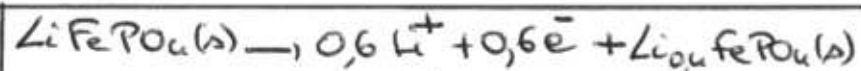


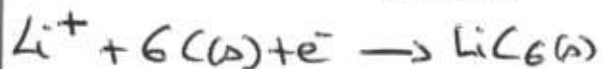
## I Étude d'un accumulateur Li-ion

## A. Accumulateur Lithium fer phosphate

Q.1  $ox + n e^- \rightleftharpoons red$  donc :  
 - réduction : cathode  
 - oxydation : anode

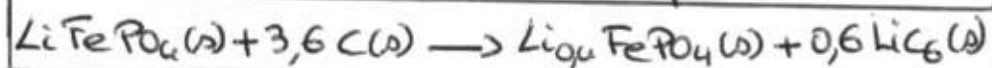


ANODE



CATHODE

Q.2. On élimine les  $e^-$  entre les 2  $\frac{1}{2}$  redox :



Q.3 La capacité est la charge maximale débitée, doit ici  $Q = 2600 \text{ mA.h} = 2,6 \times 3600 = 9360 \text{ C}$

$$\text{Doit } n = \frac{Q}{F} = \frac{9360}{965 \cdot 10^4} = 9,70 \cdot 10^1 \text{ mol de électrons}$$

Le nombre correspond à  $\frac{n}{0,6}$  mol de  $LiFePO_4(s)$  et à 6n mol de  $C(s)$ , donc à une masse totale :

$$m = 9,70 \cdot 10^1 \left[ \frac{6,9 + 55,8 + 31,0 + 4 \times 16,0}{0,6} + 6 \times 12,0 \right] = 32,5 \text{ g}$$

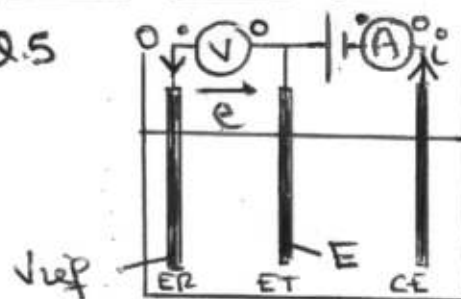
d'accumulateur.

Q.4 Comme  $m = 45,5 \text{ g} > 32,5 \text{ g}$ , on en déduit qu'il y a des réactions parasites qui consomment une partie

des réactifs.

## B. Courbe galvanostatique

Q.5



ET électrode de travail étudiée

CE contre électrode, permet à  $i$  de circulerER électrode de référence  $V_{ref}$  connueⒶ mesure  $i$ Ⓥ mesure  $e = E - V_{ref} = E = e + V_{ref}$ 

Q.6 La courbe proposée correspond à une oxydation ( $j > 0$ ) donc (a) :  $LiFePO_4(s) \rightarrow Li^+$ . Le potentiel d'équilibre est  $E = E_{Li^+/LiFePO_4}^0 + 0,059 \times 0,6 \log \frac{[Li^+]}{1 \text{ mol/L}}$

Doit  $E = 0,6 \text{ V}$  d'après ce tableau de Nernst.

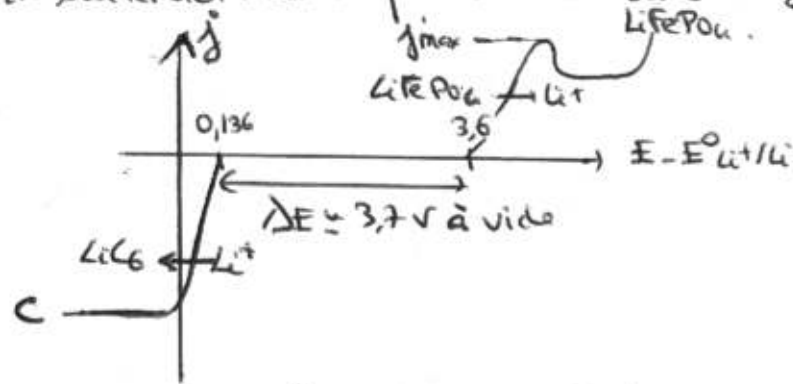
La réaction débute pour  $E - E_{Li^+/Li}^0 = 3,6 \text{ V}$  donc pour  $E = 0,6 \text{ V}$  : il n'y a pas de surtension à  $j$  de.

