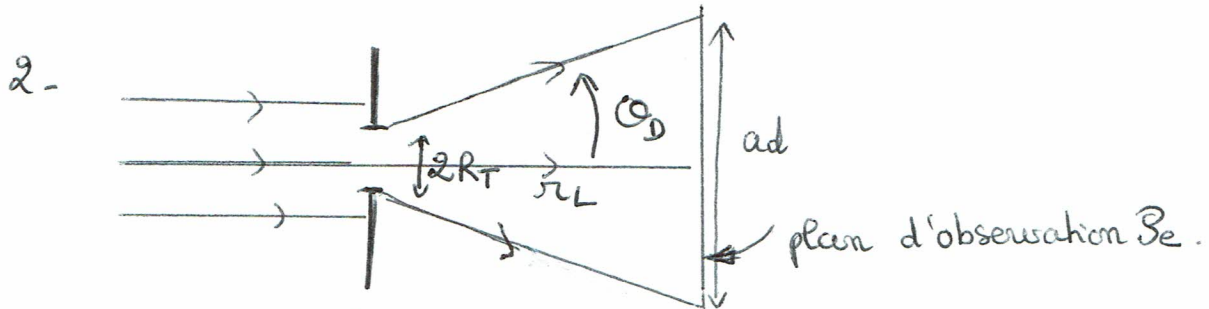


I - Couleur de la Lune totalement éclipsee

I-A - Sources de lumière éclairant la Lune.

1. La photo de la figure 2 se situerait dans la chronologie de l'éclipse entre (3) et (4).



• $\sin \theta_0 \approx \frac{\lambda}{2R_T}$ avec $\lambda =$ longueur d'onde visible.
Prenons $\lambda = 550 \text{ nm}$ (jaune).

AN $\sin \theta_0 \approx \frac{550 \cdot 10^{-9}}{2 \times 6,37 \cdot 10^6} = 43 \cdot 10^{-15} \Rightarrow \theta_0 \approx 10^{-14} \text{ rad.}$

• $ad \approx 2R_L \theta_0 = 2 \times 3,84 \cdot 10^8 \times 43 \cdot 10^{-15} \Rightarrow$ quelques dizaines de micromètres.

On a donc $ad \ll 2R_L$

\Rightarrow ce n'est pas la lumière diffractée par la Terre qui éclaire la Lune pendant l'éclipse.

I-B - Modèle d'atmosphère isotherme

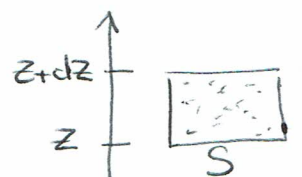
3. Une cellule mésoscopique d'air est en équilibre sous l'effet de son poids compensé par les forces de pression.

Si la tranche d'air se situe entre z et $z + dz$:

$$P(z) \times S - P(z + dz) \times S - \rho_a \times S dz \times g = 0$$

avec S la section de la tranche d'air

soit $\frac{dP}{dz} = -\rho_a g.$



De plus $p_a(z) = \frac{P(z)M_a}{RT}$ d'après la loi des gaz parfaits ②

$$\text{donc } \frac{RT}{M_a} \frac{dp_a}{dz} = -p_a g$$

$$\text{soit } \left| \frac{dp_a}{dz} + \frac{M_a g}{RT} p_a(z) = 0 \right.$$

$$\text{donc } \left| p_a(z) = p_a(0) \exp(-z/H_c) \right. \quad \text{avec } \left| H_c = \frac{RT}{M_a g} \right.$$

$$\underline{\text{AN}} \quad H_c = \frac{8,31 \times 293}{29 \cdot 10^{-3} \times 9,80} = 8,6 \text{ km}$$

4- Au niveau de la mer: $p_a(0) = \frac{P(0)M_a}{RT}$ avec $P(0) = 1 \text{ bar}$

$$p_a(0) = \frac{10^5 \times 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \times 293} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

• Au sommet du Mont Everest: $p_a(z_{\text{Everest}}) = p_a(0) \exp\left(-\frac{z_{\text{Everest}}}{H_c}\right)$

$$p_a(z_{\text{Everest}}) = 1,2 \times \exp\left(-\frac{8848}{8,6 \cdot 10^3}\right) = 0,43 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

