## *Exercice A. Application 0.*

$$\langle e(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T e(t)\,dt$$

L'intégrale est la surface sous la courbe soit ici : $\int_0^T e(t)\,dt = E(\beta T) + (-E)(T-\beta T) = ET(2\beta - 1)$

D'où : $\langle e(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T e(t)\,dt = (2\beta-1)E$ compris entre -E et +E.

Pour récupérer la composante continue, on peut faiure passer le signal à travers un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est très petite devant la fréquence $f = \frac{1}{T}$ du signal.

## *Exercice A. Application 3.*

Si je calcule séparément les coefficients, je me retrouve avec des produits de fonctions sinusoïdales. Très Bof. Si je fais par contre $a_n$+j$b_n$ en décomposant le sin, je me retrouve avec des exp faciles à intégrer (faire attention qd même).

$$a_n + jb_n = \frac{2}{T}\int_0^T e(t)\cdot e^{j\frac{2n\pi t}{T}}\,dt$$

$$= \frac{2E_0}{2Tj}\int_0^T \left(e^{j\frac{\pi t}{T}} - e^{-j\frac{\pi t}{T}}\right) e^{j\frac{2\pi n t}{T}}\,dt$$

$$= \frac{E_0}{jT}\int_0^T \left[ e^{j\frac{\pi}{T}(1+2n)t} - e^{j\frac{\pi}{T}(2n-1)t} \right]$$

$$= \frac{E_0}{jT}\left[ \frac{\left[e^{j\frac{\pi}{T}(1+2n)t}\right]_0^T}{j\frac{\pi}{T}(1+2n)} - \frac{\left[e^{j\frac{\pi}{T}(2n-1)t}\right]_0^T}{j\frac{\pi}{T}(2n-1)} \right]$$

$$= \frac{E_0}{\underbrace{j^2}_{-1}\pi}\left[ \frac{-2}{(1+2n)} - \frac{-2}{(2n-1)} \right]$$

$$= \frac{2E_0}{\pi}\left[ \frac{1}{(2n+1)} - \frac{1}{(2n-1)} \right]$$

$$= \frac{2E_0}{\pi}\left[ \frac{(2n-1)-(2n+1)}{(4n^2-1)} \right]$$

$$= \frac{4E_0}{\pi}\cdot\frac{1}{1-4n^2}$$

$$a_0 = \frac{4E_0}{\pi}$$

$$\hookrightarrow \langle e(t)\rangle = \frac{2E_0}{\pi}$$

$$\boxed{a_1 = -\frac{4E_0}{3\pi}}$$

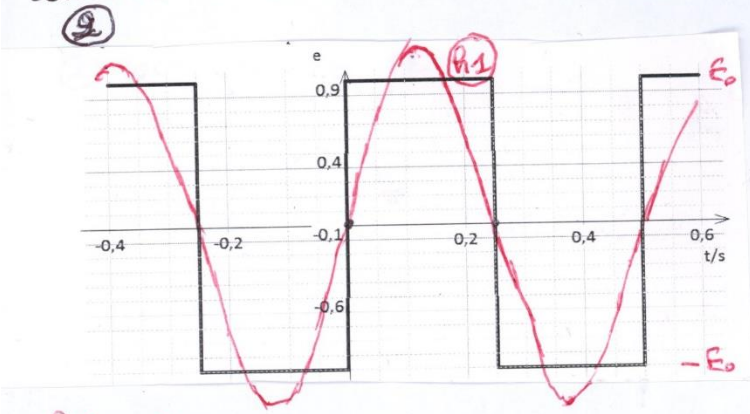
***Exercice E.***

① ON A UNE DECOMPOSITION EN SERIE DE FOURIER :

* COMPOSANTE CONTINUE NULLE
* FONDAMENTAL À LA PULSATION $\omega_1$.
* PAS D'HARMONIQUES PAIRS.
* n DEFINIT L'HARMONIQUE $(2n+1)$ D'AMPLITUDE $\frac{4E_0}{(2n+1)\pi}$

CONFORME À CE QU'ON SAIT DÉJÀ.