Q.7 D'après l'énoncé, pour  $E - E_{Li^+/Li}^0 = 5,1 \text{ V}$  soit pour  $E = 2,1 \text{ V}$ , on rencontre le "mur" du solvant, qui s'oxyde.

Q.8 La réaction est  $Li^+ + 6 C(s) + e^- \rightarrow LiC_6(s)$  et à l'équilibre  $E = E_{Li^+/LiC_6}^0 + 0,059 \log [Li^+]$   
 $= -2,9 + 0,059 \log 4 = -2,86 \text{ V}$

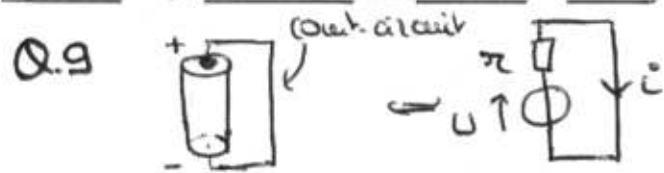
donc  $E - E_{Li^+/Li}^0 = 0,136 \text{ V}$

On a d'autre part un potiel de diffusion de  $i$  et l'adsorption de  $Li^+$  à l'électrode, mais pour une forte surtension cathodique car  $C_0 = [Li^+]$  est grand :



On garde donc  $\Delta E = 3,7V$  en fonctionnement nominal ( $j < j_{max}$ )

### C. Échauffement d'un accumulateur



En supposant  $U = C_0 r$ , on a  $i = \frac{U}{r} = \frac{3,7}{7,7 \cdot 10^{-3}} = 480,5 A$

Comme  $Q = 2,6 A.h$ , le temps de décharge est  $\Delta t = \frac{2,6}{480,5}$

Doit  $\Delta t = 5,4 \cdot 10^{-3} h = 19,5 s$

Q.10 On applique le premier principe à l'accumulateur en supposant la transformation adiabatique (toute l'énergie dégagée par effet Joule sert à augmenter la température de l'accumulateur) :

$$m C_p \Delta T = \pi i^2 \Delta t \Rightarrow \Delta T = \frac{\pi i^2 \Delta t}{m C_p} = \frac{7,7 \cdot 10^3 \times 480,5^2 \times 19,5}{45,5 \times 0,73}$$

Doit  $\Delta T = 1040 K$  les courts-circuits pourraient engendrer une explosion.

Q.11  $O_2(g)$  est dans son état standard de référence (corps simple et peu stable à la température considérée) =  $\Delta_f H^\circ [O_2(g)] = 0$

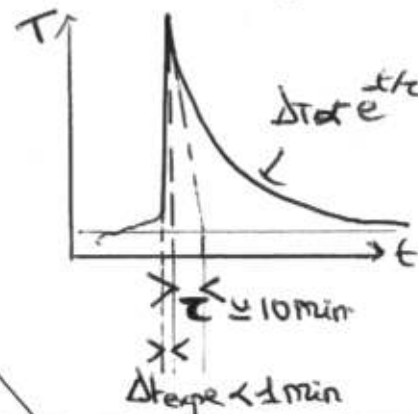
Q.12 D'après la loi de Hess :

$$\Delta_r H^\circ = 3 \times (-393,5) + 2 \times (-241,8) - (-1165,30) = -498,8 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

