MACHINES À ÉCOULEMENT PERMANENT

MINES 2015 - PHYSIQUE II - PSI

I. — Dimensionnement d'une installation de liquéfaction

I.A. — Dimensionnement des étages de compression

❑ 1 – Pour un gaz parfait diatomique, on a cinq degrés de liberté, trois de translation et deux de rotation (la rotation autour de l'axe N-N a un moment d'inertie négligeable). On a donc $c_v = 5\times\dfrac{R}{2}$ et, d'après la relation de Mayer, $c_p = c_v + R = 7\times\dfrac{R}{2}$, soit $\gamma = \dfrac{7}{5} = 1,4$. Pour une compression adiabatique réversible donc isentropique, on a la relation de Laplace $P^{1-\gamma}T^{\gamma} = C^{te}$, ce qui donne entre l'entrée et la sortie d'un compresseur $\left(\dfrac{p_{\text{sortie}}}{p_{\text{entrée}}}\right)^{1-\gamma}\left(\dfrac{T_{\text{sortie}}}{T_{\text{entrée}}}\right)^{\gamma} = 1$, soit $T_{\text{sortie}} = T_E r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} < T_{\max}$ et $r_{\max} = \left(\dfrac{T_{\max}}{T_E}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\dfrac{p_A}{p_E}\right)^{1/N_{\min}}$. En prenant le logarithme,

$$N_{\min} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\ln(p_A/p_E)}{\ln(T_{\max}/T_E)}$$

A.N. $N_{\min} = 4,57$. On prendra donc cinq étages et $r = 100^{1/5} = 2,51$ et $T_{\text{sortie}} = 390\,\text{K}$.

❑ 2 – Par définition de r, si r ne change pas , N ne change pas ? Par contre, pour une même contrainte en température, il faut diminuer r et donc augmenter N. Le terme $T\,\mathrm{d}S > 0$ de $\mathrm{d}H = T\,\mathrm{d}S + V\,\mathrm{d}P$ va en effet conduire à une augmentation plus importante de l'enthalpie et donc de la température.

❑ 3 – Si on suppose le réfrigérant globalement adiabatique (il n'y a pas de travail), on a d'après le premier principe $D_{\text{eau}}c_e\left(T'_{\text{sortie}} - T_e\right) + D\dfrac{7R}{2M}\left(T_E - T_{\text{sortie}}\right) = 0$, soit

$$\left.\frac{D_{\text{eau}}}{D}\right|_{\min} = \frac{7R}{2M}\frac{T_{\text{sortie}} - T_E}{c_e\left(T'_{\max} - T_e\right)}$$

A.N. $\left.\dfrac{D_{\text{eau}}}{D}\right|_{\min} = 0,32$

I.B. — Diagramme enthalpique du diazote

❑ 4 – $\mathcal{C}_1$ est une isotherme. À basse pression, l'hypothèse gaz parfait se justifie et h n'est fonction que de la température, les isenthalpes se confondent avec les isothermes, on a donc une asymptote verticale à basse pression.

❑ 5 – $\mathcal{C}_2$ est une isentrope. On a alors, dans la zone vapeur, $\mathrm{d}h = v\,\mathrm{d}p$, la pente de la courbe est bien positive. Remarque : l'axe des pressions est logarithmique, la pente vaut $\dfrac{1}{p}\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}h} = \dfrac{1}{pv}$.

❑ 6 – La courbe $\mathcal{C}_3$ se décompose en courbe de rosée à droite (vapeur à droite et mélange liquide-vapeur à gauche) et courbe d'ébullition à gauche (liquide à gauche et mélange à droite). Le point O est le point critique.

❑ 7 – $\mathcal{C}_4$ est la courbe isotitre. Le diazote en M est de titre 0,1 i.e. un mélange avec 10% de liquide et 90% de vapeur.

I.C. — Dimensionnement de l'échangeur (E)

❑ 8 – D'après la règle des moments $h_C = (1-x)h_{\text{vap}} + xh_{\text{liq}}$.