②




$h(1)$ : Pour $n=0$

$h(2n+1)$ : $(2n+1)$ periodes sur une periode du signal carré MEME DEPART en $(0,0)$

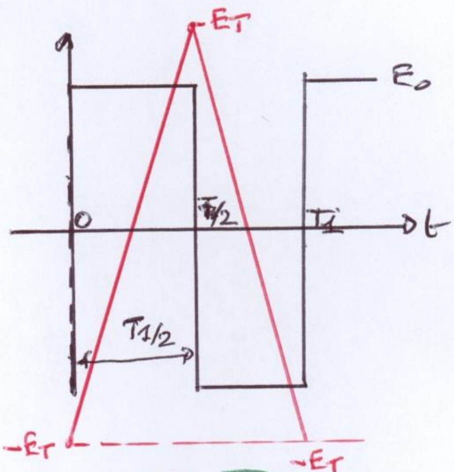



FIGURE 2

③ UN SIGNAL CARRÉ EST LA DERIVÉE TEMPORELLE D'UN SIGNAL TRIANGULAIRE

JE PEUX CHERCHER $s(t)$ / $\frac{ds}{dt} = \frac{e(t)}{\tau}$ $\tau$ OBLIGATOIRE (AD)

J'INTEGRE EN PRENANT UNE CONSTANTE D'INTEGRATION NULLE
$\Rightarrow$ VALEUR MOYENNE NULLE.

$$\boxed{s(t) = -\frac{4E_0}{\pi\tau\omega_1}\left(\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{\cos([2n+1]\omega_1 t)}{(2n+1)^2}\right)} = -\frac{8E_T}{\pi^2}\left(\sum \ldots\right)$$

RESTE À DETERMINER $\tau$ : FIGURE 2

Pour $t \in [0\ \frac{T}{2}[$ $\quad e(t) = E_0$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2E_T}{T_1/2} = \frac{4E_T}{T_1}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{e(t)}{\tau} \Rightarrow \boxed{E_0 = 4E_T\frac{\tau}{T_1}}$$

***Exercice F.***

*Le filtre est un filtre passe-bande relativement sélectif autour de la fréquence de résonnance $f_0$=7kHz qui est aussi la fréquence de l'harmonique 7 du signal carré, donc l'harmonique 7 passe. les autres harmoniques sont par contre loin de la bande passante et sont donc fortement atténuées.*

*En sortie, on a donc une sinusoïde de fréquance 7kHz qui est l'harmonique 7 du signal carré.*

***Exercice G.***

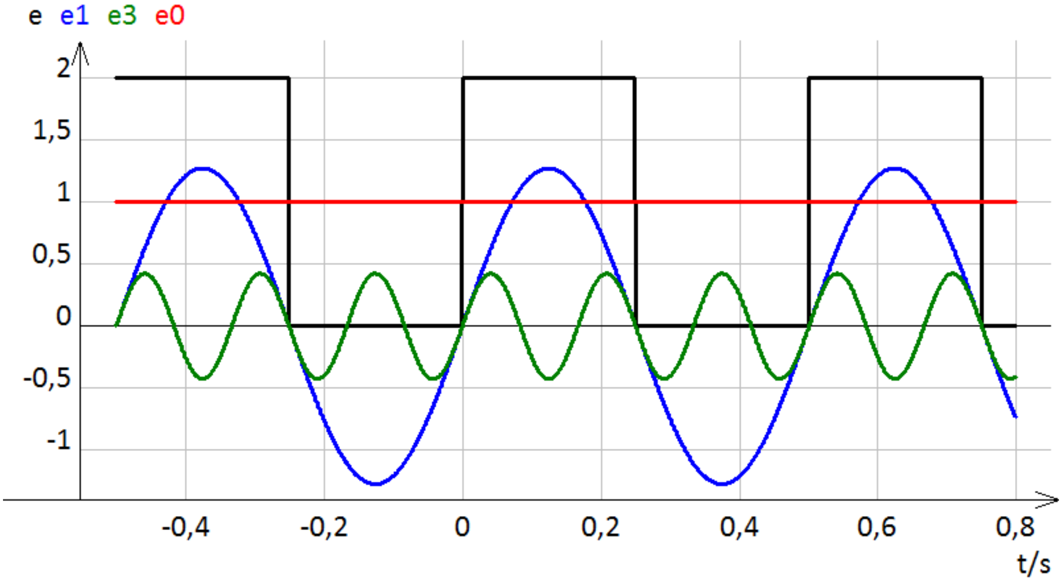
*Le signal proposé est positif donc sa valeur moyenne est positive non nulle et elle est de l'ordre de $u_0$. Du point de vue temporel, il est de fréquence $2f_1$ donc se décompose en sinusoïdes de fréquences multiples entières de $2f_1$ toutes très loin de la bande passante donc fortement atténuées.*