La réaction est exothermique, il y aura élévation de T

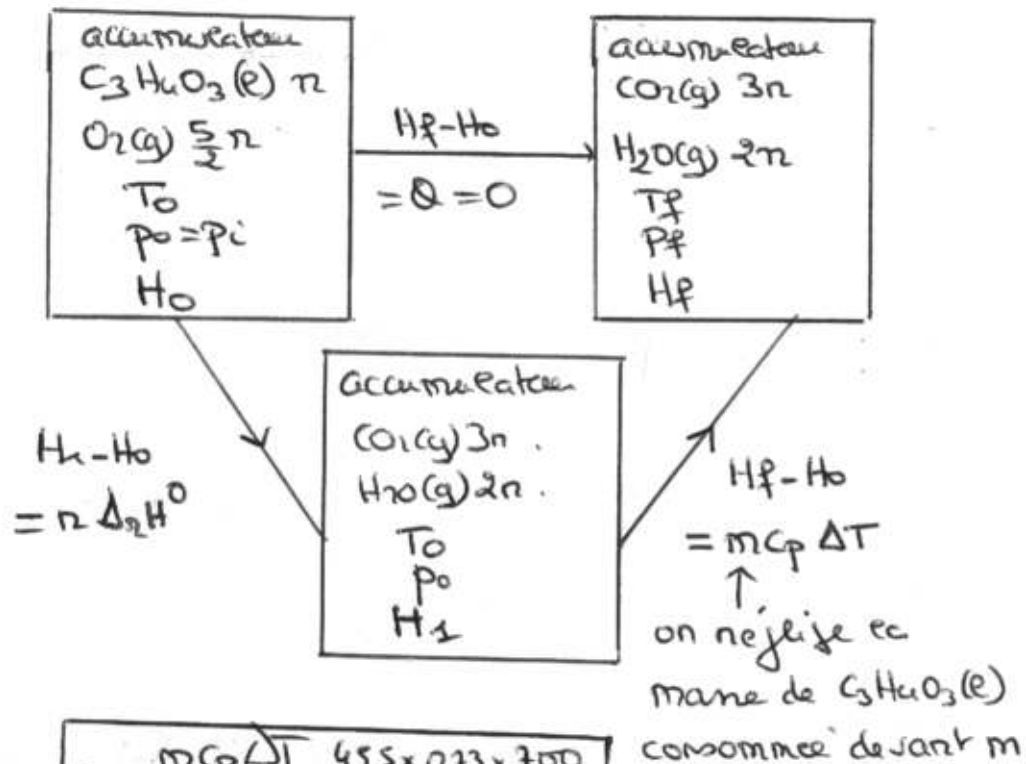
Q.13 Le calorimètre n'est pas parfaitement calorifuge puisque la température décroît après la fin de la réaction.

Q.14 En supposant la décroissance exponentielle avec une asymptote à  $20^\circ C$  on obtient  $\tau = 10 \text{ min}$



Comme  $\Delta t_{1/2} < 1 \text{ min}$  (durée de l'explosion) on peut bien négliger les pertes du calorimètre pendant l'explosion.

Q.15 La figure 4 permet d'estimer l'élévation de température lors de l'expression:  $\Delta T = 700\text{K}$   
 On applique le principe à l'accumulateur (on néglige la capacité thermique des gaz formés):



$$\Rightarrow n = \frac{mC_p \Delta T}{-\Delta_2 H^0} = \frac{45,5 \times 0,13 \times 700}{498,8 \cdot 10^3}$$

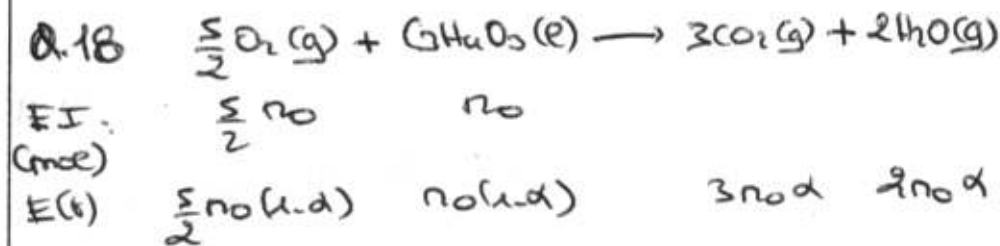
$$n = 4,66 \cdot 10^3 \text{ mol (soit } m_{C_3H_8O_3} = 4,1 \text{ g, l'hypothèse est vérifiée...)}$$

Q.16 On néglige la quantité de  $\text{CO}_2(\text{g})$  et  $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$  formées devant le nombre de mole initial d'air,

On a donc à volume constant  $P_i/T_i = P_f/T_f$   
 soit  $T_f = \frac{P_f T_i}{P_i} = 22350\text{K} (!)$ , ce qui correspond à  $n = 1,50 \text{ mol}$ . Cet état final est hypothétique vue la température atteinte et le grand nombre de mole de  $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$  nécessaire.