• Avec les données de pression et de température au sommet de l'Everest, on obtient:

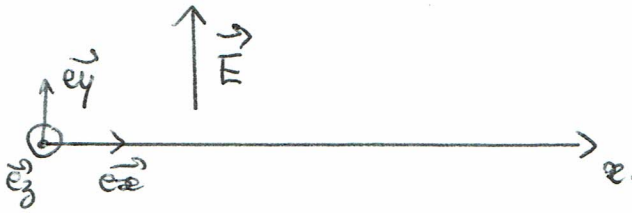
$$p_a(z_{\text{Everest}}) = \frac{P_{\text{Everest}} M_a}{R T_{\text{Everest}}} = \frac{321 \cdot 10^2 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \times 230} = 0,45 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

• On peut calculer un écart relatif entre le modèle et le résultat des données expérimentales:

$$\% = \frac{|0,43 - 0,45|}{0,45} = 4\% \quad \Rightarrow \text{le modèle d'atmosphère isotherme est adapté dans cette gamme d'altitude.}$$

I-C - Onde électromagnétique incidente.

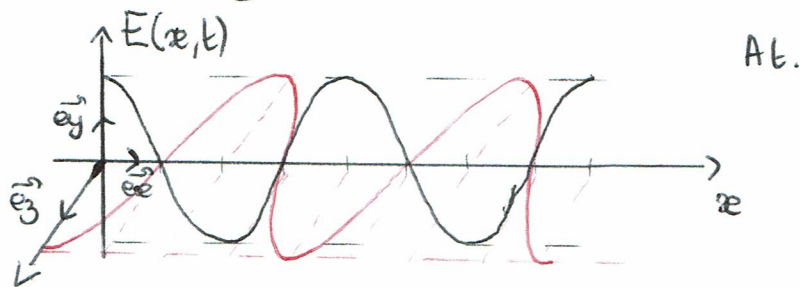
(3)



5. $\vec{E} = E_m \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$

• dans le vide, pour une onde OPPM : $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u}_x \wedge \vec{E}}{c}$

donc $\vec{B} = \frac{E_m}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z$



$B(x,t)$

6. $\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_m^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - kx) \vec{u}_x$

• $I_0 = \langle \|\vec{R}(x,t)\| \rangle = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c}$ donc $E_m = \sqrt{2\mu_0 c I_0}$

AN $E_m = \sqrt{2 \times 10^{-6} \times 3.10^8 \times 10^3}$

$E_m = 8.10^2 \text{ Vm}^{-1}$

I-D - Transfert du rayonnement solaire à travers l'atmosphère terrestre

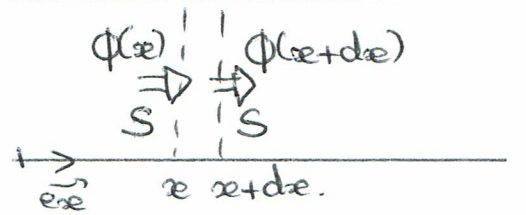
7. En utilisant la loi des gaz parfaits : $\eta_a(x) = \frac{N_a(x)}{V} = \frac{n_a(x) d_A}{V}$



$= \frac{P(x) d_A}{RT}$

$= \frac{P_a(x) d_A}{M_a}$

donc $\eta_a(x) = \frac{P_a(x) d_A}{M_a}$



$$\underbrace{\Phi(x)}_{\text{flux incident}} = \underbrace{\Phi(x+dx)}_{\text{flux en } x+dx} + \underbrace{P_a}_{\text{puissance diffusée par les molécules dans toutes les directions}} + \underbrace{P_p}_{\text{puissance absorbée par les poussières}}$$

$$\text{soit } I(x) \times S = I(x+dx) \times S + \eta_a(x) \times S dx \times S_a + \eta_p(x) \times S dx \times S_p$$

$$9. \text{ ou } I(x+dx) - I(x) = -\eta_a(x) dx S_a - \eta_p(x) dx S_p$$

$$\text{d'où } \frac{dI}{dx} = -\eta_a(x) S_a - \eta_p(x) S_p$$

$$\frac{dI}{dx} + \eta_a(x) k_a \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 I(x) + \eta_p(x) k_p I(x) = 0$$

$$\text{On obtient alors : } \frac{dI}{I} = - \left[\eta_a(x) k_a \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 + \eta_p(x) k_p \right] dx$$

$$\Rightarrow \boxed{I(x) = I(0) \exp \left[- \underbrace{\int_0^x \eta_a(\xi) k_a \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 d\xi - \int_0^x \eta_p(\xi) k_p d\xi}_{-d_o(x)} \right]}$$