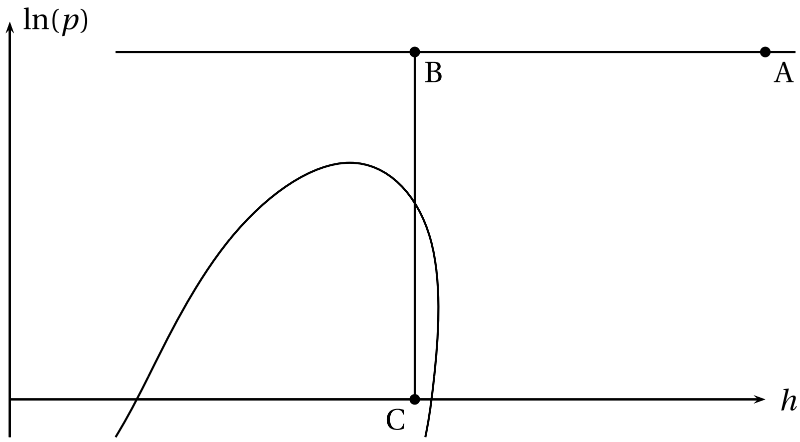
❑ 9 – En D, on récupère la fraction vapeur du débit D soit $D' = (1-x)D$ et $D_m = xD$.

❑ 10 – Un bilan d'énergie sur l'échangeur adiabatique et sans partie mobile conduit à $D'(h_E - h_{\text{vap}}) + D(h_B - h_A) = 0$. Dans la vanne de détente, la transformation est isenthalpique (système ouvert, régime permanent, adiabatique, sans partie mobile) et donc $h_B = h_C = (1-x)h_{\text{vap}} + xh_{\text{liq}}$. Soit $(1-x)h_E - h_A + xh_{\text{liq}} = 0$ ou

$$x = \frac{h_E - h_A}{h_E - h_{\text{liq}}}$$

❑ 11 – On lit sur le diagramme enthalpique $h_E = 525\,\text{kJ/kg}$ (isotherme 27 °C, isobare 1 bar), $h_A = 500\,\text{kJ/kg}$ (isotherme 27 °C, isobare 100 bar) ; $h_{\text{vap}} = 280\,\text{kJ/kg}$; $h_{\text{liq}} = 85\,\text{kJ/kg}$, $x = 0{,}057$. Pour un gaz parfait h ne dépend que de la température $h_A = h_E$ et donc $x = 0$, on n'a pas de liquide !

❑ 12 – B est à l'intersection de l'isobare passant par A et de l'isenthalpe passant par C. Au point B, l'azote est sous forme de gaz à la température de $-115\,°\text{C}$.



❑ 13 – Pour un compresseur adiabatique $w_i = \Delta h = c_p \Delta T$. La puissance correspondante est donc $P = NDc_p(T_{\text{sortie}} - T_E)$, avec $c_p = \dfrac{7R}{2M}$, capacité thermique massique et $D = \dfrac{D_m}{x}$.

A.N. $P = 248\,\text{kW}$

Le débit de $1\,\text{L}\text{h}^{-1}$ correspond à $\dfrac{0{,}81}{3600} = 0{,}23\,\text{g/s}$ qui, par une règle de trois, donne 1,9 kW. L'ordre de grandeur est tout à fait respecté.

II. — Roue-vanne de Sagebien

II.A. — Etude dynamique du mouvement de la roue-vanne

❑ 14 – $D_m = \rho D_v = \rho v S = \rho d h_0 v$. Lorsqu'une pale tourne de $\mathrm{d}\beta$, elle entraine un volume $\delta V = \frac{1}{2}\mathrm{d}\beta \cdot d\left(R'^2 - R^2\right)$. La conservation du débit massique $\rho\dfrac{\delta V}{\mathrm{d}t}$ conduit donc à $h_0 v = \frac{1}{2}\omega\left(R'^2 - R^2\right)$.

❑ 15 – La vitesse moyenne est $v = \frac{R+R'}{2}\omega$ soit $R' - R = h_0$.