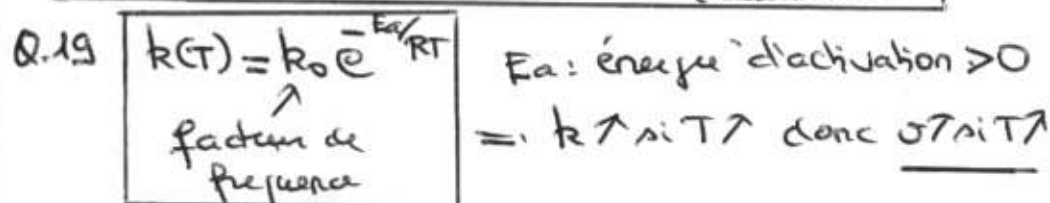
Q.17 La vanne de sécurité s'ouvre à une pression bien inférieure à 75 bar, ce qui empêche la destruction du calorimètre.

### D. Emballage thermique



$$J = k [\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3] = k \frac{n_0(1-\alpha)}{V}$$

$V \leftarrow$  volume de l'accumulateur



Q.20 Entre  $t$  et  $t+dt$   $\alpha: \alpha \rightarrow \alpha+dt$

$$dH = \Delta_2 H^0 n_0 d\alpha + mC_p dT = 0$$

réaction à T constante  $\uparrow$   $\leftarrow$  adiabatique

D'autre part on a  $\sigma = \frac{1}{v} n_0 \frac{dd}{dt} = \frac{k}{v} n_0 (1-d)$   
 Jitane moleare  
 Jeleurque  $= dx = k(1-d) dt$

d'où  $m c_p dT = -dH^0 n_0 k(1-d) dt$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{n_0 dH^0 k_0 (1-d)}{m c_p} e^{-E_a/RT} \quad ; \quad \beta = -\frac{n_0 dH^0 k_0}{m c_p}$$

Q.21 Pour  $\alpha = d \text{ dis } \ll 1$   $\frac{dT}{dr} = \beta e^{-E_a/RT}$  :  $\frac{dT}{dr}$  est une fonction exponentielle croissante de T = d y = emballage thermique

Q.22 pour  $\alpha \ll 1$ , en  $\left(\frac{dT}{dr}\right) = \ln \beta - \frac{E_a}{RT}$

donc la courbe théorique en  $\left(\frac{dT}{dr}\right) = f\left(\frac{1}{T}\right)$  est une droite de pente  $-\frac{E_a}{R} = p$ .

En supposant que le modèle affine soit compatible avec les mesures (on ne peut pas le vérifier sans connaissance des incertitudes de mesure), on est

$$p = \frac{-5}{(2,15 - 1,50) \cdot 10^3} = -2 \cdot 10^4 \cdot K^{-1} \quad \text{d'où} \quad E_a = 8,31 \times 2 \cdot 10^4 = 166 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

## II Contrôle thermique d'un ensemble d'éléments

### A. Diffusion thermique

Q.23 On effectue un bilan d'énergie à la hanche  $[a, a+da]$  entre  $t$  et  $t+dt$  (resp. principe)



$$dU = \rho c \pi a^2 da \frac{\partial T}{\partial t} dt = \underbrace{\rho c \pi a^2 da}_{S_1} T_1 - \underbrace{\rho c \pi a^2 da}_{S_2} T_2 + \underbrace{P_s da}_{S_3} dt$$

$$= \rho c \pi a^2 da \frac{\partial T}{\partial t} dt = -\frac{\partial S}{\partial x} \pi a^2 da dt + h_c [T_{ext} - T(x,t)] 2\pi a da dt - \lambda \frac{\partial T}{\partial x^2} (\pi a^2 da) dt + P_s \pi a^2 da dt$$

$$\Rightarrow \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{2h_c}{a} [T_{ext} - T(x,t)] + P_s$$

