

**A.** Si on écrit l'expression de la force de gravitation, on sort que  $G$  est en  $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ .

De la formule donnant l'énergie d'un photon, on sort  $h$  en  $J.s$  soit  $m^2.kg.s^{-1}$ .

Et bien sûr,  $c$  est en  $m.s^{-1}$

Le plus simple est d'éliminer l'unité de masse en faisant  $Gh$  en  $m^5.s^{-3}$  ; on sort alors facilement :

$$L_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}} \approx 4.10^{-35}m \quad \text{et} \quad \tau_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^5}} \approx 10^{-43}s$$

Un peu plus difficile pour trouver une masse. On peut commencer par créer  $h/G$ . On obtient :

$$M_p = \sqrt{\frac{hc}{G}} \approx 5.10^{-8}kg$$

**B.** Si  $d$  est la distance entre les deux électrons, la norme de la force est  $F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$ .

On en déduit que  $\frac{e^2}{\epsilon_0}$  est en  $N.m^2$  donc que  $\frac{e^4}{\epsilon_0^2}$  est en  $N^2.m^4$ .

De la formule donnant l'énergie d'un photon, on sort  $h$  en  $J.s$  soit  $N.m.s$

Donc  $A = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$  est en  $\frac{kg.N^2.m^4}{N^2.m^2.s^2} = kg.m^2.s^{-2}$  soit une énergie.

AN :  $A=2,18 10^{-18} J$  soit  $13,6eV$ . Mais qu'est-ce donc, au signe près ?

### C. ABSOLUMENT A MAITRISER.

$$RC ; \frac{L}{R} \text{ en } s ; \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ en } s^{-1} ; Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} ; RC\omega ; LC\omega^2 \text{ sans unité}$$

**D.** De la force électrique, je sors  $E$  en  $N.C^{-1}$ .

Je vais faire apparaître une puissance ( en  $W$  donc  $VA$ ) qui est une force multipliée par une vitesse.

Donc  $E$  est en  $W.s.m^{-1}C^{-1}$  soit  $V.A.s.m^{-1}C^{-1} = V.m^{-1}(A.s.C^{-1}) = V.m^{-1}$

en utilisant  $i=dq/dt$ .

On a maintenant une force est en  $N$  ou  $C.V.m^{-1}$ , or une énergie est en  $J=N.m$  soit  $CV$

Donc une charge multiplié par une tension est une énergie.

$1eV$  est l'énergie acquise par un électron quand il est accéléré sous une tension de  $1V$  soit donc environ  $1,6.10^{-19}J$ .

Une pression est une force surfacique, une force est une énergie linéaire, donc une pression est une énergie volumique. Quand on met un gaz sous pression, on stocke de l'énergie ; cette propriété est d'ailleurs utilisée à grande échelle.

**F. On fera ici une simple AD.** Un débit massique est en  $kg.s^{-1}$ . Une vitesse est en  $m.s^{-1}$ . Et on veut une force en  $N$  ou  $kg.m.s^{-2}$ . Une formule possible est donc  $F=D.mu$ .

Et c'est la bonne formule.

**G.** Une  $AL$  est la distance parcourue par la lumière pendant une année soit  $365,24$  jours de  $24h$  ou  $86400s$ .

$$1AL = (3.10^8)(86400 \times 365,24) \approx 9,5 \cdot 10^{15}m.$$

$1kWh$  est l'énergie correspondant à une puissance de  $1kW$  consommée pendant  $1$  heure soit  $3600s$ .

Donc  $1kWh=3,6 MJ$ .

**H.**  $H$  est en fait en  $s^{-1}$ . Avec ce qu'on a, l'âge de l'Univers est donc de l'ordre de  $1/H$  soit environ  $13$  milliards d'années.

- I. 1) l'AD permet de sélectionner la relation 1b.  
 2) Cette relation est la troisième loi de Kepler.  
 3) Il faut exprimer l'année en s :  $1 \text{ an} = 365.24 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}$ . L'AN donne  $M_S \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ .  
 4) a) a est une distance donc correcte d'un point de vue dimensionnel. Si l'ellipse est un cercle, a devient tout simplement son rayon et on retrouve la formule initiale. Donc, l'extension n'est pas absurde. On n'a cependant rien démontré. Dans le cas où cela vous intéresserait, la quantité de calcul est assez conséquente.  
 b) Il ne faut surtout pas repasser en SI. On reste en unités locales : longueur en UA et temps en années.  
 Pour toutes les planètes du système solaire (en négligeant les interactions entre planètes), on a :

$$\frac{a^3}{T^2} = K = 1 \text{ UA}^3 \cdot \text{an}^{-2}$$

Pour Mars, cela donne :  $a = (KT^2)^{1/3} = (1 \times 1,88^2)^{1/3} \approx 1,5 \text{ UA}$