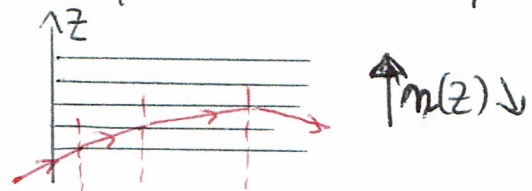
$$d_o(x) = -k_a \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 \int_0^x \eta_a(\xi) d\xi - \int_0^x \eta_p(\xi) d\xi$$

I-E - Réfraction atmosphérique

10. Il y a réfraction de la lumière par l'atmosphère car l'indice n'est pas uniforme \Rightarrow le rayon lumineux se courbe.

ex : milieu stratifié :

On peut appliquer les lois de Descartes à chaque interface.



$$11. \cdot \sqrt{\frac{\Omega^2}{\Omega_0^2} - 1} = \sqrt{\frac{(R_T + Z)^2}{(R_T + Z_0)^2} - 1} = \sqrt{\frac{(1 + \frac{Z}{R_T})^2}{(1 + \frac{Z_0}{R_T})^2} - 1}$$

$$\approx \left(\left(1 + \frac{2Z}{R_T} \right) \left(1 - \frac{2Z_0}{R_T} \right) - 1 \right)^{1/2}$$

$$\approx \left(\frac{2\mu}{R_T} \right)^{1/2} \quad \text{avec } \frac{Z}{R_T} \ll 1 \text{ et } \frac{Z_0}{R_T} \ll 1$$

- $n(z) = 1 + \epsilon_\lambda \frac{\rho_a(z)}{\rho_a(0)}$

$$dn = \frac{\epsilon_\lambda}{\rho_a(0)} d\rho_a$$

- $\rho_a(z) = \rho_a(0) \exp\left(-\frac{z}{H_c}\right)$

$$d\rho_a = \rho_a(0) \cdot \left(-\frac{1}{H_c}\right) \exp\left(-\frac{z}{H_c}\right) dz$$

$$d\rho_a = \rho_a(0) \exp\left(-\frac{z_0}{H_c}\right) \left(-\frac{1}{H_c}\right) \exp\left(-\frac{\mu}{H_c}\right) d\mu$$

$$d\rho_a = \rho_a(z_0) \left(-\frac{1}{H_c}\right) \exp\left(-\frac{\mu}{H_c}\right) d\mu$$

$$12. \Theta_d(z_0, \lambda) = 2 \int_0^\infty \sqrt{\frac{R_T}{2\mu}} \times \frac{\epsilon_\lambda}{\rho_a(0)} \rho_a(z_0) \left(-\frac{1}{H_c}\right) \exp\left(-\frac{\mu}{H_c}\right) d\mu$$

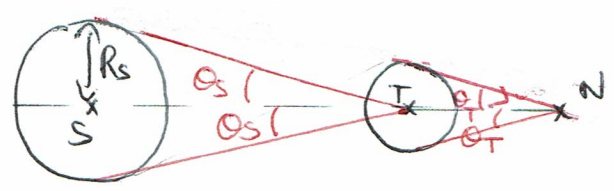
$$= \sqrt{2R_T} \epsilon_\lambda \exp\left(-\frac{z_0}{H_c}\right) \frac{1}{H_c} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\nu}} e^{-\nu} d\nu$$

$$\Theta_d(z_0, \lambda) = \sqrt{\frac{2R_T \pi}{H_c}} \epsilon_\lambda \exp\left(-\frac{z_0}{H_c}\right) \quad \text{avec } \nu = \frac{\mu}{H_c}$$