*Donc la sortie est un signal pratiquement constant donc la valeur est proche de $u_0$.*

*Le premier terme correctif viendra du fondamental à $2f_1$ dont l'amplitude doit être aussi de l'ordre de $u_0$. A cette fréquence, le gain est de l'ordre de 1/200. Donc l'amplitude de sortie du fondamental est de l'ordre de $u_0/200 << u_0$.*

*On ne la verra probablement pas à l'oscillo.*

***Exercice H.***




*En noir, le signal carré.*
*En rouge, sa composante continue à $E_0/2$.*
*En bleu, le fondamental ou harmonique 1.*
*En vert, l'harmonique 3.*
*On peut vérifier que toutes les harmoniques non nulles partent en croissant à partir de 0 lors d'un front montant car elles sont toutes en sinus.*

*On peut maintenant exploiter le dessin de droite.*
*L'entrée est carrée de fréquence 1000Hz, la sortie est sinusoïdale de même fréquence et est donc la réponse du fondamental de l'entrée, les autres harmoniques ont été fortement atténuées.*
*Or, en regardant le fondamental de l'entrée, on s'aperçoit que entrée et sortie sont en opposition de phase donc que la fonction de transfert est réelle négative à 1kHz, donc la fréquence de résonnance du filtre est $f_0$=1000Hz et $H_0$ est négatif.*
*On peut donc déjà calculer :* $\omega_o = 2\pi f_o \approx 6280\ s^{-1}$.

*L'amplitude de la sortie est d'autre part $E_o$, et l'amplitude d'entrée est* $\frac{2E_o}{\pi}$.
*On a donc :* $E_o = |H_o|\frac{2E_o}{\pi}$. *On sort alors :* $H_o = -\frac{\pi}{2} \approx -1{,}6$

*IL ne reste plus qu'à calculer Q. On va maintenant se servir du dessin de gauche où la fréquence est maintenant f=10kHz. A haute fréquence( donc pour toutes les harmoniques du signal carré et pas pour la composante continue), le filtre devient intégrateur (ce qu'on voit sur le dessin) et on peut simplifier la fonction de transfert :*

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_o}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)} \approx \frac{H_o}{jQ\frac{\omega}{\omega_o}} = \frac{H_o\omega_o}{j\omega Q}$$

*En repassant en réel pour la HF :* $\frac{ds}{dt} = \frac{H_o\omega_o}{Q}e_{HF}(t)$
*Prenons la première demi-période où $e(t)=E_o$. Attention , la composante continue n'est pas intégrée et n'est pas dans $e_{HF}$. On a donc* $e_{HF}(t) = \frac{E_o}{2}$.

*La pente de la sortie est donc :* $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{H_o\omega_o}{Q}\frac{E_o}{2}$

*Sur cette demi-période, l'intervalle de temps est* $\Delta t = \frac{T}{2}$. *Compte-tenu des calibres, la tension varie de* $\frac{E_o}{100}$ *à* $-\frac{E_o}{100}$, *donc* $\Delta s = -\frac{E_o}{50}$.
*On obtient alors :* $Q = -\frac{25H_oT\omega_o}{2} \approx 12{,}5$.

***Exercice I.***

1) Faire modèles BF et HF du filtre.

EN BF, un condensateur est un interrupteur ouvert. Faire le dessin. On voit alors qu'aucune maille n'est fermée donc le courant est nul partout et s est donc nulle.
En HF, un condensateur est un fil de jonction. Faire le dessin. La sortie est maintenant court-circuitée donc s est nulle.
Le filtre ne laise passer ni les BF ni les HF. L'interprétation la plus simple est un passe-bande, mais ce n'est une démonstration.