5) Pour le mouvement proposé, la trajectoire est rectiligne (non uniforme). On peut l'assimiler à une ellipse très aplatie de grand-axe R donc de demi-grand-axe  $a=R/2$

La troisième loi de Kepler permet alors de calculer sa période :

$$T' = \sqrt{\frac{a^3}{K}} = \sqrt{\frac{R^3}{8K}} = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot \frac{R^3}{K}} = \sqrt{\frac{1}{8}} \times 1 \text{ an} \approx 0,35 \text{ an}$$

Mais la Terre ne fait qu'un aller, pas le retour, donc la durée de la chute sur le Soleil, en négligeant le rayon du Soleil devant l'UA, est donc d'environ 0,18an soit environ 65 jours.

(J) JE PARTS DE LA LOI DE COULOMB  $F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$

⇒ Puissance P  $P = F \cdot c = \frac{q^2 c}{4\pi\epsilon_0 d^2}$

Puis ACCELERATION  $a$  en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}} = \frac{c^2}{d}$   $(d = \frac{c^2}{a})$

$P = \frac{q^2 c}{4\pi\epsilon_0 (\frac{c^2}{a})^2} = \frac{q^2 a^2}{4\pi\epsilon_0 c^3}$  (C)

(K) IDEN,  $\frac{\epsilon_0}{e^2}$  ME FAIT PENSER À COULOMB.

$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} \Rightarrow \frac{\epsilon_0}{e^2} = \frac{1}{4\pi d^2 F}$  en  $\text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

Puis h en J.s et m en kg.

Donc  $\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$  en  $\frac{1}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{\text{J}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{kg}} = \frac{\text{N}^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}}$

$= \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{kg}} = \frac{(\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot \text{s}^2}{\text{kg}}$

$= \text{m}^2$

ENCORE (C)

(L) e en C = A.s h en J.s = N.m = kg.m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup> m en kg.

→  $\frac{eh}{4\pi m}$  en  $\frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}}{\text{kg}} = \text{A} \cdot \text{m}^2$

M.  $\sqrt{gh}$  convient.

(N) DE LA LOI DE COULOMB  $\frac{e^2}{\epsilon_0}$  en  $N.m^2 = J.m$ .

Comme  $\frac{e^4}{\epsilon_0^2}$  EST PARTIEL, SA DONNEE DOUC :

$\frac{e^4}{\epsilon_0^2}$  en  $J^2.m^2$      $h$  en  $J.s$      $m$  en  $kg$ .

ET ON REMARQUE  $1 J = 1 kg.m^2.s^{-2}$

ON TIENT DONC  $\frac{m e^4}{\epsilon_0^2 h^2}$  - **BINGO** (c)

(O) LOI DE COULOMB  $\frac{e^2}{\epsilon_0}$  en  $N.m^2$  ;  $h$  en  $J.s$  ;  $c$  en  $m.s^{-1}$

$\hookrightarrow \alpha$  en  $(N.m^2) \frac{1}{J.s} \cdot \frac{1}{m.s^{-1}} = 1$   
SANS UNITÉ. (a)

(P) LOI DE COULOMB  $\Rightarrow \frac{e^2}{\epsilon_0}$  en  $N.m^2$   $\Rightarrow$  (a)

(Q) E EST EN FAIT UNE PRESSION EN Pa.  $\Rightarrow$  (d)  
 $1 Pa = 1 kg.m^{-1}.s^{-2} = 1 N.m^{-2}$

(R)  $h$  en  $J.s$  ;  $m$  en  $kg$  ;  $a$  en  $m$ .  
 $\hookrightarrow \frac{h^2}{m a^2}$  en  $\frac{J^2.s^2}{kg^{-1}.m^{-2}} = \frac{J^2}{(kg.m.s^{-2}).m} = \frac{J^2}{N.m} = \frac{J^2}{J} = J$  (d)

(S)  $h$  en  $N.m^{-1}$  ;  $a$  en  $m$  ;  $m$  en  $kg$ .  
 $\hookrightarrow kg.m.s^{-2}.m^{-1} = kg.s^{-2} \Rightarrow \frac{h}{m}$  en  $s^{-2}$   
DONC  $a^2 \frac{h}{m}$  en  $(m.s^{-1})^2 \Rightarrow c = \sqrt{\frac{h a^2}{m}}$  (c)

(T)  $h$  en  $J.s = kg.m^2.s^{-1}$  ;  $c$  en  $m.s^{-1}$  ;  $G$  en  $N.m^2.kg^{-1} = N.m.s$   
 $\Rightarrow \frac{h c}{G}$  en  $kg^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{h c}{G}}$  en  $kg$  (c)