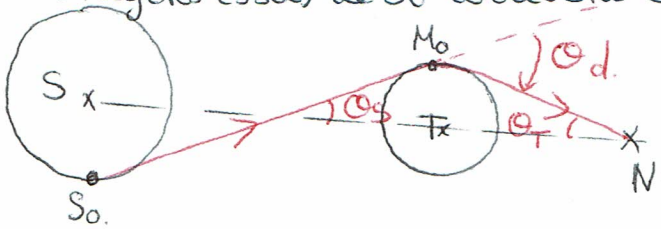
⇒ déviation maximale pour $z_0 = 0$.

$$13. \delta\Theta_d = \sqrt{\frac{2\pi R_T}{H_c}} \exp\left(-\frac{z_0}{H_c}\right) \cdot \alpha\left(-\frac{2H_c^2}{\lambda^3}\right) \delta\lambda$$

14. La déviation est maximale pour un rayon passant au niveau de la surface terrestre



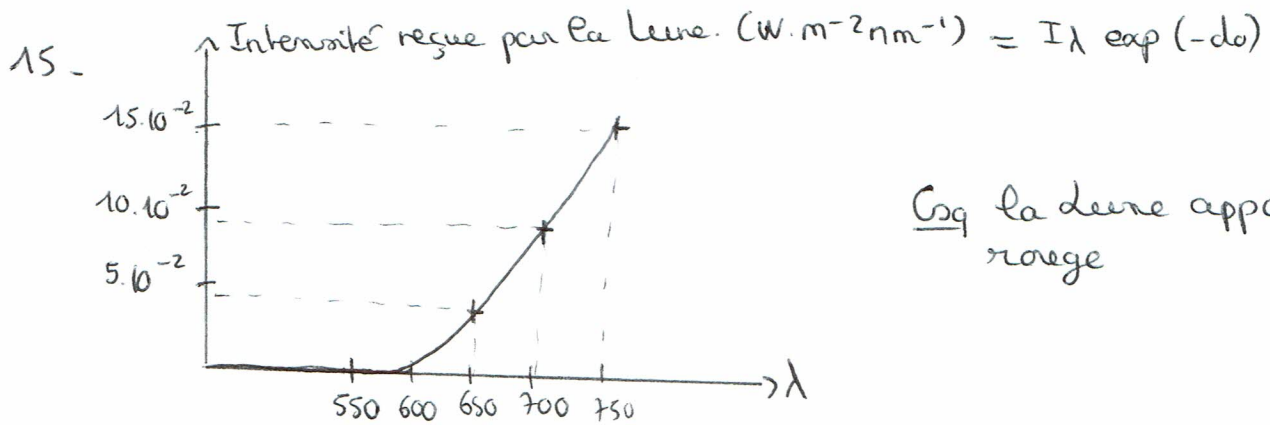
Compte tenu des longueurs intervenant dans le problème; les rayons issus de S_0 arrivent en M_0 et T avec des incidences proches



$$\theta_d = \theta_s + \theta_r = 73'$$

\Rightarrow La déviation de la lumière du soleil due à l'inhomogénéité de l'atmosphère peut expliquer que la Lune soit éclairée dans le cône d'ombre de la Terre.

I-F. Prédiction du spectre de la lumière reçue par la lune



Csq la lune apparaît rouge

II - Echo de la grande pyramide de Chichén Itzá

II - A - Sonogramme

16). $f_1 = 1,5 \text{ kHz}$

• $20 \log\left(\frac{a_2}{a_1}\right) = -50 \text{ dB}$ donc $\log\left(\frac{a_2}{a_1}\right) = -\frac{5}{2}$

$$a_2 = a_1 \cdot 10^{-5/2}$$

$$= a_1 \times (10^{+0,5})^{-5}$$

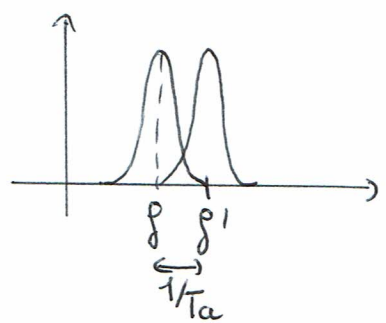
$$= 10^{-1} \times 3,16^{(-5)}$$

$$a_2 = \frac{0,1}{(3,16)^5} = 0,3 \text{ mV.}$$

17). Si on ne considère que le fondamental et l'harmonique de rang 2, il faut $f_e > 2 \times f_2 = 4f_1 = 6 \text{ kHz}$ pour respecter le critère de Shannon.

