, degré = 3600\, secondes\, d'arc$:

$$\boxed{\theta = 4''}$$

35. <u>Réponse D</u>

Par trigonométrie :

$$\tan\theta = \frac{y_1}{d} \approx \theta$$

$$\boxed{y_1 \approx \frac{d\lambda_{DB}}{\varepsilon}}$$

36. Réponse A

Les neutrons sont envoyés avec une vitesse $v_n = 0{,}2\ km.s^{-1}$, ils parcourent la distance fente/écran en un temps :

$$\Delta t = \frac{d}{v_n}$$

$$\Delta t = 25\ ms$$

Pour une expérience neutron par neutron, il faut :

$$T_r > \Delta t$$

Il semble donc possible d'utiliser un temps T_r inférieur à 50 ms.

Contact

N'hésitez pas à me signaler des erreurs par mail : yohan.poirier@ac-poitiers.fr