2)Cf cours réponse qualitative, à comparer au calcul effectué par python à la fin.

3)On prend le noeud de sortie. La LDN en terme de potentiel donne alors :

$$\frac{1}{R+\frac{1}{jC\omega}}\left(\underline{e}-\underline{s}\right)+jC\omega\left(0-\underline{s}\right)+\frac{1}{R}\left(0-\underline{s}\right)=0$$

On réorganise et on obtient la forme demandée avec les valeurs annoncées.
Rem : on peut aussi voir un PDT entre l'entrée et la sortie, pas très simple, mais très efficace.

$|H_o|$ valeur maximale du gain, obtenue à la pulsation de résonnance $\omega_o$. Q définit la largeur de la bande passante à -3dB via : $\Delta\omega = \frac{\omega_o}{Q}$ .

4) A la résonnance , la fonction de transfert vaut 1/3 et est réelle, donc l'entrée et la sortie sont en phase donc proportionnelles. En mode XY à la résonnance, on obtient une droite. Méthode très précise.
Ici, on peut vérifier la valeur de Q :

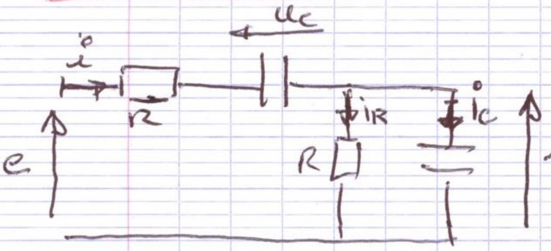
$$Q=\frac{\omega_o}{\Delta\omega}=\frac{f_o}{\Delta f}=\frac{f_o}{f_2-f_1}\approx 0{,}327\approx\frac{1}{3}$$

OK .

## ***Exercice I. Question 5.***

ETUDE DE LA REPONSE INDICIELLE

$\boxed{\text{CONDITIONS INITIALES À } t=0^+}$




CONTINUITÉ DE LA TENSION AUX BORNES D'UN CONDENSATEUR

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0.$$

$$\boxed{s(0^+) = s(0^-) = 0} \Rightarrow i_R(0^+) = 0.$$

$$\text{et } i(0^+) = i_C(0^+)$$

LDM : $E = Ri + u_C + s \Rightarrow E = R\,i(0^+)$

D'où $i_C(0^+) = \dfrac{E}{R} = C\dfrac{ds}{dt}(0^+) \Rightarrow \boxed{\dot{s}(0^+) = \dfrac{E}{RC}}$

---

$\boxed{\text{EQUA DIFF}}$

$$\frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{H_0}{1 + \frac{Q}{\omega_0}j\omega + \frac{Q\omega_0}{j\omega}} = \frac{H_0\,(j\omega)}{(j\omega) + \frac{Q}{\omega_0}(j\omega)^2 + Q\omega_0}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\boxed{(j\omega)\,\underline{s}}}_{\dot{s}} + \frac{Q}{\omega_0}\underbrace{\boxed{(j\omega)^2\underline{s}}}_{\ddot{s}} + Q\omega_0\,\underline{s} = H_0\underbrace{\boxed{(j\omega)\,\underline{e}}}_{\dot{e}}$$

$\hookrightarrow$ PASSAGE EN RÉEL $\boxed{\ddot{s} + \left(\dfrac{\omega_0}{Q}\right)\dot{s} + \omega_0^2\, s = \dfrac{H_0\omega_0}{Q}\dot{e}}$

ICI, Pour $t>0$ $e=E \Rightarrow \boxed{\dot{e}=0}$

RESOLUTION EQUA DIFF AVEC $Q = \frac{1}{3}$

SOLUTION PARTICULIERE : $s_p(t) = 0$.