• A cause de la durée finie de l'acquisition, chaque pic du speche s'élargit.

La demi-largeur d'un pic est $\frac{1}{T_a}$.



On peut séparer f et f' si $f' - f \geq \frac{1}{T_a}$

La résolution correspond au cas limite $\delta f = \frac{1}{T_a} = 10^2 \text{ Hz}$

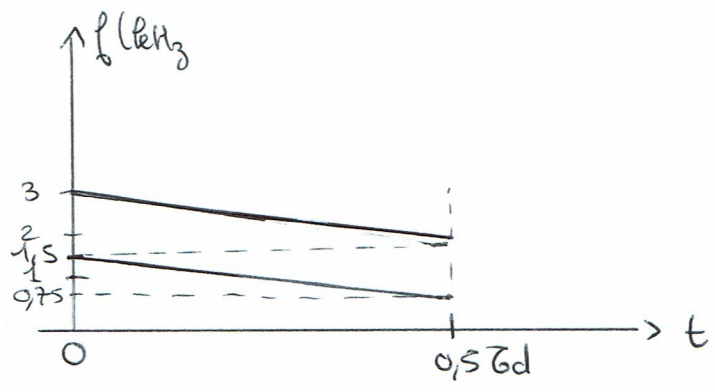
soit $T_a = 10 \text{ ms.}$

18). Chaque speche est fait avec une durée d'acquisition T_a donc on a encore $\delta f = \frac{1}{T_a}$.

• $N = \frac{f_M}{\delta f} \times \frac{T}{T_a} = \frac{3,5 \cdot 10^3}{10^2} \times \frac{500}{10} = 35 \times 50 = 1750 \text{ pixels}$

19) Pour suivre les variations de f_1 au cours du temps, il faut qu'elle ne varie pas trop vite.

Il faut donc que $\left| \frac{df_1}{dt} \right| = \frac{f_1}{6d} < \frac{\delta f}{T_a}$



20). $T_g \approx 130 \text{ ms} \quad (200 - 60)$

- $f_{q1} (t = 140 \text{ ms}) = 0,5 \text{ kHz}$
- $f_{q2} (t = 140 \text{ ms}) = 1 \text{ kHz}$
- $f_{q3} (t = 140 \text{ ms}) = 1,5 \text{ kHz}$
- $f_{q4} (t = 140 \text{ ms}) = 2 \text{ kHz}$.

II - B - Diffraction due son par une marche d'escalier

(9)

$$21) \psi(S_m, t) = \psi(S, t - \frac{dn}{c_s}) = s(t - \frac{dn}{c_s})$$

$$\begin{aligned} \psi'(S, t) &= \psi'(S_m, t - \frac{dn}{c_s}) = K \psi(S_m, t - \frac{dn}{c_s}) \\ &= K \psi(S, t - \frac{2dn}{c_s}) \\ &= K s(t - \frac{2dn}{c_s}) \end{aligned}$$

$$22) \psi'(S, t) = K s_m \cos(\omega(t - \frac{2dn}{c_s}))$$

$= \phi'_m(t)$

II - C - Superposition constructive en S

$$23) \Delta \phi'_m = \omega(t - \frac{2dn}{c_s}) - \omega(t - \frac{2dn+1}{c_s}) = \frac{2\omega}{c_s}(dn+1 - dn)$$

24) Il y a interférences constructives pour $\Delta \phi'_m = 2m\pi$ entier

soit pour $\frac{2\omega_m}{c_s}(dn+1 - dn) = 2m\pi$

$$\boxed{\omega_m = \frac{m\pi c_s}{dn+1 - dn}} \quad \text{et} \quad \boxed{K_m = \frac{m c_s}{2(dn+1 - dn)}}$$