A.N. $h_0 = \dfrac{D_m}{v d \rho} = 4{,}3\,\mathrm{m}$; $R' = 15{,}3\,\mathrm{m}$

❑ 16 – La loi de l'hydrostatique pour un fluide incompressible donne
$p_1(z) = p_0 - \rho g z$ et $p_2(z) = p_0 - \rho g z - \rho g H$

❑ 17 – La différence de pression entre les deux faces vaut $\Delta p = p_C - p_D = \rho g H$; la force $\Delta P \cdot (R' - R) d$ est répartie de manière uniforme, elle s'applique au milieu, on néglige l'influence de α, petit, pour lequel on n'a aucun renseignement

$$M = \frac{R + R'}{2}\rho g H d (R' - R)$$

❑ 18 – Pour une pale on a une force $\left(p_{i+1} - p_i\right) P \cdot (R' - R) d$ et un moment $\dfrac{R + R'}{2}\left(p_{i+1} - p_i\right) P \cdot (R' - R) d$. La somme des moments redonne la formule précédente.

❑ 19 – $\Gamma = 2{,}29\,\mathrm{MN\,m}$

❑ 20 – On prend une voiture de largeur $2\,\mathrm{m}$ et de hauteur $1{,}5\,\mathrm{m}$, soit un maitre-couple de $S = 3\,\mathrm{m}^2$ qui se déplace à $v = 90\,\mathrm{km/h} = 25\,\mathrm{m/s}$. On considère un $C_x = 0{,}35$. Cela conduit à une force de trainée $T = \frac{1}{2}C_x \rho_{\mathrm{air}} S v^2$ et une puissance $T \cdot v \approx 10\,\mathrm{kW}$. Le moteur tourne alors à $2000\,\mathrm{tr/min}$ et la puissance vaut $\Gamma\omega$. Soit $\Gamma = 47\,\mathrm{Nm}$. Un peu sous évalué, on n'a pas pris en compte le frottement de roulement, le couple maxi pour une Clio est de $200\,\mathrm{Nm}$ à $5400\,\mathrm{tr/min}$. Les ordres de grandeur des couples pour un moteur de voiture et la roue ne sont pas du tout les mêmes, mais voir la question suivante.

II.B. — Bilans énergétiques de fonctionnement

❑ 21 – $P = \Gamma\omega$ avec $\omega = 0{,}046\,\mathrm{rad\,s^{-1}} = 0{,}44\,\mathrm{tr/min}$, la vitesse est bien inférieure à celle d'un moteur. $P = 105\,\mathrm{kW}$. En puissance, on a par contre des ordres de grandeur comparables.

❑ 22 – Pendant $\mathrm{d}t$, l'énergie cinétique entrante est égale à celle sortante, l'énergie potentielle de pesanteur entrante est nulle en prenant la référence à $h_0/2$, la sortante vaut $-D_m \mathrm{d}t \cdot g H$. Le travail des forces de pression aval compense celui des forces amont. Les forces de pression au fond et en surface ne travaillent pas. Il reste le travail de la roue $P\,\mathrm{d}t$. Le travail des forces internes (viscosité) est négligé. Le théorème de l'énergie cinétique conduit à : $\mathrm{d}\left(E_p + E_c\right) = -D_m \mathrm{d}t \cdot g H = \delta W = P\,\mathrm{d}t$. Soit $P = -D_m \rho g H$.

❑ 23 – On considère qu'au vu de la configuration des canaux d'entrée et sortie, on ne peut récupérer que l'énergie potentielle de pesanteur qui vaut, en puissance, $D_m \rho g H$. Le rendement est donc unitaire : $\eta = 1$.

On peut imaginer que l'écoulement de l'eau n'est pas parfaitement laminaire (aube non profilée), ce qui cause des pertes par turbulence. L'écoulement n'est pas parfaitement uniforme, le gradient de vitesse va causer des pertes par viscosité. D'autre part, en dehors des pertes hydrauliques, la faible vitesse de rotation de la roue va imposer des engrenages qui vont dissiper de l'énergie.