SOLUTION GENERALE : ESPACE VECTORIEL DE DIM = 2

$\Rightarrow$ DEUX SOLUTIONS : BASE

J'INTUITE $s(t) = A e^{rt}$

EQUA DIFF $\Rightarrow$ $r^2 + 3\omega_0 r + \omega_0^2 = 0$

$\Delta = 5\omega_0^2$

$\hookrightarrow$ J'AI DEUX SOLUTIONS :

$$\boxed{r_- = -\frac{3+\sqrt{5}}{2}\omega_0} \quad \boxed{r_+ = -\frac{3-\sqrt{5}}{2}\omega_0}$$

ENSEMBLE DES SOLUTIONS :

$$s(t) = 0 + A e^{r_+ t} + B e^{r_- t} \qquad (A,B) \in \mathbb{R}^2$$

CI $\Rightarrow$ $B = -A = -\frac{E}{\sqrt{5}}$

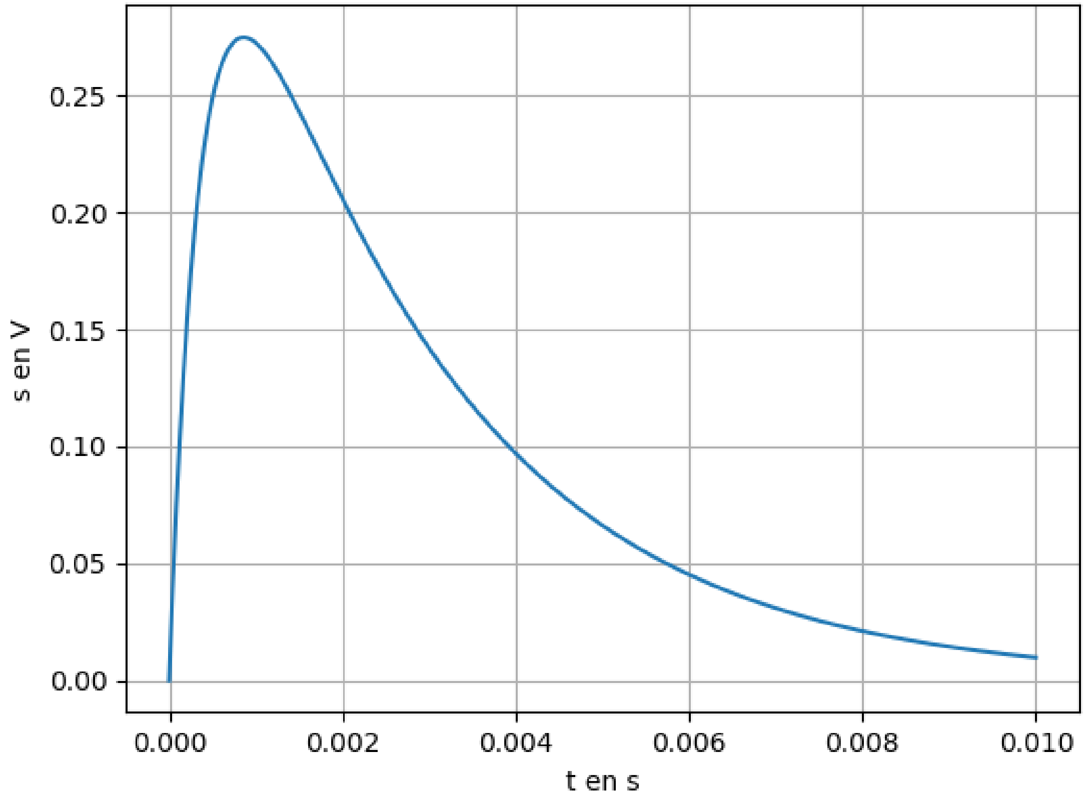
ET $\boxed{s(t) = \frac{E}{\sqrt{5}}\left(e^{r_+ t} - e^{r_- t}\right)}$

**Résolution python :**

```
import numpy as np
import scipy.integrate as integr
import matplotlib.pyplot as plt
w=1000.0
def f(s,t):
   return [s[1],-3*w*s[1]-w*w*s[0]]

t=np.linspace(0.0,0.01,num=1200)
sol=integr.odeint(f,[0.0,1000],t)
plt.grid()
plt.xlabel('t en s')
plt.ylabel('s en V')
plt.plot(t,sol[:,0])

plt.show()
```




On obtient bien la forme graphique obtenue à la question 2.