$$25) \bullet d_n^2 = (a + n\beta)^2 + (n\beta)^2$$

$$\begin{aligned} \bullet d_{n+1}^2 - d_n^2 &= (a + (n+1)\beta)^2 + (n+1)^2\beta^2 \\ &\quad - (a + n\beta)^2 - (n\beta)^2 \\ &= \cancel{a^2} + 2a(n+1)\beta + 2(n+1)^2\beta^2 \\ &\quad - \cancel{a^2} - 2an\beta - 2n^2\beta^2 \\ &= 2a\beta + 2\beta^2 + 4n\beta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet K_1 &= \frac{c_s}{2(dn+1 - dn)} \quad \text{et} \quad d_{n+1}^2 - d_n^2 = (dn+1+dn)(dn+1-dn) \\ &= \frac{c_s \times 2dn}{2(2a\beta + 2\beta^2 + 4n\beta^2)} \\ &= \frac{c_s}{2a\beta} \times \frac{1}{(1 + \frac{\beta}{a} + \frac{2n}{a})} \times dn = g(n) \end{aligned}$$

26) $d_N = 50 \text{ m}$

$$\left. \begin{aligned} \bullet t_1 &= \frac{2d_1}{c_s} = \frac{2 \times 21}{340} = 0,12 \text{ s} \\ \bullet t_N &= \frac{2d_N}{c_s} = \frac{2 \times 50}{340} = 0,29 \text{ s} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{durée de l'écho} \\ &= 0,17 \text{ s.} \end{aligned}$$

27) Au début de l'écho, on entend le son diffracté par

S_0 et S_1 : $V_1(t_1) = \frac{c_s}{2ab} g(1) d_1$
 ou S_1 et S_2 ?

$$= \frac{340}{2 \times 20 \times 26,3 \cdot 10^{-2}} \times 19,5$$

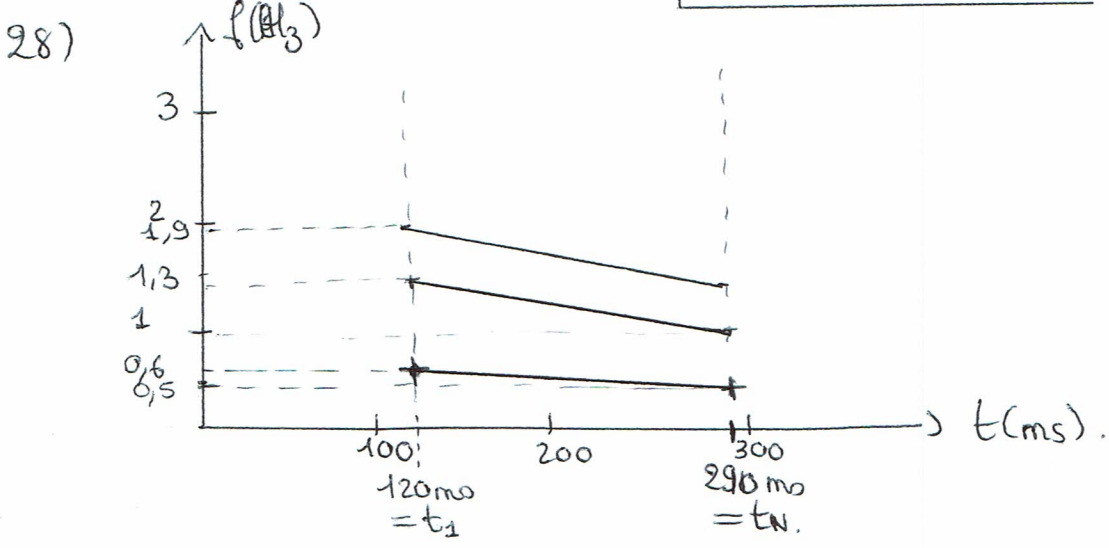
$V_1(t_1) = 630 \text{ Hz}$

A la fin de l'écho, on entend le son diffracté par les dernières marches :

$$V_1(t_N) = \frac{c_s}{2ab} g(91) d_{g_1}$$

$$= \frac{340}{2 \times 20 \times 26,3 \cdot 10^{-2}} \times 14,3$$

$V_1(t_N) = 462 \text{ Hz}$



On retrouve des fréquences de mêmes ordres de grandeur dans les 2 sonogrammes mais c'est un peu difficile de calculer des écarts relatifs car la lecture est assez imprécise sur le document 10.