Q.24 En régime stationnaire  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

$$= \frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{2h_c}{a\lambda} T(x) = -\frac{2h_c}{a\lambda} [T_{ext} + \frac{aP_s}{2h_c}]$$

$$\text{Doit} \quad \frac{dT}{dx^2} - \frac{T(x)}{H^2} = -\frac{T_e}{H^2}$$

Q.25  $H = \sqrt{\frac{a\lambda}{2h_c}}$  est une longueur caractéristique des variations spatiales de T(x)

Q.26 l'équation différentielle de Q.24 s'intègre en :

$$T(x) = T_e + A \cosh\left[\frac{x}{H}\right] + A' \sinh\left[\frac{x}{H}\right] \quad \text{avec} \quad A' = 0$$

car T est paire par symétrie du problème par rapport au plan  $x=0$

Les CAL sont  $T(L) = T_{ext} \Rightarrow T_{ext} = T_e + A \cosh\left[\frac{L}{H}\right]$

donc  $B = T_e$  et  $A = \frac{T_{ext} - T_e}{\cosh\left[\frac{L}{H}\right]}$

Q.27 Le critère  $T_{max} - T_{ext} \leq 10^\circ C$  est ce qu'il faut respecter.  $T_{max} - T_{ext} = T(0) - T_{ext} = A + B - T_{ext}$   
 $= \frac{P_{sa}}{2hcc} \left[1 - \frac{1}{\cosh\left[\frac{L}{H}\right]}\right]$

$P_{sa}$  est fixée.

• à  $hcc$  fixe, si  $\lambda \uparrow$ ,  $H \uparrow$  donc  $\frac{L}{H} \downarrow$  et  $\frac{1}{\cosh\left[\frac{L}{H}\right]} \uparrow$

d'où  $T_{max} - T_{ext} \downarrow$


• à  $\lambda$  fixe, si  $hcc \uparrow$   $\left[1 - \frac{1}{\cosh\left[\frac{L}{H}\right]}\right] \uparrow$  mais  $\frac{P_{sa}}{2hcc} \downarrow$

les courbes montent qu'au final  $T_{max} - T_{ext} \downarrow$

Parmi les courbes proposées, seule celle correspondant à  $\lambda = 10 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$  et  $hcc = 5 \text{ W.m}^{-2}.K^{-1}$  convient

Cependant, pour avoir  $25^\circ C \leq T_{moy} \leq 30^\circ C$ , ce est bon de s'approcher de  $T_{max} - T_{ext} = 10^\circ C$  donc on peut proposer  $\lambda = 1 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$  et  $h_{cc} = 10 \text{ W.m}^{-2}.K^{-1}$ .

B. Étude sur banc d'essai

Q.28  dans une section du caisson, l'air circule dans les parties en noir donc dans une surface:

$d^2 = \frac{\pi d^2}{4}$  par élément, donc  $\mathcal{G} = (1 - \frac{\pi}{4}) d^2$

$\mathcal{G} = \left[1 - \frac{\pi}{4}\right] d^2 = 6,95 \cdot 10^5 \text{ m}^2$

d'où décroissement =  $\sqrt{\mathcal{G}} = 8,3 \text{ mm}$

Q.29 L'écoulement étant incompressible, on a conservation du débit volumique:

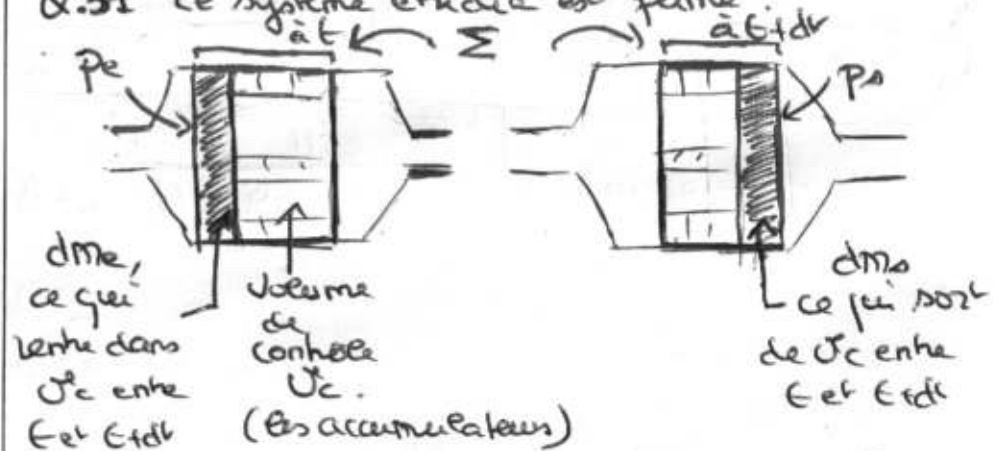
$Q_{v,e} = 36 \mathcal{G}$ . J'écoulement (il y a 36 accumulateurs en //)

$J_{\text{écoulement}} = \frac{Q_{v,e}}{36 \mathcal{G}} = \frac{80}{3600} \frac{1}{2,5 \cdot 10^3} = 8,9 \text{ m.s}^{-1}$

Q.30  $Re = \frac{J_{\text{écoulement}} \cdot \text{décroissement}}{J_{air}} = 4600$

L'écoulement est dans un régime transitoire laminaire  $\rightarrow$  turbulent.

Q.31 Le système étudié est fermé:



On écrit l'équation de 1<sup>er</sup> principe entre E et E' d't:

$dW = dms u_{ms} + dU_{Vc}(t+d't) - [dme u_e + dW_{Vc}(t)]$   
 $= S Q + S W_u + S W_t$



avec  $dW_{pe}(t+dt) = dW_{pe}(t)$  } régime stationnaire  
 $dm_s = dm_e = dm$

$\delta W_u = 0$  (pas de travail utile)

$\delta W_t = p_e \frac{dm}{\rho} - p_s \frac{dm}{\rho}$  travail de brassage

avec  $\rho_{air} = \rho_e = \rho_s$  car écoulement incompressible (car)

$\delta Q = \mathcal{P} dt$  chaleur reçue par  $\Sigma$  de la part des accumulateurs

$\Rightarrow dm \left[ u_s + \frac{p_s}{\rho} - (u_e + \frac{p_e}{\rho}) \right] = \mathcal{P} dt$

d'où  $\boxed{Dm \cdot (h_s - h_e) = \mathcal{P}}$

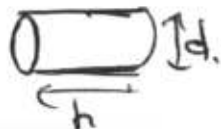
Q.32 Pour l'air  $h = c_p T$

$\mathcal{P} = \dot{m} c_p (T_s - T_e) = \rho_{air} c_p Q_{ve} (T_s - T_e)$   
 $= 1,2 \times 10^3 \times \frac{80}{3600} (25,5 - 20,0)$   
 $= 147 \text{ W}$

Q.33 La puissance est échangée par conduction - convection:  $\mathcal{P} = h_{cc} S_{échange} [T_{pact} - \bar{\theta}]$

avec  $S_{échange} = N \times \pi d \times h$

$\Rightarrow h_{cc} = \frac{\mathcal{P}}{N \pi d h (T_{pact} - \bar{\theta})}$   
 $= \frac{147}{144 \times \pi \times 18 \times 10^{-3} \times 65 \times 10^{-3} \times (30 - 22,75)} = 38 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$



Q.34 On a des petites pertes de charges. L'écoulement n'est pas rigoureusement parfait mais cette hypothèse n'a pas été utilisée de toutes façons

Q.35 Le "ventilateur" doit compenser cette perte de charge en créant la force de pression:

$F_p = p_e S_e - p_s S_s$  sur  $\Sigma$  et une puissance

$\mathcal{P}_p = p_e S_e v_e - p_s S_s v_s = (p_e - p_s) Q_{ve}$

soit ici  $\boxed{\mathcal{P}_p = (p_e - p_s) Q_{ve} = 10^3 \times \frac{80}{3600} = 22 \text{ W}}$

et une puissance électrique consommée

$\boxed{P_e = \frac{22}{0,6} = 37 \text{ W}}$

### III Utilisation de panneaux solaires

#### A. Puissance nécessaire pour une voiture.

Q.36 La puissance surfacique maximale que le capteur reçoit à Paris vers 10h en juillet est de  $750 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  d'après le document 12. On suppose que les panneaux sont orientés de façon à le récupérer. Le document 11 annonce un rendement de 29,15% donc la puissance maximale reçue par les  $5 \text{ m}^2$  de panneaux solaires est:

$\boxed{P_{max} = 0,2915 \times 750 \times 5 = 1,1 \text{ kW}}$

Comme la vitesse maximale est atteinte, cette puissance compense la puissance perdue par frottements fluides:  $P_{max} = \frac{1}{2} \rho S C_x J_{max}^3$

avec  $\rho = \rho_{air} = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$

et  $S = 1,60 \times 1,82 = 2,91 \text{ m}^2$



$$\Rightarrow J_{max} = \left[ \frac{2P_{max}}{\rho S C_x} \right]^{1/3}$$

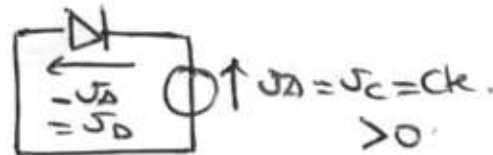
$$= \left[ \frac{2 \times 1150}{1,2 \times 2,91 \times 0,23} \right]^{1/3} = 16 \text{ m/s} = 53 \text{ km.h}^{-1}$$

### B. Conversion de puissance

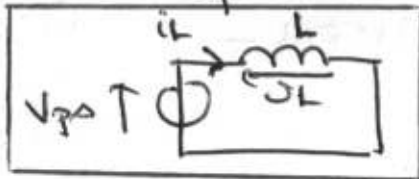
Q.37  $T_2$  est fermé:

La tension  $V_D$  est  $< 0$

$\Rightarrow$  D est bloquée



Le circuit équivalent du côté source d'entrée est:



Q.38 On a  $V_{ps} = L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow i_L(t) = i_{Lmin} + \frac{V_{ps}}{L} t$   $0 \leq t \leq \alpha T$

Q.39  $\tau = RC$  doit être  $\gg T$  pour que  $J_C \approx C_k$ .

$$\Rightarrow \boxed{C \gg \frac{T}{R}}$$

Q.40 roue libre:



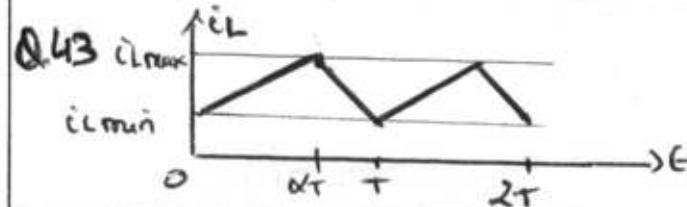
Q.41 On a  $V_{ps} - J_D = L \frac{di_L}{dt}$  avec  $i_L(t)$  continue

$$\Rightarrow i_L(t) = \frac{V_{ps} - J_D}{L} (t - \alpha T) + i_{Lmax}$$

Q.42 d'après Q.38:  $i_{Lmax} - i_{Lmin} = \frac{V_{ps}}{L} \alpha T$

d'après Q.41:  $i_{Lmax} - i_{Lmin} = \frac{J_D - V_{ps}}{L} (1 - \alpha) T$

car  $i_L(t) = i_L(t) = i_{Lmin}$  en régime établi.



Q.44  $\langle J_L \rangle = L \langle \frac{di_L}{dt} \rangle = \frac{L}{T} \int_0^T di_L = \frac{L}{T} (i_L[T] - i_L[0]) = 0$

$\langle J_D \rangle = J_D$  puisqu'on néglige l'induction,

donc  $\langle J_D \rangle = J_D = \frac{V_{ps}}{1 - \alpha}$  d'après Q.42

Q.45 Comme  $0 < \alpha < 1$  on a  $J_D > V_{ps}$ : hacheuse au volt

$$AN: \alpha = \frac{J_D - V_{ps}}{J_D} = \frac{350 - 72}{350} = 0,79$$